

MODELAMENTO VIRTUAL: UMA FERRAMENTA DE ENSINO DE FÍSICA

D. L. A. Medeiros¹; J. S. E. Germano²

Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Departamento de Física
Pç. Marechal Eduardo Gomes, n 50, Campus do CTA
São José dos Campos – SP - 12228-900
¹newtdaniel@gmail.com
²silverio@ita.br

Resumo: *O objetivo deste trabalho é mostrar como alguns softwares de modelagem de fenômenos físicos podem ajudar o ensino da física nos cursos de ensino médio e de graduação, tanto no sentido da física prática quanto teórica. Em uma primeira abordagem do nosso texto mostramos as facilidades, os atrativos e as vantagens que temos em utilizar esses softwares. E em uma segunda tomada, apresentamos através de um exemplo como esses softwares podem nos ajudar nas análises teóricas do ensino de física. Essas novas ferramentas da computação podem ajudar muitos alunos a experimentarem seus conceitos teóricos e estimular a criatividade dos mesmos.*

Palavras-chave: *Software de modelagem, Interactive Physics, Newton.*

1. INTRODUÇÃO

É evidente que, devido aos poucos recursos financeiros, muitas instituições de ensino, principalmente as de ensino médio, não possuem nenhum tipo de espaço onde os alunos dos cursos de física podem experimentar seus conceitos teóricos.

Esta carência está afastando, gradativamente, os alunos desses cursos da maior proposta da Física: a investigação experimental. Afinal, é comum escutarmos uma queixa típica dos nossos alunos: “Física, para mim, é matemática”. Uma justa crítica, já que o maior contato da maioria dos estudantes com a física é por meio dos seus recursos matemáticos.

A fim de reduzir essa carência, alguns grupos de professores tentam inserir nos meios acadêmicos alguns tipos de recursos da computação que ajudam os alunos a terem um maior contato com a física experimental. São *softwares* que modelam diversas situações físicas e as simulam em tempo bem próximo do real.

O leitor mais crítico pode pensar da seguinte forma: como uma ferramenta de modelagem virtual de física pode ajudar a suprir a necessidade dos alunos praticarem os seus conceitos por meios de experiências reais? Boa parte do que segue no texto é dirigido como resposta para esse questionamento.

De ante mão, podemos apontar alguns benefícios. O primeiro refere-se a uma tendência do governo brasileiro de investir mais em laboratórios de informática do que nos de física. Segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 22% dos alunos do ensino fundamental e 55% do médio têm acesso a salas de informática, enquanto que apenas 15% dos alunos do ensino fundamental e 46% do médio estudam em escolas com laboratórios de ciências, sendo que uma pequena parte desses laboratórios é de física. Esses laboratórios de informática poderiam ser usados para o ensino da física através desses modeladores virtuais.

Mesmo para as escolas que não possuem laboratórios de informática, esse tipo de abordagem também é conveniente, pois basta que o professor consiga um simples computador para demonstrar o uso da modelagem virtual, ao invés de esperar pela a instalação de algum laboratório de física.

Outro benefício é a rapidez e o custo praticamente zero para montar uma simulação de alguma experiência física. O item que se segue trata melhor a respeito disso.

2. MODELAGEM DE EXPERIMENTOS

Existem no mercado alguns programas que viabilizam de maneira bem fácil a construção de experimentos físicos. O *software* de nome *Interactive Physics*, desenvolvido pela *Design Simulation Technologies*, é um exemplo. Ele tem se tornado muito popular porque o ambiente de modelagem que proporciona é de fácil entendimento e as possibilidades de modelagem são enormes.

Apesar de desenvolver experimentos em um ambiente 2D, o *software* encantou a muitos jovens, sendo muitas vezes interpretado como algum tipo de jogo. Existem outros tipos de modeladores como o *software* de nome *Newton*, desenvolvido pela *Design Software*, que explora um ambiente 3D.

Muito útil em escolas de engenharia, o software pode ser usado para rápidas modelagens e para prever possíveis erros de cálculo em projetos de engenharia. Nesse trabalho, usamos, para ilustração das modelagens, o *software Interactive Physics*.

