



ANÁLISE DE ALTERNATIVAS PARA RECUPERAÇÃO DE FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA NO ENSINO DE CÁLCULO EM CURSOS DE ENGENHARIA

Carlos Marcelo Pedroso – c.pedroso@pucpr.br, pedroso@eletrica.ufpr.br
Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curso de Engenharia de Computação
Universidade Federal do Paraná, Departamento de Engenharia Elétrica
Rua Imaculada Conceição, 1155
CEP 80215-901 – Curitiba – Paraná

José Eloir Krupechacke – jose.eloir@pucpr.br
Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curso de Engenharia de Computação
Rua Imaculada Conceição, 1155
CEP 80215-901 – Curitiba – Paraná

Resumo: *Cursos de engenharia normalmente iniciam o ensino de cálculo diferencial e integral no primeiro ano, onde estudante é confrontado com as técnicas matemáticas que serão empregadas posteriormente em disciplinas técnicas. No entanto, uma parcela dos ingressantes mostra deficiência com conteúdos de matemática elementar, que deveriam ter sido adquiridos no ensino fundamental e médio. Isto provoca a uma dificuldade no aprendizado de cálculo, causando reprovações e contribuindo para o elevado nível de evasão observado nos cursos da área. Neste artigo, são apresentadas e avaliadas alternativas para recuperação de conteúdos elementares de forma a reduzir os efeitos da deficiência de formação matemática.*

Palavras-chave: *Ensino, cálculo, engenharia.*

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Ritla (2009), dados do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo de 2007 apontam que 95,7% dos alunos do terceiro ano do ensino médio da rede estadual de educação não têm domínio sobre o conteúdo de matemática. A observação das dificuldades encontradas e altos níveis de reprovação nos primeiros anos dos cursos de Engenharia, em especial com o ensino de cálculo, mostra que existem problemas no ensino médio e fundamental brasileiro nesta área.

Particularmente, é importante observar que o desempenho das escolas Estaduais no ENEM (INEP, 2009) foi bastante ruim se comparado às escolas particulares – o que mostra a fragilidade do sistema público de educação no cenário nacional. A exceção a esta regra são, em geral, escolas mantidas pela União, que obtêm ainda posição de destaque entre as instituições de ensino médio. De modo geral, o atual sistema público de ensino fundamental e médio não tem conseguido formar as competências necessárias adequadas para que um estudante ingresse em uma faculdade de Engenharia.



O ensino de cálculo nos cursos de engenharia representa um desafio para os educadores da área. Além dos problemas citados na avaliação do aprendizado de matemática observado no ENEM, também se deve lembrar que os cursos de Engenharia, principalmente para as Instituições de Ensino Superior (IES) privadas, apresentam um nível de concorrência baixo. Entretanto, é importante notar que, mesmo nas IES públicas onde a concorrência no vestibular é elevada, o problema deve manifestar-se em função do sistema de quotas para o ensino público superior.

A solução para o problema formulado reside em melhorar o nível de formação oferecido pelas escolas públicas de nível fundamental e médio. No entanto, isto depende de uma série de fatores, iniciando pela conscientização da sociedade sobre a importância da educação de seus filhos. Enquanto isto não ocorre, o problema está se refletindo no ensino superior, principalmente nas universidades particulares, devido às deficiências de formação de base matemática para o ensino de cálculo em cursos de Engenharia. Atualmente, nossa sociedade possui uma grande demanda por profissionais das diversas áreas da Engenharia. Segundo CNI e CONFEA (2008), esta falta de profissionais representa uma dificuldade para o crescimento do país.

As alternativas propostas neste artigo não objetivam resolver o problema definitivamente, mas sim apresentar propostas para reduzir os efeitos, minorando a evasão e diminuindo a reprovação nos primeiros anos dos cursos. A principal contribuição esperada é oferecer alternativas para que mais estudantes prossigam nos cursos e formem-se Engenheiros competentes, necessários para o desenvolvimento nacional, enquanto o problema não é atacado pelo Estado brasileiro.

