

# DIDÁTICA PARA O ENSINO SUPERIOR APLICADA ÀS DISCIPLINAS DE TEORIA DAS ESTRUTURAS E MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

**Alex A. Bandeira<sup>1</sup>; Marcio S. Gonzalez<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Professor Doutor da Escola de Engenharia Civil da Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Rua da Consolação, 896 – Consolação, Prédio 06  
CEP 01302-907 São Paulo – SP  
alex\_bandeira@mackenzie.com.br

<sup>2</sup> Aluno de Iniciação Científica da Escola de Engenharia Civil da Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Rua da Consolação, 896 – Consolação, Prédio 06  
CEP 01302-907 São Paulo – SP  
marciosg@gmail.com

**Resumo:** *Embora seja de conhecimento de todos que a engenharia caminhe junto da matemática e da física, por muitos anos, as disciplinas relacionadas à análise estrutural foram tabus para muitos estudantes, sempre caracterizadas como conteúdos complexos e quase inacessíveis, de difícil entendimento e restrita aplicação. No intuito de quebrar este paradigma, este trabalho tem por objetivo estabelecer uma comparação didática entre diferentes teorias estruturais, como aquelas aplicadas para vigas (Bernoulli-Euler e Timoshenko), placas, cascas e sólidos. Esta comparação se estabelece com o estudo de um modelo simples de viga, com relação aos cálculos de suas tensões máximas e respectivas flechas. De modo a viabilizar a aplicação destas teorias ao modelo estrutural proposto, será utilizado o software ANSYS. O objetivo deste trabalho é discutir os diferentes resultados apresentados para um mesmo problema, quando diferentes aspectos são considerados (como a ação dos esforços cortantes na deformação da viga. Vale ressaltar que, a formulação dos elementos de modelagem não será considerada, devido a sua complexidade. Ao final, é apresentada e discutida uma tabela comparativa dos resultados. É importante salientar que os conceitos aqui apresentados são colocados em prática na disciplina intitulada “Método dos Elementos Finitos” acrescentada na grade-curricular do curso de Engenharia Civil.*

**Palavras-chave:** *Ensino, Engenharia, Elementos Finitos, Modelagem, Estruturas.*

## 1. INTRODUÇÃO

Uma das principais dificuldades no ensino da teoria das estruturas encontra-se na complexidade das formulações utilizadas para caracterizar os diversos efeitos causados pelas ações nos diferentes modelos e elementos estruturais. Em um nível de graduação, é praticamente inviável discutir as formulações de elementos finitos, em geral, de complexas interações ação-estrutura em problemas que vão além daqueles descritos pela teoria de vigas de Bernoulli-Euler.

Por outro lado, o não conhecimento do comportamento dos diferentes elementos estruturais pelo graduando, torna-o incompleto em sua formação como engenheiro estruturalista, fazendo com que haja necessidade de aprofundamento nos seus estudos através de pós-graduações (mestrado e doutorado). Deste modo, este trabalho foi desenvolvido no

intuito de divulgar um exemplo prático de aplicação didática de um exemplo amplamente discutido nas disciplinas de resistência dos materiais e estabilidade das construções, e que possui características muito interessantes, quando observado pelas lentes de outras formulações estruturais discutidas na disciplina de método dos elementos finitos. Basicamente, o objetivo principal é esclarecer ao educando que ele está apto a resolver problemas de pequenas deformações. Quando os problemas estruturais englobam fenômenos mais completos no campo das grandes deformações, em especial na análise dinâmica não-linear e na análise de problemas de contato mecânico, o educando deve se aprofundar nos conceitos da análise não-linear de estruturas através do cálculo variacional e das formulações tensoriais de elementos finitos. Estes conceitos não devem ser apresentados na graduação devido ao fato dos alunos não terem a maturidade para a compreensão destas formulações com também suas respectivas interpretações físicas.

