A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO EM PROJETOS INTERDISCIPLINARES

Roberto Fecchio
Centro Universitário Fundação Santo André – Fac. de Engenharia "Eng. Celso Daniel"
Rua Príncipe de Gales, 821
09060-650 – Santo André – S.P.
rfecchio@terra.com.br

Resumo: *Este estudo examina o envolvimento e acompanhamento de um grupo de alunos de graduação do Curso de Engenharia de Computação da Faculdade de Engenharia "Eng. Celso Daniel" do Centro Universitário Fundação Santo André - CUFSA na realização de um projeto interdisciplinar, que utiliza a Modelagem Matemática como recurso didático.*
O projeto é uma experiência em Ensino a Distância, semi-presencial, dividido em atividades realizadas pelo grupo fora da sala de aula, monitoradas através de reuniões presenciais, com material didático postado na plataforma Moodle, disponibilizada pela CUFSA e avaliação presencial. Tal estudo demandou tempo de aproximadamente 20% da carga horária semanal da disciplina Cálculo Diferencial e Integral durante cinco semanas. As atividades foram propostas com a intenção de aliar os saberes adquiridos em sala de aula e as experiências pessoais dos integrantes do grupo, a fim de estabelecer conexões interdisciplinares, modelar situações do cotidiano, analisar e relatar os resultados obtidos. Constatou-se que houve uma grande aceitação e interação dos elementos do grupo, estimulados pelo desafio e pela aplicação dos conhecimentos teóricos. O relato da experiência e a avaliação dos resultados obtidos pelos alunos mostrou ganhos no processo de ensino e aprendizagem da disciplina, oportunidades de aplicação e reflexão sobre situações reais, além de proporcionar novos questionamentos e redirecionamentos ao professor-orientador.

Palavras-chave: *Modelagem matemática, ensino a distância, cálculo diferencial e integral*

1. INTRODUÇÃO

O ensino do Cálculo Diferencial e Integral na graduação, principalmente no ciclo básico dos cursos de engenharia tem sido alvo de críticas que apontam para a necessidade de adequá-lo às novas tendências educacionais, como por exemplo a interdisciplinaridade, o trabalho em grupo e a utilização das novas tecnologias.

Uma análise dos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, dos Seminários Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática, do Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, confirma alguns dados preocupantes sobre as deficiências apresentadas pelos alunos ingressantes, frequentemente apontada como fator determinante de altos índices de reprovação, de acordo com BARUFI (apud REZENDE, 2004).

Segundo FIGUEIREDO (2007), no primeiro semestre dos cursos de Engenharia, tem sido usual a realização de cursos "preparatórios" para a disciplina de Cálculo. Tais cursos têm como meta minimizar o problema da "falta de base" através de uma revisão do conteúdo do Ensino Médio, incluindo, por vezes, um viés interdisciplinar.

Com o objetivo de enriquecer a formação dos alunos de Ciências Exatas e Engenharias adotamos nos cursos introdutórios de Cálculo, uma abordagem interdisciplinar. Com o avanço da tecnologia, os conhecimentos básicos passam a adquirir uma maior importância quando comparados aos das disciplinas técnicas, algumas vezes superadas pela velocidade crescente de processamento de novas informações. Além disso, os altos índices de reprovação e evasão nestes cursos e o cuidado que devemos ter com a transição do 2º para o 3º grau nos levam a intervir de maneira inovadora, nos cursos básicos de Matemática (FIGUEIREDO, 2007).

Inúmeros trabalhos, desenvolvidos com o objetivo de superar tais problemas, têm apresentado uma profunda conexão com diversas temáticas na área de Educação Matemática, como por exemplo, Modelagem, Novas Tecnologias no Ensino, Linguagem, Formação de Professores entre outras.

De acordo com REZENDE (2004), no I SIPEM (realizado em Serra Negra, em novembro de 2000) oito dos onze trabalhos apresentados estavam diretamente relacionados ao ensino de Cálculo; no VII ENEM (realizado na UFRJ, em julho de 2001) mais especificamente no grupo de trabalho "*Educação Matemática no Ensino Superior*", cinco dos onze trabalhos apresentados estavam relacionados a este tema; e, mais recentemente, no II SIPEM (realizado em Santos em novembro de 2003) nove, dos quinze trabalhos apresentados, estavam relacionados ao tema em destaque".

Em geral, o ciclo básico dos cursos de engenharia apresenta disciplinas estanques, fragmentadas, originando assim dificuldades que se contrapõem à formação profissional do engenheiro, que exige versatilidade, visão integrada, trabalho em equipe, ambiente globalizado. De acordo com BIEMBEMGUT & HIEN (2000), o conhecimento matemático deve ir além das simples resoluções de questões matemáticas, muitas vezes sem significado algum para o aluno e levá-lo a adquirir uma melhor compreensão tanto da teoria quanto da natureza do problema a ser modelado.