Este artigo está organizado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta alternativas para recuperação da base matemática para o ensino de cálculo para cursos de Engenharia. A Seção 3 mostra os principais resultados obtidos com a aplicação das propostas, enquanto que na Seção 4 são avaliados e discutidos os resultados obtidos. Finalmente, as conclusões são apresentadas na Seção 5.

2 ALTERNATIVAS PARA RECUPERAÇÃO DA BASE MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE CÁLCULO

Recuperar a base matemática que deveria ser trabalhada no ensino médio é, de fato, um grande desafio. No entanto, os elevados índices de evasão e reprovação nos primeiros anos dos cursos de Engenharia nos estimulam a abordar o tema e propor ações que podem fazer diferença para grupos de estudantes com deficiências de base e com força de vontade. Também é digno de nota que os autores reconhecem que, em muitos casos, a deficiência é muito grande para ser corrigida e o problema não pode ser resolvido; muitos estudantes de fato não irão evadir-se dos cursos simplesmente porque não estão em condições de acompanhar as aulas. As ações são propostas no sentido de minorar o prejuízo – a verdadeira solução está em melhorar o cenário nacional de ensino de matemática nos níveis básico e médio. Entretanto, enquanto o problema persiste, propomos as seguintes alternativas:

1. Oferecer aos estudantes de primeiro ano aulas extras de revisão de fundamentos matemáticos.
2. Aumentar a carga horária da disciplina de cálculo e oferecer uma revisão ao longo da apresentação do cálculo, conforme necessidade.

As alternativas foram implementadas em turmas de primeiro ano de diversos cursos de Engenharia. Os resultados observados em cada um dos casos serão analisados para determinar os benefícios apresentados e realizar uma comparação entre as duas estratégias.

2.1 Aulas extras de revisão

As aulas extras de revisão foram planejadas para aprofundar conceitos básicos da matemática elementar (ensino fundamental e médio), proporcionando aos participantes condições para compreensão do cálculo diferencial e integral.

Os objetivos específicos são listados em detalhes a seguir:

- Aprofundar os conteúdos já abordados no ensino médio.
- Rever conteúdos da matemática elementar.
- Simplificar operações do cálculo diferencial e integral fundamentado em conceitos, propriedades e artifícios da matemática elementar.
- Utilizar recursos de softwares para facilitar a aplicação do cálculo (Maple, MatLab, Excel).

Tabela 1 – Conteúdos abordados nas revisões

Semana	Conteúdo trabalhado
1	Funções, inequações e equações do 2º grau.
2	Operações com frações e racionalização de denominadores.
3	Divisão de polinômios, teorema do resto.
4	Dispositivo prático de Briot-Ruffini, equações polinomiais até $n=5$, relações de Girard.
5	Trigonometria: triângulo retângulo, <i>seno</i> e <i>cosseno</i> , relações fundamentais, grau e radianos.
6	Funções trigonométricas básicas: <i>sin</i> , <i>cos</i> , <i>tan</i> , <i>sec</i> , <i>csc</i> , <i>cot</i> .
7	Funções hiperbólicas: <i>sinh</i> , <i>cosh</i> , <i>tanh</i> , <i>sech</i> , <i>csch</i> , <i>coth</i> – apresentação do software livre <i>winplot</i> .
8	Relações e transformações trigonométricas.
9	Funções: transformações nas variáveis (escala, translação, simetria).
10	Funções: operações, função inversa, paridade.
11	Funções: forma paramétrica e forma implícita, comparação das derivadas nas respectivas formas e discussão dos resultados.
12	Funções: introdução a limites, limites fundamentais, limites laterais, sua forma gráfica e analítica.
13	Funções derivadas, forma implícita e forma paramétrica.