O problema terá sua resolução analítica para pequenas deformações, utilizando as equações para as tensões e deformações lineares (flecha), conforme apresentadas nas disciplinas da graduação. Em seguida, o mesmo problema é modelado por elementos de barra, chapa, casca e sólido, presentes na biblioteca do software ANSYS. O uso do software de elementos finitos é de extrema importância, uma vez que permite ao graduando visualizar os efeitos causados pelo carregamento sem que, com isso, seja necessário que ele entenda as formulações com profundidade ao ponto de programá-las ou resolvê-las computacionalmente. O objetivo principal é o entendimento da modelagem computacional (entrada dos dados) e a compreensão dos resultados obtidos pelo programa ANSYS.

## 2. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

De modo a caracterizar a importância do uso de modelos hierárquicos quando do ensino da teoria das estruturas, utilizaremos um problema de simples resolução analítica, porém com interessantes características, de acordo com a técnica de modelagem através do método dos elementos finitos.

O problema consiste de uma peça de máquina em forma de perfil T, que fica submetida a uma força atuante no seu plano de simetria, conforme ilustra a figura 1. Pede-se para determinar a máxima tensão de compressão e a máxima tensão de cisalhamento na região de engastamento. São considerados neste problema o módulo de elasticidade ( $E$ ) de 200GPa e coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) de 0,3.

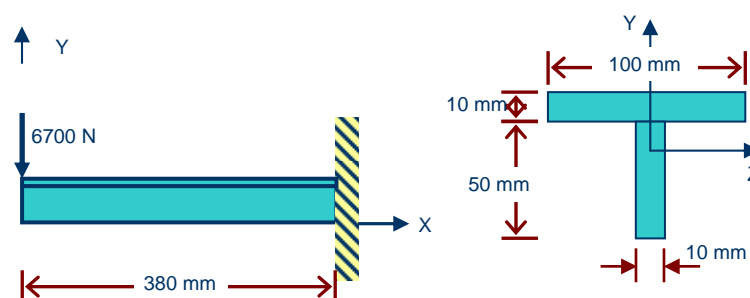


Figura 1: Situação Problema.

Para a solução analítica deste problema, utilizamos a teoria de barras de Bernoulli-Euler, conforme apresentada no curso de resistência dos materiais, e amplamente discutida nas cadeiras de estabilidade das construções. Em seguida, apresentamos resultados obtidos com diferentes elementos de modelagem. Para solução e apresentação destes resultados, foi utilizado o software ANSYS.

### 3. SOLUÇÃO ANALÍTICA

A solução analítica baseia-se na teoria de Barras de Bernolli-Euler. Conforme apresentada no curso de resistência dos materiais, esta teoria é aplicável a este problema por considerar por hipótese básica o fato das seções transversais da barra possuírem um plano longitudinal de simetria onde o carregamento é aplicado. São também consideradas como hipóteses básicas as seções planas, originalmente perpendiculares ao eixo da barra, permanecerem planas e perpendiculares a este eixo após a deformação, bem como a não ocorrência de deformação no plano da seção transversal, além de serem consideradas sempre pequenas deformações e pequenos deslocamentos.

Utilizando os conceitos de equilíbrio, determinam-se as reações de apoio, bem como os diagramas de esforços internos solicitantes, conforme apresenta a figura 2.