Tomemos por exemplo, a construção de mini canhão de lançamento de uma esfera, conforme a figura 1. O que ocorre basicamente é uma esfera que cai num tubo com um anteparo com molas o qual relança a esfera. Enquanto isso o canhão caminha para direita em um MRU. Em um ambiente de condições ideais, não é difícil visualizar que a esfera fica a realizar uma infinidade de saltos, sempre a atingir uma mesma altura máxima, e ela própria realiza, também, um MRU com mesma velocidade do canhão. E, assim, é fácil encontrar a equação do movimento da esfera.

Porém, na prática existem muitas variáveis não ideais, o que modifica qualquer previsão de resultado. Para esse caso, um estudante de física menos experiente diria: basta criar um novo modelo apenas inserindo atritos, coeficientes de restituições, Porém, esse tipo de procedimento ainda não é matematicamente conveniente, pois a inserção de muitas variáveis pode resultar em uma solução que não pode ser encontrada por métodos usuais.

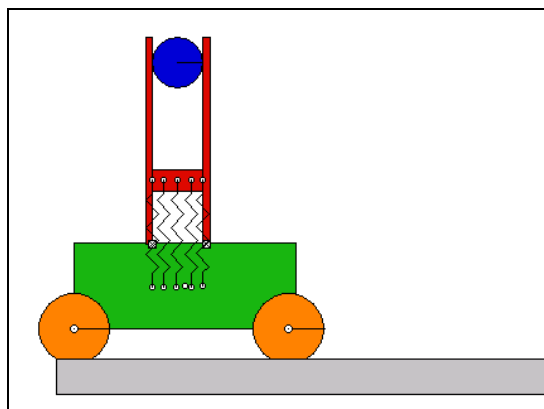


Figura 1 – O Modelamento de um mini canhão de lançamento de esferas.

Ao invés de gastar muito tempo e esforço em cima de um problema que, talvez, nem tenha solução explícita, é melhor investir alguns minutos na modelagem do mini canhão e visualizar o resultado final, ver figura 2.

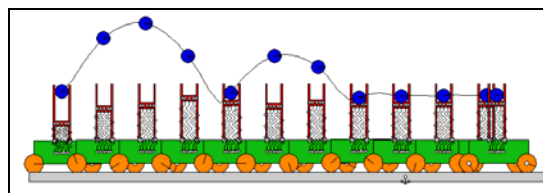


Figura 2 – Visualização do movimento da esfera.

3. O ATRATIVO DOS MODELADORES

Nas últimas linhas tratamos da necessidade de ferramentas computacionais que simulem eventos físicos com muitos parâmetros de análises. Num passado relativamente recente, para suprir essa necessidade, foram criados diversos programas não muito confortáveis do ponto de vista prático. Quase sempre acompanhados de linguagens próprias e complicadas, esses programas requeriam um grande conteúdo teórico para poder manipulá-los. Isso veio praticamente a desaparecer com os novos modeladores, que trazem uma ambiente operacional muito fácil de manipular. A figura 3 mostra a interface do *Interactive Physics*.

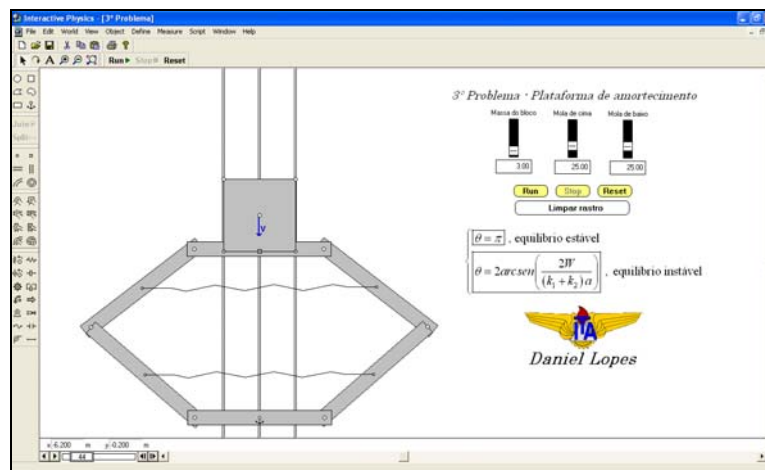


Figura 3 – Ambiente operacional do *Interactive Physics*.