Para atingir os objetivos listados, foi estabelecido um planejamento para abordagem de determinados conceitos básicos necessários, em um encontro semanal realizado fora do horário normal de aulas. Os temas trabalhados a cada semana são apresentados na Tabela 1. Os temas foram escolhidos por se tratar de pré-requisitos para a disciplina de Cálculo de acordo com as necessidades de formação dos cursos Engenharia em questão.

2.2 Revisão ao longo da disciplina

De forma paralela, para outra turma de estudantes, a carga horária da disciplina de Cálculo foi aumentada em duas aulas semanais, de forma a permitir que o professor fosse capaz de revisar os conceitos de matemática elementar necessários para a compreensão do próximo tema do cálculo a ser tratado. Por exemplo, antes de diferenciar uma função trigonométrica o professor revisou brevemente os conceitos de trigonometria. Este procedimento foi seguido ao longo do semestre.

2.3 Procedimentos

As aulas de revisão foram ofertadas de maneira gratuita para todos os estudantes de Engenharia da PUCPR. A adesão à atividade foi voluntária e os estudantes foram fortemente incentivados a participar. Participaram estudantes dos seguintes cursos de Engenharia: Civil, Computação, Elétrica, Alimentos, Química, Mecânica e Mecatrônica. De forma a permitir a frequência dos estudantes às aulas de revisão, foram ofertadas turmas em 4 ocasiões durante a semana, conforme mostrado pela Tabela 2, em um horário não coincidente com as aulas do currículo normal. O tema tratado na aula de revisão foi o mesmo para todas as turmas, de acordo com o planejamento semanal apresentado na Tabela 1.

Tabela 2 – Oferta de turmas de revisão

Turma/ Revisão	Dia da semana	Horário
A	Segunda-feira	17h-19h
B	Terça-feira	17h-19h
C	Sábado	7h 30min – 9h 30min
D	Sábado	9h 30min – 10h 30min

Também foi implementada a modalidade de revisão ao longo da disciplina, aumentando a carga horária em 2 horas semanais. Este procedimento foi adotado por uma das turmas. O desempenho desta turma foi comparado com outra que não realizou este procedimento, com o mesmo professor. É importante observar que os estudantes não foram informados que seria realizado um processo de revisão, sendo as aulas incorporadas ao calendário de aulas da turma. Na verdade, nenhum estudante percebeu que em certas ocasiões desenvolvia-se uma revisão e os assuntos foram abordados naturalmente conforme a necessidade.



A métrica de desempenho avaliada será a nota média obtida pelos estudantes na disciplina de Cálculo, sem considerar a nota do exame final. Para estudar o desempenho dos estudantes que freqüentaram as aulas de reforço, a estratégia será separar, para cada turma de Cálculo, a população de *freqüentadores* e *não-freqüentadores* das aulas de reforço de cálculo e comparar o seu desempenho.

Para análise dos resultados, foi utilizado o gráfico Quantile-Quantile (*QQPlot*), descrito em CHAMBERS, *et al.* (1983). O *QQPlot* é uma ferramenta gráfica utilizada para comparar características de duas populações. Nesta técnica, o conjunto de dados é ordenado em ordem de grandeza, sendo os valores que dividem o conjunto em quatro partes iguais chamados quartis, em dez partes os decis, e em N partes, que podem corresponder ao número de dados do conjunto, os quantis. Neste gráfico, os pontos representam os quantis de cada uma das amostras, colocados nos eixos x e y . Se as duas amostras vêm da mesma população, os pontos devem estar em torno da linha diagonal em 45° sobre a origem. Comparando-se os pontos traçados no gráfico com esta linha diagonal, caso os pontos estejam em uma linha paralela à diagonal, as duas populações possuem distribuição semelhante e um processo está localizado em um nível mais alto em relação ao outro. Neste trabalho foi empregado o software estatístico R (*R_DEVELOPMENT*, 2005) para construção dos gráficos.