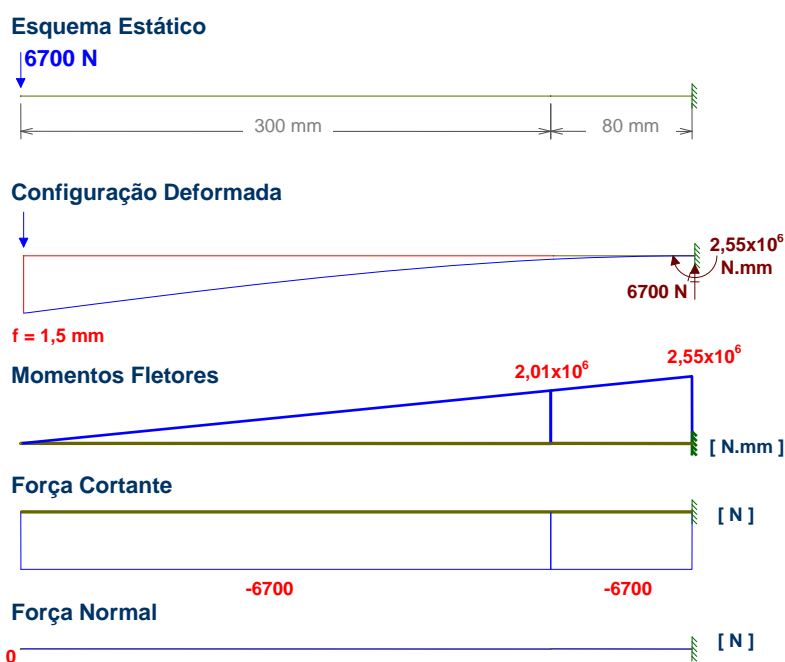


Figura 2: reações de apoio e diagramas de esforços solicitantes da situação problema.

A partir destes valores, determinam-se as tensões normais e de cisalhamento máximas, bem como a flecha máxima, conforme apresentam as equações (1), (2) e (3) respectivamente, discutidas durante o curso de resistência dos materiais. Definem-se: tensão normal ( $\sigma$ ) de tração (T) ou compressão (C), tensão de cisalhamento ( $\tau$ ), momento atuante na seção (M), distância entre a linha neutra e a fibra de cálculo (y), inércia da seção transversal em relação ao eixo de cálculo (I), cortante atuante na seção (V), momento estático da seção de cálculo (Q) e espessura da fibra de cálculo (t). Deste modo, temos:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} \Rightarrow \sigma_{Máx}^T = 73,09 \text{ MPa} , \sigma_{Máx}^C = 219,30 \text{ MPa} \quad (1)$$

$$\tau_M = \frac{V \cdot Q}{I \cdot t} = 16,45 \text{ MPa} \quad (2)$$

$$f_{Máx} = \frac{P \cdot \ell^3}{3 \cdot E \cdot I} = 1,485mm \quad (3)$$

Na seqüência, serão apresentados alguns exemplos de modelagem para este exemplo com diferentes elementos finitos pertencentes à biblioteca do software ANSYS. Ao final, será apresentada uma comparação e interpretação entre os resultados obtidos.

#### 4. MODELAGEM COMPUTACIONAL UTILIZANDO O SOFTWARE ANSYS

O programa generalista ANSYS é um software de elementos finitos que calcula tensões, esforços, deslocamentos e deformações em estruturas e componentes. Embora o graduando de engenharia possua conhecimentos sobre a formulação com a teoria clássica das estruturas, o uso do software de elementos finitos proporciona uma oportunidade para o aluno interpretar fisicamente um modelo, sob o ponto de vista de diferentes análises estruturais, sem com isso necessitar ter domínio sobre sua formulação. Como todos os demais programas de elementos finitos, o ANSYS possui uma biblioteca de elementos com capacidade para simulação de diversos modelos, sejam eles unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais.

Nos exemplos a seguir, serão apresentadas diferentes situações de modelagem, utilizando os elementos da biblioteca ANSYS, aplicadas ao problema inicialmente proposto. Por um critério de simplificação, serão apresentados neste trabalho apenas os resultados referentes ao momento fletor em relação ao eixo Z (no caso dos elementos de viga unidimensional) e tensão normal,  $\sigma_x$  (no caso dos elementos de viga que considerem as características de seção transversal, e nos elementos de placa, casca e sólido). No final do trabalho, apresentamos uma tabela comparativa de todos os resultados obtidos pelas modelagens. Vale ressaltar que os valores de força e tensão que apresentarem sinal positivo indicam esforço de tração no elemento, enquanto que aqueles que apresentam sinal negativo indicam esforço de compressão no elemento. Os elementos utilizados para as modelagens são os de barras (BEAM3, BEAM4, BEAM188 e BEAM189), elemento de placa bi-dimensional (PLANE42), elemento de casca (SHELL63) e elemento de sólido tri-dimensional (SOLID45).