Autores como ABRANTES (1995), VILLERS (1998) CHEVALLARD (2001) e BASSANEZI (2002) chamaram a atenção para a utilização da modelagem e de projetos interdisciplinares como fator motivador para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Para CHEVALLARD (2001), um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos para responder as questões inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade matemática pode ser identificada, portanto, com uma atividade de Modelagem Matemática.

Segundo BASSANEZI (2002), o objetivo fundamental do 'uso' de matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formaliza-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma a matemática pode ser vista como um instrumento intelectual capaz de sintetizar idéias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância".

Investigando sobre as abstrações matemáticas de uma equipe de engenheiros na prática da Engenharia Civil, NOSS & KENT (2000) revelaram que a engenharia pode ser vista como uma plataforma de testes e um importante exemplo de aplicação da Matemática, onde os significados e entendimentos são moldados epistemológica e psicologicamente por atividades da prática profissional. Os autores também relatam um certo relacionamento "esotérico" entre o engenheiro e o computador, onde muitos afirmaram que não compreendiam o que o computador fazia, mas sabiam informar os dados de entrada e acreditavam nas respostas obtidas na saída. (tipo caixa-preta) Outra característica observada na prática foram os *códigos*: regras ou formulários do tipo "se – então" onde valores eram atribuídos a um conjunto de parâmetros (matemáticos ou não) para produzir resultados esperados pela equipe. As abordagens para a análise de estruturas variam ao longo de um espectro qualitativo-quantitativo, desde o uso explícito e exato da Matemática ou de métodos computacionais até aproximações grosseiras baseadas na sensibilidade. As decisões são tomadas a partir da comparação das duas abordagens (NOSS & KENT, 2000).

Diversos argumentos têm sido utilizados para enfatizar a importância do trabalho em grupo. O desenvolvimento de aspectos sociais, tais como, interação, responsabilidade, cooperação, capacidade de negociar e comunicar-se na linguagem de um grupo é um destes argumentos (FERRUZZI et al, 2003). De acordo com FERNANDES (2000), através das interações com os outros, o indivíduo passa a dominar novos conhecimentos. O conflito gerado na interação dos indivíduos pode beneficiar mutuamente as pessoas que se encontram num mesmo nível de desenvolvimento cognitivo, mas que, entretanto, analisam uma determinada situação com perspectivas diferentes.

Acreditamos que o trabalho em grupo proporciona também condições favoráveis ao cumprimento de diversos tópicos previstos pelas Diretrizes Curriculares, MEC (2002), tais como:

- planejar, supervisionar, elaborar e coordenar projetos e serviços de engenharia;
- comunicar-se eficientemente nas formas escrita, oral e gráfica;
- atuar em equipes multidisciplinares;
- compreender e aplicar a ética e a responsabilidade profissionais.

Neste contexto, argumentamos que: a) a “falta de base” não é um problema específico do ensino de Cálculo, mas que também afeta com a mesma gravidade, outras disciplinas do curso superior, cujos índices de reprovação nem sempre são tão alarmantes quanto os do Cálculo; b) que o uso das novas tecnologias como recurso auxiliar puro e simples, como por exemplo, os *softwares* Scilab, Winplot, Derive, Mathlab e outros, há quase uma década em diversas Instituições de Ensino Superior – I.E.S. vinculadas ao ensino do Cálculo, além de apresentarem algumas limitações técnicas e pedagógicas, (como por exemplo, erros na determinação do domínio de funções que envolvem quociente de raízes de índice par encontrados nos *softwares* Derive e Mathcad) não contribuíram decisivamente para a diminuição dos citados índices de retenção ; c) que existem situações de aprendizagem construídas na prática, no ambiente de trabalho, através da interação entre os indivíduos e que dependem de uma linguagem própria.

Atualmente, com os recursos do EaD podemos criar e explorar situações de aprendizagem que dificilmente seriam obtidas em sala de aula como por exemplo, a oportunidade de formação de grupos de trabalho, pesquisas com profissionais que atuam na área, utilização da internet, fórum de discussões e outros.

2. MODELAGEM & EaD

Com este trabalho, pretendemos dar uma pequena contribuição para a solução de alguns questionamentos, ao relatar e analisar o envolvimento de um grupo de alunos do 9º semestre do curso de Engenharia de Computação do CUFSA, dependentes da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, com um projeto interdisciplinar, aplicado a uma situação real, que utiliza a Modelagem Matemática como recurso didático e acompanhado a distância por um professor-orientador.