3 RESULTADOS OBTIDOS

3.1 Aula extra de revisão

A Tabela 3 mostra as notas médias obtidas (sem considerar o exame final) para os freqüentadores e não freqüentadores das aulas extras de revisão. Observa-se que a nota média dos estudantes participantes da atividade foi maior em todas as turmas. Nesta mesma tabela são mostrados os tamanhos das populações em estudo, onde se pode observar que a adesão à atividade foi relativamente pequena (19%, ou 68 de 317 estudantes). Para este estudo, os estudantes foram considerados freqüentes caso tenham assistido mais que 50% das aulas de reforço.

A Figura 1 mostra o *QQPlot* para as turmas de Cálculo dos cursos em estudo. No eixo horizontal são apresentados os quantis para o grupo que não freqüentou as aulas de revisão, enquanto o eixo vertical mostra os quantis para o grupo que freqüentou as aulas, de acordo com o critério estabelecido. Observa-se para os cursos de Engenharia 1, 2 e 5 que foi obtido maior ganho, principalmente para as menores notas – as maiores notas são semelhantes nas duas populações (freqüentadores e não-freqüentadores).

Para a turma da Engenharia 3, a melhoria na média ocorreu pela ausência de notas 0, e um o exame detalhado do desempenho mostra que os freqüentadores das aulas de reforço tiveram desempenho pior do que os não freqüentadores. Para a turma de Engenharia 4, o desempenho de ambos os conjuntos de estudantes é semelhante.

Tabela 3 – Turmas em estudo

Turma	Frequêntadores		Não Frequêntadores	
	Média	População	Média	População
Engenharia 1	4,2	19	3,5	54
Engenharia 2	6,8	8	6,0	29
Engenharia 3	4,7	11	3,9	88
Engenharia 4	3,0	10	2,9	55
Engenharia 5	6,3	20	5,7	91
<i>Total</i>	<i>5,00</i>	<i>68</i>	<i>4,40</i>	<i>317</i>