Vale ressaltar também que este trabalho não tem por objetivo descrever a formulação dos elementos de modelagem, mas sim, caracterizá-los de modo objetivo, conforme é apresentado em um curso de graduação. Deste modo, o graduando desenvolve o conhecimento necessário (mas não suficiente) para compreender as interferências causadas pelo uso de diferentes modelos estruturais em uma mesma situação-problema, bem como as alterações causadas pelo estudo de pequenas e grandes deformações, e as alterações devido a não-linearidade física e geométrica.

##### 4.1 Elemento de Barra (BEAM3)

Este é um elemento uniaxial, baseado na teoria de barras de Bernoulli-Euler, que apresenta os esforços normais e de flexão. O elemento possui três graus de liberdade em cada nó: translação em relação às direções x e y nodais e rotação em relação ao eixo z, também nodal. Ele é criado a partir da definição de dois nós, área de sua seção transversal, momento de inércia da seção transversal (Izz), altura e características físicas do material.

Este elemento possui algumas características quanto ao seu uso. Ele deve possuir sua geometria definida no plano XY e pode ser apresentado com qualquer forma de seção transversal que defina o momento de inércia computado. Entretanto, as tensões máximas são determinadas como se a distância da linha neutra à fibra extrema fosse equivalente à metade da altura. Deste modo criam-se ressalvas quando da utilização deste elemento em modelos

com seção transversal não simétrica em relação aos dois eixos do plano em que está contida, por gerar erros no resultado final referente à tensão devido ao momento fletor. Por outro lado, quando do estudo em pequenas deformações, o resultado final da flecha não é afetado por esta característica de formulação. Vale ressaltar que este elemento não leva em conta as rotações da seção transversal em virtude das tensões de cisalhamento. A Figura 3 apresenta os resultados para Tensão Normal ( $\sigma_x$ ), calculada ao longo do eixo longitudinal da peça.

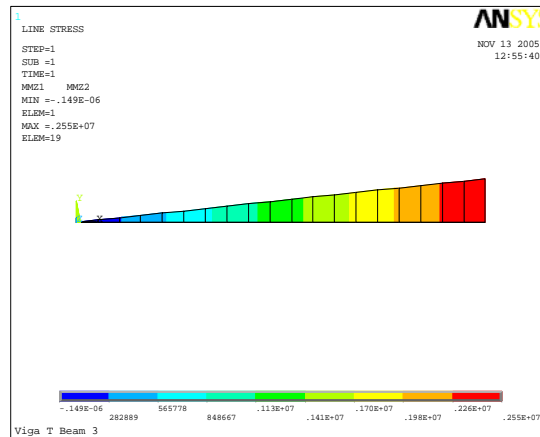


Figura 3: BEAM3 – Momento Fletor (MZ)

A partir da análise da saída de dados deste modelo, podemos obter os valores dos momentos nas seções de interesse (no caso, o momento máximo no engaste), e, utilizando a equação (3), calcular a flecha, conforme apresentado na tabela 1, ao final deste trabalho

## 4.2 Elemento de Barra (BEAM4)

Este é um elemento uniaxial, baseado na teoria de barras de Bernoulli-Euler, que apresenta os esforços normais, de flexão e de torção. O elemento possui seis graus de liberdade em cada nó: translação em relação às direções x, y e z nodais e rotação em relação aos eixos x, y e z, também nodais. Ele é criado a partir da definição de dois ou três nós, área de sua seção transversal, momentos de inércia da seção transversal ( $I_{zz}$  e  $I_{yy}$ ), duas alturas (determinadas para as direções y e z), ângulo de rotação ( $\theta$ ) em relação ao eixo x, momento do inércia à torção ( $I_{xx}$ ) e características físicas do material.