Trata-se de uma pesquisa participativa, realizada fora da sala de aula, monitorada por reuniões presenciais e com material de apoio teórico postado na plataforma Moodle, disponível pelo CUFSA. As ações dos componentes do grupo foram registradas por meio de três instrumentos: observações do professor-orientador, relatório postado pelo grupo e avaliação presencial. No final, foram interpretadas com o objetivo de buscar indícios característicos de envolvimento e aprendizagem. Optamos por uma atividade semi-presencial de nível 2, segundo TORI (2003), ou seja uma integração harmoniosa entre as ações presenciais e virtuais, tendo em vista que a instituição contava com infra-estrutura computacional e de monitoria e que os alunos do grupo já estavam familiarizados com o uso de novas tecnologias.

A análise dos resultados revelou que, apesar do interesse demonstrado pelos alunos, o ambiente proporcionado pelas reuniões presenciais e pelo material de apoio, exigiu por parte do professor-orientador, alterações significativas, para garantir a conclusão do trabalho de modo satisfatório.

O trabalho, inicialmente dirigido aos alunos dependentes da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, poderá contribuir para a reestruturação do Projeto Pedagógico da instituição, de acordo com a Portaria 2.253 do Ministério da Educação, BRASIL (2001), que permite utilizar 20% da carga horária da disciplina com atividades não-presenciais.

Segue o relato de alguns momentos escolhidos das participações dos alunos nas diversas fases da modelagem, adaptadas a partir do esquema simplificado de BASSANEZZI (2002). Partes do Relatório do Projeto, entregue pelo grupo de alunos foram copiados (em itálico) e complementadas com as observações do professor-orientador.

3. APLICAÇÃO DA MODELAGEM NUM PROJETO INTERDISCIPLINAR

Reunião nº 1: Neste encontro, foram apresentados os três componentes do grupo: Artur, Bia e Cezar (os nomes são fictícios); foram colocadas as senhas de acesso ao material de apoio postado no Moodle, onde estão descritas as tarefas das próximas fases e sanadas as primeiras dúvidas.

Segue uma cópia dos dados e tarefas do projeto, disponibilizado para os componentes do grupo

VERIFICAÇÃO DA LEI DE TORRICELLI

***Objetivo**:*

A Lei de Torricelli trata da taxa do escoamento de fluidos de um reservatório. Neste projeto vamos verificá-la experimentalmente utilizando um reservatório cilíndrico com diâmetro constante. Neste caso, ela pode ser simplificada de modo que a taxa de variação da altura h do nível de água em relação ao tempo t é proporcional à raiz quadrada da altura h da água, ou seja, ela pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{dh}{dt} = k.\sqrt{h} \text{ , onde } k \text{ é uma constante.} \qquad (1)$$

Ignorando-se a Lei de Torricelli, é razoável supor que a taxa de variação da altura h do nível de água em relação ao tempo t é constante, ou seja a equação matemática correspondente é

$$\frac{dh}{dt} = k, \text{ onde } k \text{ é uma constante} \qquad (2)$$

Nosso objetivo neste projeto é decidir, com auxílio de recursos do Cálculo, qual das duas hipóteses é a mais adequada e em seguida utilizá-la numa aplicação simples.

Roteiro:

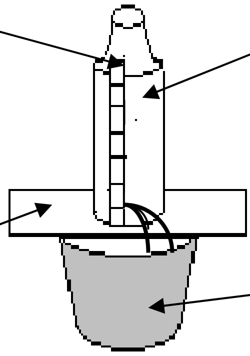
Este projeto começa com um experimento físico realizado por três pessoas e o equipamento abaixo discriminado:

1. uma garrafa plástica de refrigerante de dois litros, vazia;
2. um pedaço de fita adesiva;
3. um lápis e uma régua;
4. um balde ou pia para escoar a água e

5. um relógio digital

Tarefa:

1. *Experimentação: Realize o experimento abaixo discriminado:*
1.1. *Fixe a régua na garrafa com a fita adesiva, de modo que o número zero da régua coincida com a altura do furo e de modo que a graduação da régua aumente em direção ao topo da garrafa, a fim de que ela possa ser usada para medir as alturas dos níveis da água acima do furo.*
1.2. *Coloque o balde no chão (ou numa outra superfície horizontal), a tábua na parte superior do balde e a garrafa sobre a tábua, de modo que a água que sai do furo da garrafa vá para dentro do balde.(veja o esquema seguinte).*