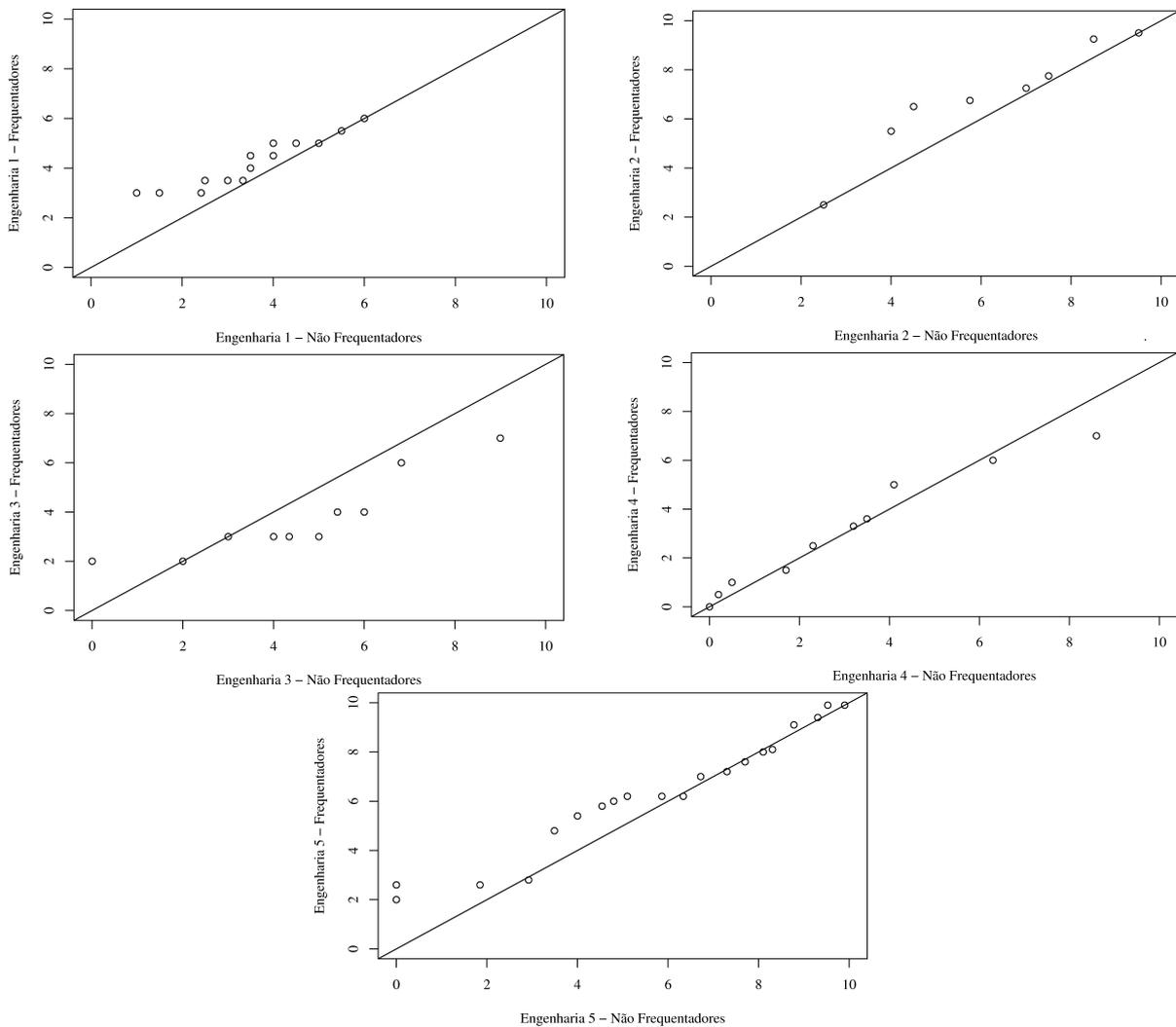


Figura 1 – Comparação das notas entre frequentadores e não frequentadores das aulas de revisão.

Outro indicador importante é a frequência dos estudantes às aulas de reforço. A Figura 2 mostra a porcentagem dos estudantes matriculados que efetivamente freqüentaram as aulas de reforço. Observa-se que ocorreu uma significativa redução na frequência às aulas de reforço ao longo do semestre.

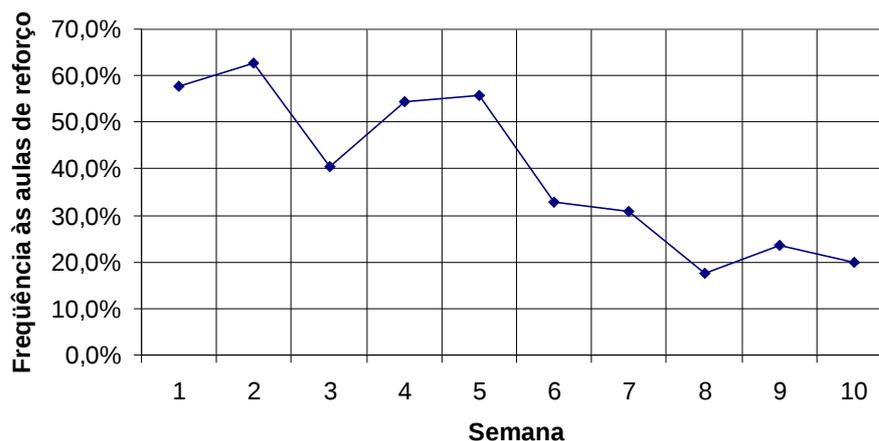


Figura 2 – Porcentagem dos estudantes matriculados que efetivamente freqüentaram as aulas de reforço ao longo das semanas de aula