Este elemento possui algumas características quanto ao seu uso. Ele possui sua geometria definida em qualquer lugar do espaço XYZ e pode ser definido com qualquer forma de seção transversal que defina os momentos de inércia computados. Entretanto, cabem a este elemento as mesmas ressalvas oriundas deste fato (da seção transversal) aplicadas ao BEAM3. A Figura 4 apresenta os resultados para Tensão Normal ( $\sigma_x$ ), calculada ao longo do eixo longitudinal da peça.

A partir da análise da saída de dados deste modelo, podemos obter os valores dos momentos nas seções de interesse (no caso, o momento máximo no engaste), e, utilizando da equação (3), calcular a flecha, conforme apresentados na tabela 1, ao final deste trabalho.

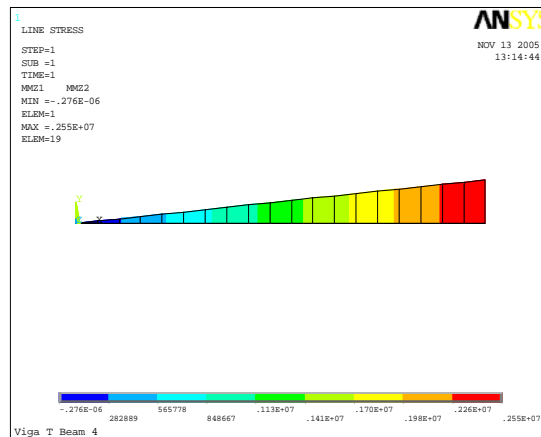


Figura 4: BEAM4 – Momento Fletor (MZ)

### 4.3 Elemento de Barra (BEAM188)

Este é um elemento uniaxial, baseado na teoria de barras de Timoshenko, onde são consideradas as deformações da seção transversal causadas pelos esforços cortantes. Ele possui seis ou sete graus de liberdade em cada nó. Os seis graus de liberdade padrão são translação em relação às direções x, y e z nodais e rotação em relação aos eixos x, y e z, também nodais. De acordo com as necessidades do modelador, um sétimo grau de liberdade, conhecido como empenamento da seção transversal, pode ser ativado. Este elemento se enquadra bem em problemas não-lineares que envolvam grandes deslocamentos e rotações.

A teoria de Timoshenko, conforme considerada para este elemento, leva em conta as deformações de cisalhamento de primeira ordem, onde a tensão cisalhante é constante ao longo da seção transversal. Caso o sétimo grau de liberdade não esteja ativado, as seções transversais manter-se-ão planas e sem distorções após a deformação. Este elemento utiliza-se de um ponto de integração ao longo do comprimento; entretanto, um segundo ponto de integração pode ser aplicado, dependendo da necessidade do modelador.

BEAM 188 possui algumas características quanto ao seu uso. Os problemas oriundos da indefinição da seção transversal, apresentados nos elementos BEAM 3 e 4, não se apresentam neste modelo, que permite a caracterização exata da seção transversal. Além disso, este elemento permite o uso de seções transversais com múltiplos materiais. Quando for este o caso, o elemento analisa as variações de tensões nos limites de encontro dos materiais. Porém, esta característica só é aplicável em modelos onde os comportamentos oriundos das teorias de Bernoulli-Euuler e Timoshenko forem aplicáveis. Outra característica interessante reside no fato deste elemento permitir a variação das propriedades de inércia da seção transversal, como sendo uma função da deformação axial. Vale ressaltar que o volume do elemento é preservado após a deformação. A Figura 5 apresenta os resultados para Tensão Normal ( $\sigma_x$ ), calculada ao longo do eixo longitudinal da peça.

A partir da análise da saída de dados deste modelo, obtemos os valores de tensões normais na fibra superior e inferior. Este elemento também apresenta como saída de dados, o valor da flecha na extremidade oposta ao engastamento, conforme apresentados na tabela 1, ao final deste trabalho. Vale ressaltar que o valor da flecha neste elemento tende a ser maior, uma vez que, além da ação dos esforços fletores, são também computados aqueles conseqüentes dos esforços cisalhantes.