1.3. *Uma pessoa tapa o furo com um dedo, enche a garrafa de água e assinala o nível da água na régua. Uma segunda pessoa com o relógio fica designada como cronometrista e uma terceira pessoa fica responsável por anotar os dados. Ao sinal do cronometrista, a primeira pessoa retira o dedo do furo e deixa a água escorrer para o balde. O cronometrista contará em voz alta os segundos de dez em dez, por exemplo ´´1,2,3,...,10;1,2,...,10...`` Cada vez que ouvir o número 10 a primeira pessoa fará a leitura da altura da água e a terceira pessoa anotará numa tabela os valores do tempo e da altura.Faça uma tabela com duas colunas, uma para a variável t e outra para h*
1.4. *Utilize o* software *cedido pelo professor para desenhar o gráfico e para obter a função h(t) a partir da tabela.*
2. *Abstração: Faça uma pesquisa (bibliográfica,entrevista etc.) justifique teoricamente a Lei de Torricelli a partir da Equação de Bernoulli.*
3. *Resolução: Agregue as condições iniciais tiradas da tabela às hipóteses (1) e (2): Em t = 0 a água começa a fluir da garrafa para o balde. Vamos designar por h_0 a altura inicial da água (indica-se por $h(0) = h_0$). Sendo $t = t_1$ o tempo correspondente à medição da última altura e sendo h_1 a última altura, temos $h(t_1) = h_1$. Então o modelo matemático para a altura do nível da água na garrafa segundo a nossa hipótese é dado por:*

$$\frac{dh}{dt} = k \,, \ \text{onde} \ \ h(0) = h_0 \ \ e \ \ h(t_1) = h_1 \qquad (3)$$

Por outro lado, pela Lei de Torricelli, ele é dado por:

$$\frac{dh}{dt} = k.\sqrt{h} \,, \ \text{onde} \ \ h(0) = h_0 \ \ e \ \ h(t_1) = h_1 \qquad (4)$$

3.1. *Resolva as equações (3) e (4) e determine a função correspondente* $h(t)$

4. Validação: Utilize o software cedido pelo professor (ou uma calculadora gráfica), esboce os gráficos das funções encontradas e compare-os com os resultados obtidos experimentalmente.
***4.1.** Qual o modelo matemático que melhor se adapta ao fenômeno físico?*
***4.2.** Dê pelo menos três motivos que justifiquem as eventuais diferenças encontradas em 4.1.*
***5.** Aplicação: A partir da solução encontrada em 3.1., faça uma estimativa de cálculo para o diâmetro do furo por onde saiu a água.Na sua opinião, o resultado obtido é razoável ?*

Comentário 1: Nesta primeira reunião os alunos demonstraram grande interesse em participar do projeto. Perguntaram sobre a nota que seria atribuída e se poderiam contar com a ajuda os monitores. Ficou esclarecido que a nota, caso os resultados fossem satisfatórios, seria a nota de atividade **A** da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, correspondente a 20% da média **M** final, a ser atribuída após a postagem do Relatório do Projeto. Os demais 80% seriam obtidos da nota **P** de uma prova presencial, sobre Equações Diferenciais (**M** = 0,2.**A**+0,8.**P**). O conteúdo para a prova presencial é o mesmo do curso presencial de Cálculo, itens 1, 2, 3 e 4, sobre Integrais e Equações Diferenciais, disponível em http://www.moodle.fsa.br/course/view.php?id=112 Durante todo o tempo (período letivo) estariam disponíveis monitores de Cálculo e Física. Além disso, as dúvidas poderiam ser esclarecidas através do fórum do Moodle.

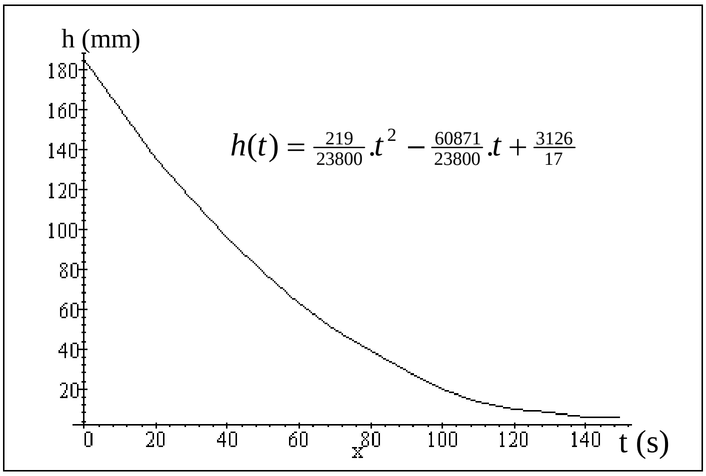
Em seguida, estão as respostas das questões da tarefa, tiradas do Relatório do Projeto

1. Experimentação. É uma etapa essencialmente laboratorial, onde se processa a obtenção dos dados e o gráfico correspondente.