Esse é provavelmente a principal razão da difusão desses *softwares* entre os alunos. Por exemplo, é possível aprender a manipular as principais funções do programa que utilizamos em algumas horas de instrução ou mesmo sozinho. Com o tempo de uso, o aluno que inicia a utilização do programa pode torná-lo uma ferramenta diária de seus estudos.

Outro aspecto importante é o fato da infinidade de simulações que podemos realizar. Mesmo operando em um ambiente em 2D, o nosso *software* nos permite implementar desde simples partículas movimentando-se no espaço devido a um campo elétrico, até uma complexa plataforma de amortecimento usando diversos componentes estruturais. E tudo isso num

ambiente em 2D, o que dispensa comentários do que é possível fazer em um ambiente em 3D como no *Newton*.

Uma grande vantagem no aspecto da análise teórica é o fato de podermos mudar facilmente os parâmetros físicos dos nossos modelamentos virtuais e analisarmos os resultados decorrentes dessas variações. Na figura 3, temos uma visualização de uma plataforma de amortecimento e ao seu lado direito temos controladores de parâmetros da massa do bloco e das constantes elásticas das molas de sustentação.

Esse tipo de análise pode-se tornar muito mais útil do que imaginamos. Os próximos itens nos mostram como um experimento relativamente simples de ser modelado pode não possuir boa solução analítica, mas quando modelado e simulado é possível obtermos uma “inspiração” para uma boa aproximação da solução.

4. UM PROBLEMA BEM COMPORTADO

Vejamos como um modelador pode nos dá uma idéia do movimento de um corpo em um problema relativamente bem comportado.

Uma pequena esfera de massa m está presa a uma mola de constante elástica k , tendo a sua outra extremidade presa a um ponto que pode girar em torno de si. Sabe-se que no instante inicial a mola tem comprimento l_0 e não está esticada nem comprimida. Todos esses elementos se encontram em um mesmo plano, onde não há gravidade. Todas as condições são ideais.

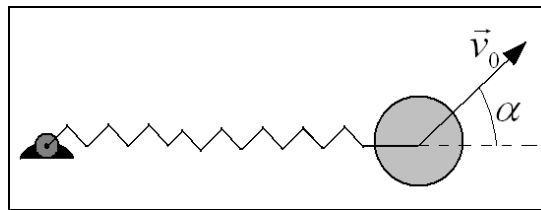


Figura 4 – Momento inicial do sistema.

Tomando um sistema de coordenadas polares, achemos a velocidades \vec{v}_r e \vec{v}_θ para qualquer instante. Vejamos a figura a seguir.

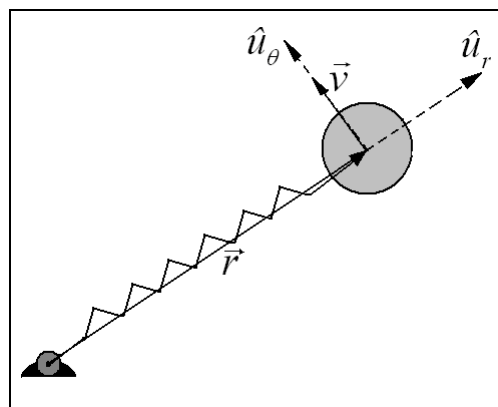


Figura 5 – As coordenadas polares.

Das coordenadas polares, vem que:

$$\begin{cases} \vec{v} = \frac{dr}{dt} \hat{u}_r + r \frac{d\theta}{dt} \hat{u}_\theta \\ m\vec{a} = m \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right) \hat{u}_r + m \left(r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{dt} \right) \hat{u}_\theta \end{cases}$$

Como não há forças atuantes na direção \hat{u}_θ :

$$m \left(r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{dt} \right) = 0$$