3.2 Revisão ao longo da disciplina

A segunda estratégia em estudo foi a revisão ao longo do estudo de Cálculo. O curso de Engenharia 7 teve seu número de aulas acrescido de 2 aulas semanais, de modo a permitir que o procedimento de revisão fosse realizado ao longo das aulas sem prejudicar o desenvolvimento dos assuntos normalmente abordados na disciplina. Para efeito de comparação, o curso de Engenharia 6 permaneceu com a carga horária original e nesta turma os conteúdos de Cálculo foram apresentados da maneira tradicional, isto é, supondo que os estudantes tinham domínio dos conteúdos matemáticos elementares. As atividades de ambas as turmas foram conduzidas pelo mesmo professor. Alguns estudantes do curso de Engenharia 6 freqüentaram as aulas de reforço, mas estes foram retirados da população para a realização deste estudo.

A Tabela 4 mostra a nota média e o tamanho da população das turmas de Engenharia 6 e Engenharia 7. Observa-se que a nota média do curso de Engenharia 7 foi significativamente maior que o curso de Engenharia 6, apresentando uma melhoria de desempenho maior que a observada pelos alunos que freqüentaram as aulas de reforço.

Tabela 4 – Notas médias.

	Tamanho da população	Nota média
Engenharia 6	60 (1 turma)	4,64
Engenharia 7	101 (2 turmas)	5,88

A Figura 3 mostra o *QQPlot* comparando as notas obtidas pelos cursos de Engenharia 6 e Engenharia 7. Neste caso, é relevante observar que as notas menores e médias estão maiores no curso de Engenharia 7 e as notas maiores estão aproximadamente iguais, ou seja, os estudantes beneficiados com a revisão ao longo da disciplina são aqueles que realmente necessitam de auxílio. Para os estudantes com melhor desempenho, não há diferença.

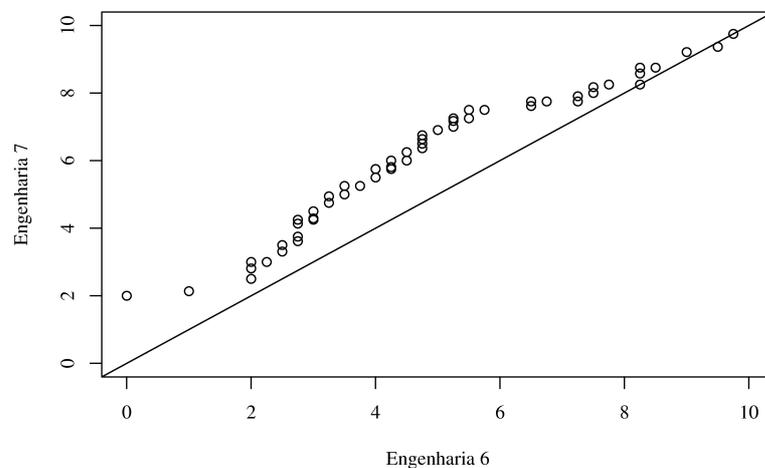


Figura 3 – *QQPlot* comparando as notas da Engenharia 6 com a Engenharia 7

4 DISCUSSÃO DE RESULTADOS

A oferta de aulas extra de reforço para matemática básica apresentou resultados positivos. No entanto, um ganho foi obtido em três dos cinco cursos, enquanto em um curso não houve alteração e em outro foi observado um desempenho pior dos estudantes que participaram da atividade. O professor que conduziu as aulas de reforço reportou baixo nível de participação dos estudantes dos cursos que apresentaram pior nota média, o que explica parcialmente o resultado obtido. Também foi observado um baixo nível de adesão às aulas de reforço (19% dos estudantes matriculados, nas turmas em estudo, na disciplina Cálculo freqüentaram a atividade), e mesmo entre os participantes o número de faltas pode ser considerado elevado. Observou-se que a melhora de desempenho concentra-se para os quantis menores, ou seja, a freqüência nas aulas de reforço tende a melhorar a nota dos estudantes que possuem maior dificuldade.