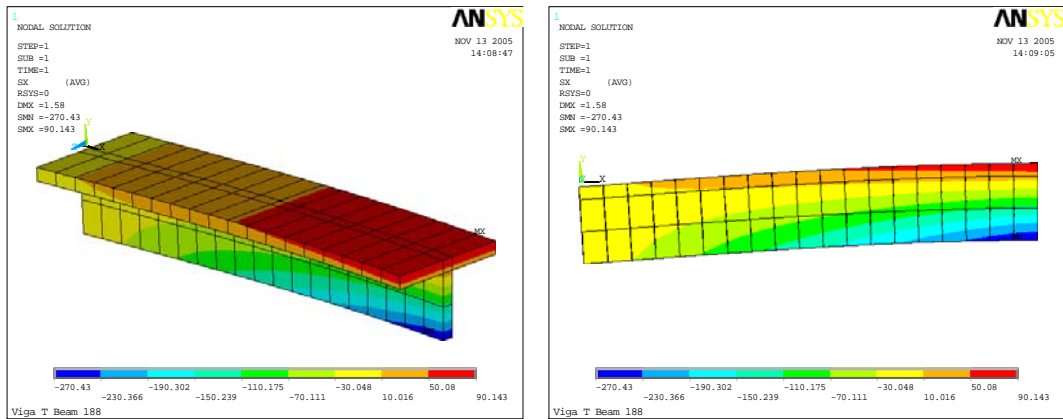


Figura 5: BEAM188 – Momento Fletor (MZ). Perspectiva – Mesa (esq) e Vista Frontal - Alma (dir).

#### 4.4 Elemento de Barra (BEAM189)

Este elemento possui sua formulação baseada na teoria de barras de Timoshenko, onde as deformações devido aos esforços de cisalhamento são consideradas. Ele é um elemento quadrático de viga em 3D. BEAM189 possui os mesmos seis ou sete graus de liberdade definidos para o elemento BEAM188, além de também comportar modelos de elasticidade, fadiga e plasticidade.

Todas as considerações definidas para o elemento BEAM188 são aplicáveis a este elemento. A Figura 6 apresenta os resultados para Tensão Normal ( $\sigma_x$ ), calculada ao longo do eixo longitudinal da peça.

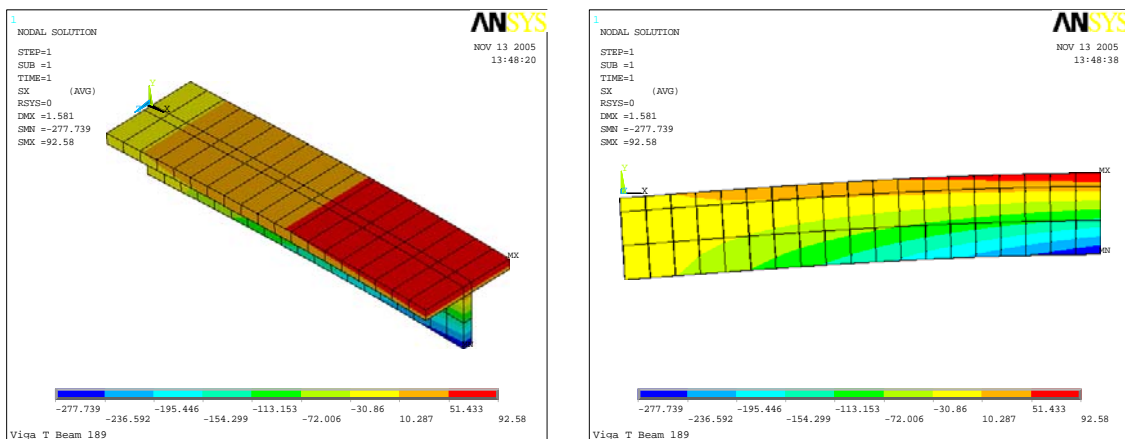


Figura 6: BEAM189 – Momento Fletor (MZ). Perspectiva – Mesa (esq) e Vista Frontal - Alma (dir).