Fazendo: $w = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow$

$$r \frac{dw}{dt} + 2w \frac{dr}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dw}{w} = -2 \frac{dr}{r} \Rightarrow$$

$$\int_{w_0}^w \frac{dw}{w} = -2 \int_{r_0}^r \frac{dr}{r} \Rightarrow \ln w \Big|_{w_0}^w = \ln r \Big|_{r_0}^r \Rightarrow$$

$$\ln \left(\frac{w}{w_0} \right) = \ln \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-2} \Rightarrow w = \frac{w_0 r_0^2}{r^2}$$

Pelas condições iniciais:

$$r_0 = l_0 \text{ e } w_0 = \frac{v_0 \text{sen} \alpha}{l_0} \Rightarrow \boxed{w = \frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r^2}}$$

E sabendo que na direção \hat{u}_r , só atua a força elástica, temos que:

$$m \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right) = -k(r - l_0) \Rightarrow$$

$$m \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r^2} \right)^2 \right) = -k(r - l_0) \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{d^2r}{dt^2} + \frac{k}{m} r - \frac{(v_0 \text{sen} \alpha l_0)^2}{r^3} = \frac{kl_0}{m}}$$

Com isso, para descobirmos a equação da trajetória da esfera, basta resolvermos o sistema (1) de EDO's a seguir.

$$\begin{cases} r'' + \frac{k}{m}r - \frac{(v_0 \text{sen} \alpha l_0)^2}{r^3} = \frac{kl_0}{m} \\ \theta' = \frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r^2} \end{cases} \quad (1)$$

Mesmo para os mais corajosos, resolver o sistema (1) é uma tarefa bastante enfadonha, se é que ela possui solução explícita. Se o sistema realmente possuir solução explícita, estará essa solução num formato relativamente simples? Provavelmente, não! Para vermos isso, basta condicionar o movimento!

Sabemos que a solução geral engloba uma das possibilidades de movimento que é o MCU. Ou seja, que condição podemos impor ao nosso modelo para que o movimento da esfera a partir de algum momento se torne um MCU? No nosso caso, escolhemos achar o comprimento inicial da mola l_0 para que ocorra, em algum momento, um MCU.

Como ocorre conservação da energia cinética:

$$\begin{aligned} \frac{mv_0^2}{2} &= \frac{mv^2}{2} + \frac{k(r-l_0)^2}{2} \Rightarrow v^2 = v_0^2 - \frac{k(r-l_0)^2}{m} \Rightarrow \\ \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\theta}{dt}\right)^2 &= v_0^2 - \frac{k(r-l_0)^2}{m} \Rightarrow \\ (v_r)^2 + \left(\cancel{\frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r^2}}\right)^2 &= v_0^2 - \frac{k(r-l_0)^2}{m} \Rightarrow \\ \boxed{(v_r)^2 = v_0^2 - \frac{k(r-l_0)^2}{m} - \left(\frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r}\right)^2} \end{aligned}$$

Para que a esfera entre em MCU, deverá existir algum momento que ocorra:

$$\frac{m(v_\theta)^2}{r} = k(r-l_0) \text{ e } v_r = 0$$

Daí:

$$\frac{m\left(\frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r}\right)^2}{r} = k(r-l_0) \Rightarrow m(v_0 \text{sen} \alpha l_0)^2 = kr^3(r-l_0)$$

Tem-se ainda que:

$$\begin{aligned} v_r = v_0^2 - \frac{k(r-l_0)^2}{m} - \left(\frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r}\right)^2 &= 0 \Rightarrow \\ v_0^2 = \frac{k(r-l_0)^2}{m} + \left(\frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r}\right)^2 \end{aligned}$$

Então, temos o seguinte sistema (2), no qual devemos eliminar a variável r :

$$\begin{cases} m(v_0 \operatorname{sen} \alpha l_0)^2 = kr^3(r - l_0) \\ v_0^2 = \frac{k(r - l_0)^2}{m} + \left(\frac{v_0 \operatorname{sen} \alpha l_0}{r}\right)^2 \end{cases} \quad (2)$$