Os dados abaixo foram obtidos no Laboratório de Química da FAENG, pelos componentes do grupo e o gráfico foi obtido do *software* Scientific Workplace ®, cedido pelo professor-orientador.

0	185
10	160
20	135
30	115
40	96
50	78
60	63
70	50
80	39
90	29
100	20
110	14
120	10
130	8
140	6
150	6

Alturas h (em milímetros) em função do tempo t (em segundos)



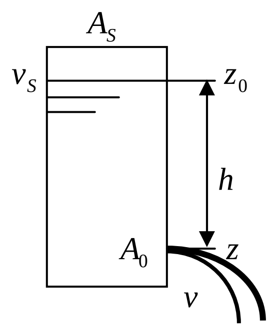
Comentário 2: O grupo manifestou dúvidas relacionadas ao conceito de Modelo Matemático e quanto ao grau da função h(t) obtida no *software*, uma vez que diversas opções, (exceto a linear) mostravam gráficos muito parecidos. Verificamos que esta decisão deveria ser tomada

após a segunda etapa, quando então a dedução teórica nos mostra que a função h(t) é do 2º grau.

2. Abstração. É o momento em que o grupo realiza pesquisas bibliográficas, estabelece hipóteses simplificadoras. Trata-se de uma fase complexa e desafiadora, pois é nela que deverá ocorrer a representação dos fenômenos físicos na linguagem matemática.

O texto abaixo foi retirado do Relatório do Projeto (p.3) postado pelos alunos, após várias intervenções do professor orientador.

LEI DE TORRICELLI



Dado um fluido perfeito, incompressível, de densidade ρ *num tubo de altura* $h = z_0 - z$ *. A velocidade de saída* v *, pelo orifício de área* A_0*, pode ser obtida a partir de Algumas simplificações a partir da Equação de Bernoulli:*

$$\tfrac{1}{2}.(v_S)^2 + \frac{P_S}{\rho} + g.z_0 = \tfrac{1}{2}.(v)^2 + \frac{P_0}{\rho} + g.z \qquad (I),$$

onde P_S *é a pressão exercida sobre a área* A_s *da superfície do fluido na altura* z_0*;* P_0 *é a pressão sobre a área* A_0 *do orifício situado na altura* z*;* ρ *é a densidade do líquido e* g *é a aceleração da gravidade.*

Supondo que a área A_0 *do orifício é muito menor do que a área* A_S *da superfície do líquido, de tal forma que a velocidade* v_S *do fluido na superfície é desprezível, a pressão* P_S *na superfície é igual à pressão* P_0 *do líquido que sai do orifício, ou seja fazendo* $v_S = 0$ *na equação (I) obtemos:*

$$\tfrac{1}{2}.\rho.(v)^2 = \rho.g.(z_0 - z) \;\Rightarrow\; \tfrac{1}{2}.(v)^2 = g.h \ . \quad \textit{Logo,}$$

$$v = \sqrt{2.g.h} \qquad (II)$$

Considerando-se que um diferencial de volume deslocado na superfície $A_S.dh$ *é igual a um diferencial de volume de líquido que sai pelo orifício* $A_0.v.dt$*, onde* $v = \sqrt{2.g.h}$*, temos:*

$$A_S.dh = A_0.\sqrt{2.g.h} \;\Rightarrow\; \frac{dh}{dt} = \frac{A_0}{A_S}.\sqrt{2.g.h}\,, \quad \textit{ou seja,}$$

$$\frac{dh}{dt} = k.\sqrt{h}\,, \quad \textit{onde} \quad k = \frac{A_0}{A_S}.\sqrt{2.g} \qquad (III)$$

Comentário 3: Nesta etapa verificamos que o grupo apresentou uma grande dificuldade para redigir um texto conciso e coerente e numa seqüência lógica. Inicialmente foi incluída a equação da conservação da energia, para justificar a equação de Bernoulli. Partes do texto foram copiados da bibliografia e apresentaram incoerências na notação, (como por exemplo, utilizaram A_1 e A_0 no mesmo texto para indicar a área do orifício; A_2 e A_S para a área da superfície). Nas trocas de informação ocorridas no fórum, verificou-se que o grupo não percebeu espontaneamente que a equação (III) poderia ser utilizada para eliminar a hipótese indicada pela equação (2).