Por outro lado a aplicação da revisão ao longo da condução da disciplina de Cálculo apresentou um ganho significativo na média. Além disso, o ganho apresentado



concentra-se também fortemente nos quantis baixos e médios, favorecendo os estudantes com maior dificuldade. Nesta modalidade a frequência dos estudantes à revisão foi obrigatória, pois esta foi feita em conjunto com as aulas regulares – o estudante não sabia à priori qual assunto seria abordado, de fato, a maior parte não percebeu que estava sendo realizada uma revisão de conceitos elementares sistematicamente ao longo do semestre.

5 CONCLUSÕES

Os resultados apresentados permitem concluir que ambas as alternativas de revisão de conteúdos de matemática elementar melhoraram o desempenho dos estudantes na disciplina de Cálculo. Comparando as duas estratégias analisadas, quando a revisão foi realizada ao longo da disciplina os resultados foram melhores e o número de alunos beneficiados foi maior comparativamente com a revisão realizada em aulas extras de adesão voluntária.

A nota média dos estudantes que freqüentaram as aulas extras de revisão foi, em média, 14% superiores aos demais. A realização da revisão ao longo da disciplina aumentou as notas dos estudantes em 27% se comparado à turma que não realizou tal procedimento. Em ambos os casos, os estudantes que se beneficiaram foram os que possuíam notas baixas ou médias; ou seja, a população de estudantes que realmente necessita de auxílio foi atingida.

Com relação ao número de alunos beneficiados, a estratégia de realizar aulas extras beneficiou 19% dos estudantes, enquanto a realização da revisão ao longo da disciplina atingiu 100% dos alunos matriculados.

Com base nos resultados observados, é possível afirmar que a estratégia de realizar a revisão ao longo da disciplina de cálculo, sem avisar previamente os estudantes que tal revisão será feita, abordando conteúdos básicos antes de utilizá-los no ensino de cálculo, apresentou resultados melhores e beneficiou um número maior de alunos.

Estimamos que mais efeitos positivos deste projeto serão sentidos também posteriormente, com uma redução da evasão em função da recuperação de conceitos matemáticos básicos, principalmente dos estudantes com maior dificuldade na área. Deverão ser observados ganhos de desempenho médio em disciplinas técnicas ou de fundamentação que fazem uso dos conceitos abordados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHAMBERS, JOHN; WILLIAM CLEVELAND, BEAT KLEINER, AND PAUL TUKEY. *Graphical Methods for Data Analysis*. Wadsworth, 1983

RITLA. **Rede de Informação Tecnológica Latino-Americana (RITLA)**. Disponível em <<http://www.ritla.net>>. Acesso em junho de 2009.



INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio**. Ministério da Educação, Brasil, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP. Disponível em < <http://enade.inep.gov.br>>. Acesso em junho de 2009.

CNI e CONFEA. **Mercado de Trabalho para o Engenheiro e Tecnólogo no Brasil**. Conselho Nacional da Indústria e Conselho Federal de Engenharia, Arquitetura e Agronomia. Disponível em <http://www.cni.org.br>. 2008.

R Development Core Team, **R: A Language and Environment for Statistical Computing**, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2005, ISBN 3-900051-07-0. [Online]. Disponível em : <http://www.R-project.org>

ALTERNATIVES FOR MATHEMATIC FOUNDATIONS RECOVERY IN ENGINEERING COURSES

Abstract: *Engineering Courses usually start the teaching of differential and integral calculus in the first year, where students are confronted with the mathematical techniques to be employed later in technical disciplines. However, a number of students show disabilities with basic elements of mathematics, which should have been addressed in elementary and high school. This leads to a difficulty in learning, causing failures and high level of evasion. In this article, we present and evaluate recovery alternatives for review the basic elements of mathematics, in order to reduce the effects.*

Key-words: Education, mathematics, engineering