Logo:

$$\begin{aligned} (r - l_0) &= \frac{m(v_0 \operatorname{sen} \alpha l_0)^2}{kr^3} \Rightarrow \\ v_0^2 &= \frac{k \left(\frac{m(v_0 \operatorname{sen} \alpha l_0)^2}{kr^3} \right)^2}{m} + \left(\frac{v_0 \operatorname{sen} \alpha l_0}{r} \right)^2 \Rightarrow \\ v_0^2 &= \frac{m(v_0)^4 (\operatorname{sen} \alpha l_0)^4}{kr^6} + \frac{(v_0 \operatorname{sen} \alpha l_0)^2}{r^2} \Rightarrow \\ 1 &= \frac{m(v_0)^2 (\operatorname{sen} \alpha l_0)^4}{kr^6} + \frac{(\operatorname{sen} \alpha l_0)^2}{r^2} \Rightarrow \\ kr^8 - kr^4 (\operatorname{sen} \alpha l_0)^2 - m(v_0)^2 (\operatorname{sen} \alpha l_0)^4 &= 0 \end{aligned}$$

Fazendo $r^4 = x$, temos que:

$$\begin{aligned} kx^2 - k(\operatorname{sen} \alpha l_0)^2 x - m(v_0)^2 (\operatorname{sen} \alpha l_0)^4 &= 0 \Rightarrow \\ x &= \frac{k(\operatorname{sen} \alpha l_0)^2 \pm \sqrt{k^2 (\operatorname{sen} \alpha l_0)^4 + 4km(v_0)^2 (\operatorname{sen} \alpha l_0)^4}}{2k} \end{aligned}$$

Como $k(\operatorname{sen} \alpha l_0)^2 \leq \sqrt{k^2 (\operatorname{sen} \alpha l_0)^4 + 4km(v_0)^2 (\operatorname{sen} \alpha l_0)^4}$ e $r \geq 0$, escolhemos o caso “+”:

$$\begin{aligned} \Rightarrow r^4 &= \frac{k(\operatorname{sen} \alpha l_0)^2 + (\operatorname{sen} \alpha l_0)^2 \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2}}{2k} \\ \Rightarrow r &= \sqrt{\operatorname{sen} \alpha l_0} \sqrt[4]{\frac{k + \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2}}{2k}}. \end{aligned}$$

Voltando ao sistema (2) e substituindo a valor encontrado de r :

$$m(v_0 \text{sen} \alpha l_0)^2 = kr^4 - kl_0 r^3 \Rightarrow$$

$$(v_0 \text{sen} \alpha l_0)^2 = \frac{(\text{sen} \alpha l_0)^2 (k^2 + k\sqrt{k^2 + 4kmv_0^2})}{2mk}$$

$$-\frac{kl_0}{m} \left(\sqrt{\text{sen} \alpha l_0} \sqrt[4]{\frac{k + \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2}}{2k}} \right)^3$$

Eliminando alguns termos:

$$v_0^2 = \frac{(k^2 + k\sqrt{k^2 + 4kmv_0^2})}{2mk} - \frac{kl_0}{m} \frac{1}{\sqrt{\text{sen} \alpha l_0}} \left(\sqrt[4]{\frac{k + \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2}}{2k}} \right)^3$$

$$= \frac{(k + \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2})}{2m} - \frac{k\sqrt{l_0}}{m} \frac{1}{\sqrt{\text{sen} \alpha}} \left(\sqrt[4]{\frac{k + \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2}}{2k}} \right)^3 \Rightarrow$$

$$\frac{k\sqrt{l_0}}{m} \frac{1}{\sqrt{\text{sen} \alpha}} \left(\sqrt[4]{\frac{k + \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2}}{2k}} \right)^3 = \frac{(k + \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2})}{2m} - v_0^2 \Rightarrow$$

$$l_0 = \text{sen} \alpha \left(\frac{m}{k} \right)^2 \left(\sqrt[4]{\frac{k + \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2}}{2k}} \right)^{-6} \left(\frac{(k + \sqrt{k^2 + 4kmv_0^2})}{2m} - v_0^2 \right)^2$$

Observando que a expressão encontrada de l_0 é bastante complicada, podemos afirmar que a solução geral não deve possuir um formato simples.