3. Resolução. É o momento em que se obtém o modelo matemático que será utilizado para responder a questão do projeto.

A cópia abaixo foi selecionada da versão final do projeto (p.4-5)

3a) $\int_{h(t)}^{h(0)} dh = \int_0^t k\,dt \Rightarrow [h]_{h(t)}^{h(0)} = kt \Rightarrow$

$$\boxed{h(t) = 185 - kt} \longrightarrow 6 = 185 - K.140$$

$$K \cong 1,27$$

$$\boxed{h(t) = 185 - 1,27\,t}$$

3b) $\int_{h(t)}^{h(0)} \frac{dh}{\sqrt{h}} = k\int_0^t dt \Rightarrow \left[2\sqrt{h}\right]_{h(t)}^{h(0)} = kt \Rightarrow$

$$2(\sqrt{h(0)} - \sqrt{h(t)} = kt \Rightarrow \sqrt{h(0)} - \sqrt{h(t)} = \frac{k}{2}t \Rightarrow$$

$$\boxed{\sqrt{h(0)} - \frac{k}{2}.t = \sqrt{h(t)}} \longrightarrow \sqrt{185} - \frac{k}{2}.140 = \sqrt{6}$$

$$K \cong 0,1593$$

$$h(t) = h(0) - \cancel{2}\sqrt{h(0)}\,\frac{k}{\cancel{2}}t + \frac{k^2}{4}t^2$$

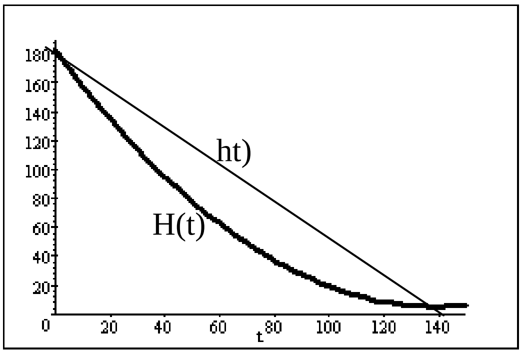
$$h(t) = 185 - \sqrt{185}\,.\,0,1593t + \frac{0,1593^2}{4}t^2$$

$$\boxed{h(t) = 0,0064t^2 - 2,17t + 185}$$

Comentário 4: Neste caso a grande dificuldade, (solucionada com o auxílio dos monitores e do professor-orientador) estava relacionada com a orientação do eixo y (no caso, para cima), o que nos obriga a considerar a velocidade com o sinal negativo nas equações dos itens 3a) e 3b) ou, conforme foi adotado na solução apresentada acima, considerar a integração de h(t) a h(0). Também houve erro no desenvolvimento do trinômio em 3b), o que mostra uma grave deficiência no conteúdo de grau médio, mesmo para alunos do 5º semestre. Os três componentes do grupo ficaram surpresos com a interpretação (prática) das condições iniciais, uma vez que nas aulas teóricas "...elas são usadas apenas para calcular a constante C".

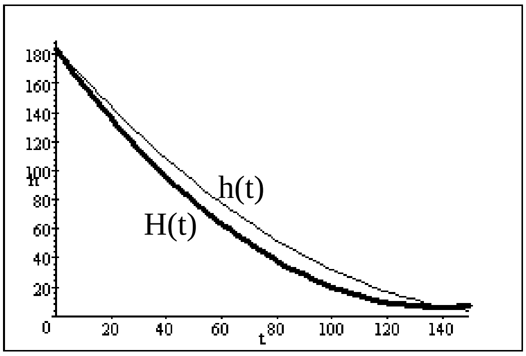
4. Validação. É o processo de aceitação ou rejeição do modelo matemático obtido. Os modelos matemáticos com as hipóteses que lhes são atribuídas são confrontados com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no laboratório. Foram apresentados no mesmo sistema de eixos os gráficos das funções obtidas em 3a) e 3b) acima com a função obtida na primeira etapa. As respostas foram dadas nos itens 4a) e 4b) do relatório (p.6)

4a)



$h(t) = 185 - 1,27.t$

Figura 1



$h(t) = 0,0064.t^2 - 2,17.t + 185$

Figura 2

Dos gráficos acima concluímos que o modelo mais adaptado ao fenômeno físico Lei de Torricelli é a função da Figura 2.

4b) De acordo com Zemansky a equação de Torricelli descarta uma série de variáveis para se tornar mais simples que os estudos atribuídos a Bernoulli. A ausência dessas variáveis resulta na diferença entre uma função e outra. Podemos citar algumas dessas variáveis como:

- *pressão atmosférica;*
- *foi considerado um "fluido ideal", o que está fora da nossa realidade;*
- *velocidade zero na altura de escoamento;*
- *densidade do fluido.*

Comentário 5: Não houve dificuldade para identificar e validar o modelo matemático a partir da comparação com os dados empíricos representados no gráfico. No fórum, dois dos componentes do grupo concordaram que "...numa prova, por exemplo" atribuiriam as diferenças encontradas entre o modelo teórico e o empírico apenas aos erros de arredondamento. Já no item 4b) verifica-se um desconhecimento do conceito de variável e alguns erros na maneira de expressar conceitos relacionados à Física.

5. Aplicação. Nesta secção vamos verificar se o grupo transfere os conhecimentos adquiridos ao resolver um exemplo de aplicação simples. No Relatório do Projeto (p.7), temos:

5) Perímetro da garrafa: p=32cm=320mm.

$$320 = 2.\pi.r_S \quad \Rightarrow \quad r_S = \frac{320}{2.\pi} \quad \Rightarrow \quad r_S = 50,93 \qquad (IV)$$

Em 3b) temos $k \cong 0,16$. *Substituindo em (III), temos*

$$0,16 = \frac{A_0}{A_S}\sqrt{2.g} = \frac{\pi.(r_0)^2}{\pi.(r_S)^2}\sqrt{2.9800}\,. \qquad (V)$$

Substituindo (IV) em (V), obtemos $r_0 \cong 1,72mm$.

Medida obtida na garrafa $r \cong 4mm$

Devido aos arredondamentos e constantes desprezadas o valor calculado é diferente do real.

Comentário 6: A resposta aceitável desta questão (simples), já no final do projeto, obtida sem a ajuda dos monitores mostrou que o grupo estava mais familiarizado com o projeto.

4. QUESTIONÁRIO

As três perguntas abaixo numeradas foram colocadas no fórum para serem respondidas individualmente. Grifamos alguns trechos relevantes nas respostas dos alunos.

1) Como você avalia a idéia de se utilizar projetos interdisciplinares para motivar o aluno em suas aulas teóricas ?

Artur: *É uma ótima idéia, pois possibilita uma noção melhor do conceito, além de exemplificar o uso da teoria.*

Bia: *Esta atividade ajudou-me bastante a entender a questão da interdisciplinaridade, já que as matérias como Cálculo e Física não são tão comuns no meu dia-a-dia e a maneira como o projeto foi conduzido contribuiu para uma percepção melhor nessas áreas de conhecimento.*

Cezar: *Com base neste projeto percebi uma maneira de mesclar as disciplinas Cálculo e Física, incentivar as pesquisas e leituras e visualizar aplicações da teoria, pois o experimento mostrou uma teoria em funcionamento.*

2) Explique de que forma este projeto contribuiu (ou não) para ajuda-lo a compreender as Equações Diferenciais.

Artur: *Quando você está trabalhando num projeto prático, você tem uma visão mais detalhada do que está ocorrendo na teoria Na aula não se consegue uma atenção 100%, pois às vezes o assunto é cansativo e desinteressante. Já na prática você vê situações novas e se descontrai.*

Bia: *A contribuição exercida pelo projeto no meu conhecimento sobre Equações Diferenciais foi muito importante, dado o fato de que os experimentos laboratoriais se mostraram incentivadores do aprendizado. A liberdade no calendário fez com que o conteúdo fosse absorvido no meu melhor momento.*

Cezar: *O projeto contribuiu para o aprendizado das Equações Diferenciais, pois pude estudar em casa, na faculdade e até no trabalho, já que tínhamos um prazo bom para a entrega. Também despertou minha curiosidade para pesquisar em livros, freqüentar a monitoria e perguntar aos professores.*

3) Faça sugestões para alterar este projeto e/ou para propor novos projetos.

Artur: *Acho que precisamos de projetos práticos de todos os assuntos tratados, não só de um ou outro. Também precisamos de laboratórios para realizar nossos projetos com segurança e conforto. Acredito que podemos aprender mais com projetos práticos.*

Bia: *Acredito que poderemos obter um melhor aproveitamento do projeto se o professor nos der mais referências bibliográficas. Também seria proveitoso se o professor já tivesse a sua resposta pronta do projeto. Isso facilitaria a orientação. Com essas pequenas correções acredito no potencial que esta nova forma de ensino pode ter na formação do aluno.*

Cezar: *Seria interessante se tivéssemos no fórum mais informações sobre arredondamentos e sobre modelos. Acredito nesta forma de avaliação, pois incentiva o aluno* *a buscar conhecimento durante o tempo que ele tem disponível, usando os vários recursos que ele tem hoje.*

5. PROVA PRESENCIAL

A última etapa do trabalho foi a realização de uma prova presencial, individual e sem consulta, onde foi cobrado o conteúdo, referente a Integrais e Equações diferenciais, idêntico ao conteúdo exigido para os alunos de graduação que não participaram do projeto. Foi feita uma comparação entre a média das notas de reprovação dos três componentes do grupo antes da realização do projeto, indicada na tabela abaixo como Ma (média anterior) e a média obtida pelos três componentes do grupo após a realização do projeto, indicada por Mp (média após o projeto).