Esse problema reflete um fato bem interessante. Quando se estuda analiticamente qualquer experimento, normalmente temos a intenção de abordá-lo no sentido mais generalizado possível, tentando determinar as famosas “equações gerais” do problema. Porém, tomando como exemplo a resolução desse problema, que reflete um experimento relativamente bem comportado, podemos afirmar que encontrar a equação geral do movimento será um trabalho por demais complicado. Isso é bem lógico, pois, quando condicionamos o movimento a ser um MCU em algum momento, estamos tomando apenas uma das possibilidades de trajetórias e mesmo assim conseguimos uma condição analítica bem complicada.

5. COMO UM MODELADOR PODE NOS AJUDAR?

Modelemos o problema do item anterior em um software. A figura a seguir exemplifica como é uma das possibilidades de trajetória da esfera, para o caso:

$$\begin{cases} m = 10\text{kg}; \vec{v}_0 = (2i + 2j)\text{m/s} \\ k = 100\text{N/m}; l_0 = 4\text{m} \end{cases}$$

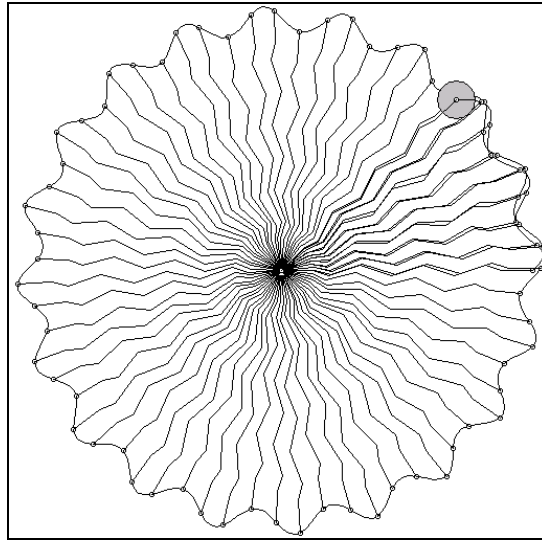


Figura 6 – Movimento da esfera.

Com essa ilustração, podemos perceber que a trajetória da esfera se assemelha a uma flor de muitas pétalas. Com ela conseguimos a inspiração de perceber que a mola tende a realizar um MHS na direção \hat{u}_r , enquanto que a esfera tende a manter uma velocidade constante na direção \hat{u}_θ , para que o movimento seja tão parecido com MCU.

Essa inspiração pode ainda ser útil para conseguirmos uma equação aproximada do movimento e determinar uma maneira de encontrar o número aproximado de pétalas do movimento da esfera.

Suponhamos que v_0 e α sejam valores pequenos. Então, podemos desprezar do sistema (1) o termo $\frac{(v_0 \text{sen} \alpha l_0)^2}{r^3}$, que, na prática, se torna bem pequeno. Daí:

$$\begin{cases} r'' + \frac{k}{m}r = \frac{kl_0}{m} \\ \theta' = \frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{k}{m}(l_0 - r) \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{v_0 \text{sen} \alpha l_0}{r^2} \end{cases}$$

$$\text{Como } v_r = \frac{dr}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dr}{v_r} \Rightarrow v_r dv_r = \frac{k}{m}(l_0 - r) dr \Rightarrow$$

$$\int_{v_0 \cos \alpha}^{v_r} v_r dv_r = \int_{l_0}^r \frac{k}{m} (l_0 - r) dr \Rightarrow \frac{v_r^2}{2} \Big|_{v_0 \cos \alpha}^{v_r} = \frac{kl_0}{m} r \Big|_{l_0}^r - \frac{kr^2}{2m} \Big|_{l_0}^r \Rightarrow$$

$$\frac{v_r^2}{2} - \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{2} = \frac{kl_0}{m} r - \frac{kl_0^2}{2m} - \frac{kr^2}{2m} + \frac{kl_0^2}{2m} \Rightarrow$$

$$\frac{v_r^2}{2} - \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{2} = \frac{kl_0}{m} r - \frac{kl_0^2}{2m} - \frac{kr^2}{2m} \Rightarrow$$

$$\frac{v_r^2}{2} - \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{2} = \frac{-k}{2m} (l_0^2 - 2l_0 r + r^2) \Rightarrow$$

$$v_r^2 = (v_0 \cos \alpha)^2 - \frac{k}{m} (r - l_0)^2 \Rightarrow$$

$$\int_{l_0}^r \frac{dr}{\sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 - \frac{k}{m} (r - l_0)^2}} = \int_0^t dt.$$

Fazendo a mudança:

$$(r - l_0) = v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \operatorname{sen} \varphi \Rightarrow dr = v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \cos \varphi d\varphi.$$

Com isso:

$$\int_0^\varphi \frac{v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \cos \varphi d\varphi}{v_0 \cos \alpha \cos \varphi} = \int_0^t dt \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{k}} \int_0^\varphi d\varphi = \int_0^t dt \Rightarrow \varphi = \sqrt{\frac{k}{m}} t \Rightarrow$$

$$(r - l_0) = v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) \Rightarrow \boxed{r = l_0 + v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right)}.$$

Daí:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v_0 \operatorname{sen} \alpha l_0}{r^2} \Rightarrow$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v_0 \operatorname{sen} \alpha}{l_0 + 2v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) + \underbrace{\left(v_0 \cos \alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) \right)^2}_{\cong 0}}$$

$$\Rightarrow d\theta = \left(\frac{v_0 \operatorname{sen} \alpha}{l_0} \right) \left(1 + \underbrace{2 \frac{v_0}{l_0} \cos \alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right)}_{\text{muito pequeno}} \right)^{-1} dt.$$

Como sabemos $(1+x)^a \approx 1+ax$ quando x for muito menor do que 1. Logo:

$$\int_0^\theta d\theta = \left(\frac{v_0 \text{sen}\alpha}{l_0} \right) \left(\int_0^t dt - 2 \frac{v_0}{l_0} \cos\alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \int_0^t \text{sen} \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) dt \right)$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{v_0 \text{sen}\alpha}{l_0} t + \left(\frac{v_0}{l_0} \right)^2 \text{sen}(2\alpha) \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right).$$

Então as equações aproximadas do movimento são:

$$\begin{cases} r = l_0 + v_0 \cos\alpha \sqrt{\frac{m}{k}} \text{sen} \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) \\ \theta = \frac{v_0 \text{sen}\alpha}{l_0} t + \left(\frac{v_0}{l_0} \right)^2 \text{sen}(2\alpha) \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) \end{cases}$$

Para acharmos o número de pétalas do movimento, consideremos que as condições são tais que quando θ completar um ciclo, r terá completado, perfeitamente, o número de n oscilações, onde n é o número de pétalas. Então, devemos ter:

$$n T_r^{\text{período}} = T_\theta^{\text{dar uma volta}} \Rightarrow$$

$$n \cancel{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}} = T_\theta^{\text{dar uma volta}} \cong \frac{2\pi l_0}{v_0 \text{sen}\alpha} \Rightarrow$$

$$\boxed{n \cong \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{l_0}{v_0 \text{sen}\alpha}}$$

Apesar das muitas aproximações na dedução, a última expressão encontrada realmente tem boa aplicabilidade para o problema. Por inspeção, percebemos que as condições a seguir resultam na trajetória da Figura 6.

$$\begin{cases} m = 9,6 \text{ kg}; \vec{v}_0 = (2i + 2j) \text{ m/s} \\ k = 50 \text{ N/m}; l_0 = 4 \text{ m} \end{cases}$$

Como $\theta = \frac{\pi}{4}$ e $v_0 = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$ não são valores pequenos, podemos afirmar que essas condições estão longe do formato proposto na dedução. Porém, quando encontramos o valor de n pela fórmula encontrada:

$$n \cong \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{l_0}{v_0 \text{sen}\alpha} \cong 4,5643\dots$$

encontramos um valor próximo de 5, que é o número real de pétalas da trajetória.