Nome	Ma	Mp	%
Artur	4,3	5,5	28
Bia	3,8	5,0	32
Cezar	3,2	4,0	15,5

Verificamos que nos três casos tivemos um aumento das médias anteriores e em dois casos isto representou uma aprovação na disciplina. Há que se levar em conta que o projeto aqui apresentado é uma primeira versão e poderá ser melhorado a partir das críticas dos componentes do grupo, de uma readequação da infra-estrutura e das reflexões do professor orientador.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que a Educação a Distância é um caminho a ser trilhado e que poderá trazer bons resultados quando associada às novas tecnologias e às aulas presenciais. Graças à autorização do MEC que permite a utilização de 20% da carga horária da disciplina com atividades não presenciais, podemos implementar o ensino semi-presencial já no início dos cursos de engenharia incluindo projetos interdisciplinares, com uma boa chance de melhorar os índices de aprovação em disciplinas como o Cálculo Diferencial e Integral.

A análise do trabalho mostrou que há um grande interesse dos alunos da engenharia por questões e projetos interdisciplinares. A modelagem permite interligá-los facilmente com as novas tecnologias e os recursos do EaD oferecem ao aluno a oportunidade de executá-lo “em seu melhor momento”. Quanto a nós professores, não podemos desperdiçar a oportunidade de nos prepararmos para uma nova era da educação, combinando os recursos de que dispomos e refletindo sobre os seus efeitos.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRANTES, P. Avaliação e Educação Matemática. Série Reflexões em Educação Matemática, v1. Rio de Janeiro: MEM/USU-GEPEM, 1995.

BASSANEZI, R. C., Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M.S. & HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. São Paulo: Contexto, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Portaria nº 2.353 de 18 de outubro de 2001. Diário Oficial da União de 18/10/2001, seção 1, p.18. Brasília, 2001.

CHEVALLARD, Y. Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

FERNANDES, E. Fazer matemáticas compreendendo e compreender matemática fazendo. A apropriação do artefacto da matemática escolar. Quadrante. Vol. 6, nº 1, 2000.

FERRUZZI, E. C. et al. Energia armazenada em um capacitor: Modelagem Matemática no Ensino Tecnológico. In: COBENGE, 2003, Rio de Janeiro. Anais, Rio de Janeiro, 2003.

FIGUEIREDO, V. L. X., et al. Cálculo com Aplicações – Quem Somos. 2007. Disponível em http://www.ime.unicamp.br/~calculo/quemsomos/index.html . Último acesso em 17/11/07.

MEC. Ministério da Educação e Cultura. Indicadores de qualidade para cursos de graduação a distância. Brasília, 2000.

NOSS, R. & KENT, P. The Mathematical Components of Engineering Expertise: Project proposal. Institute of Education, London WCIH0AL., 2000. Disponível em http://www.ioe.ac.uk/rnoss/MCEE . Último acesso em 15/12/07.

REZENDE, W. M. O Ensino de Cálculo: Um problema do ensino superior de Matemática?. In: Mesa Redonda: "Educação Matemática no Ensino Superior" do VII ENEM, Rio de Janeiro: UFRJ, 2004.

TORI, R. Estratégias para inclusão de Educação a Distância em cursos presenciais. In: COBENGE, 2003, Rio de Janeiro. Anais. R.J., 2003.

VILLERS, M. The role of tecnology in mathematical modeling. University of Durban, Durban, 1994.

THE MATHEMATICAL MODELING AS A DIDATIC RESOURCE IN INTERDICIPLINARY PROJECTS

Abstract: *This study examines the involvement and attendance of a graduation student group of Computer Engineering Course of Centro Universitário Fundação Santo André-CUFSA. These students accomplished an interdisciplinary project based on the Mathematical Modelling as a didactic resource. The project is an experience of e-learning, divided in activities accomplished by the group out of the classroom, guided through meetings, didactic material posted in the Moodle platform, available in CUFSA and a written evaluation. This study demanded about 20% of the week classes of Differencial and Integral Calculus discipline for five weeks. The activities were proposed aiming the knowledge acquired in classroom and the personal experiences of the members of the group, in order to establish interdisciplinary connections to model daily situations, to analyze and to tell the obtained results. It was verified great acceptance and interaction of the elements of the group, stimulated by the challenge and the application of the theoretical knowledge. The report of the experience and the evaluation of the results obtained by the students showed improvement in the teaching-learning process of the discipline and also opportunities of application and* *reflection about real situations besides providing new questionings and redirections of the advisor-teacher.*

Key words: *Mathematical modeling, e-learning, differential and integral calculus*.