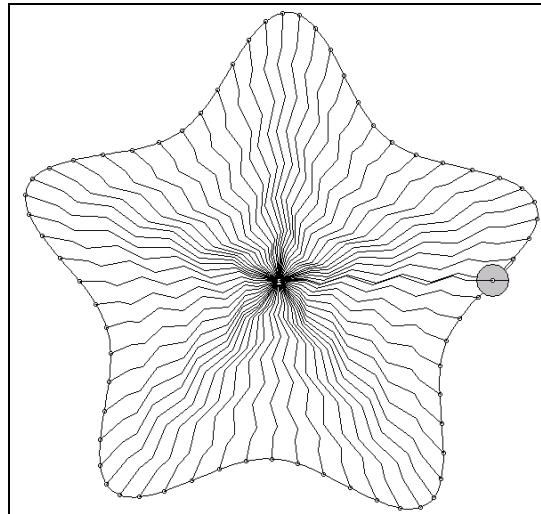


Figura 7 – Trajetória de 5 pétalas.

6. CONCLUSÃO

Tendo visto os benefícios do uso de modeladores, podemos afirmar que esses tipos de *softwares* podem ser muito úteis no ensino da física clássica. Tanto no sentido de construção experimental quanto no sentido de auxílio em problemas teóricos, esses tipo de modeladores podem facilitar a aprendizagem da física no atual mundo informatizado.

Muito embora os *softwares*, como o *Interactive Physics*, sejam operacionalmente mais simples em comparação com outros softwares mais voltados para uma análise mais formal dos problemas físicos, ainda existem algumas dificuldades que os professores de física podem encontrar no uso desses. O maior dessas é o fato de que as melhores versões desses *softwares* estão escritos em inglês, uma deficiência que ainda persiste nos currículos escolares. Talvez seja esse um dos maiores motivos de alguns insucessos na aplicação de alguns projetos de softwares de modelamento na rede pública.

É relevante frisar que *softwares* de modelamento virtual não são a garantia total de sucesso no ensino da física, pois, como sabemos, existem grandes problemas no ensino de base das nossas instituições. Além disso, é necessário que haja algum tipo capacitação dos professores para que os mesmo estejam aptos a manipulação desse tipo de *software*. Porém, a maior dádiva que o uso desses pode nos proporcionar é o estímulo dos alunos para a aprendizagem da física.

7. BIBLIOGRAFIA

AZEVEDO, TÂNIA C. A. MACEDO; WHITAKER, MARISA ANDREATA. **Análise de estratégia de metodologia de ensino dos conceitos de força e trabalho utilizando o computador como instrumento de ensino.** Relatório de projeto. Faculdade de Engenharia da UNESP. Disponível em: <http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2002/analisedestrategia.pdf>. Acessado em: 19/03/2008.

SZPIGEL, SÉRGIO; MUSTARO, POLLYANA NOTARGIACOMO; KAUFMANN, MARIANA LEVIT. **Ensino e Aprendizagem de Física no Ciberespaço.** Relatório de projeto.

Universidade Presbiteriana Mackenzie, Abril de 2004. Disponível em: <http://www.abed.org.br/congresso2004/por/htm/051-TC-B2.htm>. Acessado em: 18/03/2008.

FIOLHAIS, CARLOS; TRINDADE, JORGE. *Física no Computador: O computador como uma ferramenta no ensino e na aprendizagem das ciências físicas*. Disponível em: biblioteca.universia.net/html_bura/ficha/params/id/549701.html. Acessado em: 03/05/2008.

ARANHA, ANA. Revista Época. **Quanto custa educar direito?** Disponível em: <http://revistaepoca.globo.com/Revista/Epoca/0,,EDG77122-6014-466,00.html>. Acessado em: 22/01/2008.

3D Multimedia Lab for Exploring Physics. Explicações do *software Newton*. Disponível em: <http://www.dsmm.net/English/newton/index.php>. Acessado em: 16/02/2008.

VIRTUAL MODELING: A TOOL FOR PHYSICS EDUCATION

Abstract: *The objective of this work is to illustrate the use of modeling software of physical systems in physics teaching in high school and graduation, both the physical practice as theoretical. A first approach of the text shows the facilities, the attractions and advantages of using such software. Second, by presenting an example of how such software can help us in the theoretical analysis of the physics teaching. These new tools can help students test their own theoretical concepts and stimulate creativity.*

Key-words: *Software modeling, Interactive Physics*