A partir da análise da saída de dados deste modelo, obtemos os valores de tensões normais na fibra superior e inferior. Este elemento também apresenta como saída de dados, o valor da flecha na extremidade oposta ao engastamento, conforme apresentado na tabela 1, ao final deste trabalho. Vale ressaltar que o valor da flecha neste elemento, tal qual para o elemento BEAM188, tende a ser maior, uma vez que, além da ação dos esforços fletores, são também computados aqueles conseqüentes dos esforços cisalhantes.

## 4.5 Elemento de Placa -2D (PLANE42)

Este elemento é utilizado para modelagem de estruturas sólidas bi-dimensionais. Ele pode ser aplicado tanto para elementos planos, em estado plano de tensão ou de deformação, quanto em elementos axissimétricos. Ele é criado a partir da definição de quatro nós, possuindo dois graus de liberdade cada (translação em relação às direções x e y nodais).

Este elemento possui algumas características quanto ao seu uso. Ele deve possuir sua geometria definida inteiramente em um plano (seja ele XY, XZ ou YZ). No caso de análise axissimétrica, o eixo Y deve ser o eixo de simetria da peça e toda modelagem do elemento deve estar situada no quadrante +X (parte positiva do eixo X). A Figura 7 apresenta os resultados para o momento para Tensão Normal ( $\sigma_x$ ).

A partir da análise da saída de dados deste modelo, obtemos os valores de tensões normais na fibra superior e inferior. Este elemento também apresenta como saída de dados, o valor da flecha na extremidade oposta ao engastamento e da tensão de cisalhamento ( $\tau_{xy}$ ), conforme apresentados na tabela 1, ao final deste trabalho. Este elemento também define as tensões normais em relação aos eixos Y e Z, bem como as tensões cisalhantes nos planos XZ e YZ (que, para este exemplo, são iguais à zero, a partir do uso deste elemento de modelagem).

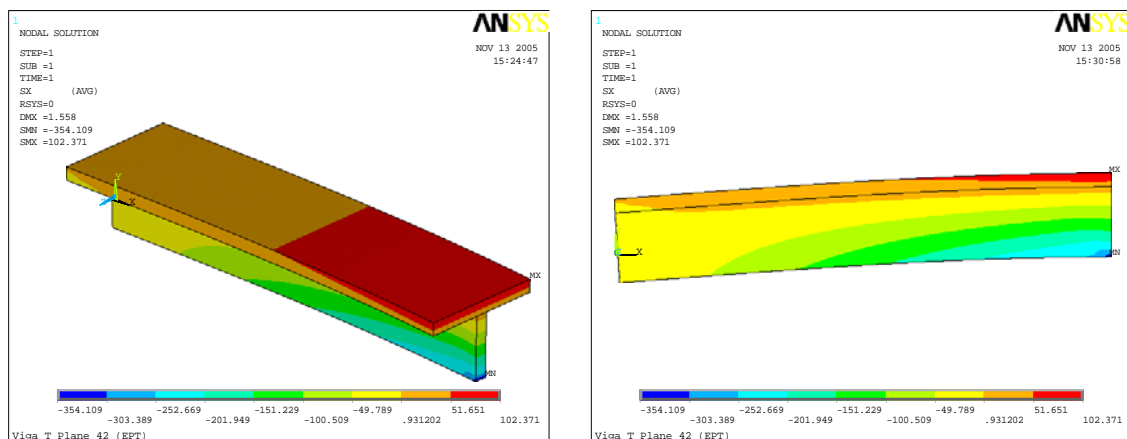


Figura 7: PLANE42 – Momento Fletor (MZ). Perspectiva – Mesa (esq) e Vista Frontal - Alma (dir).

## 4.6 Elemento de Casca - 2D (SHELL63)

Este elemento possui atributos de esforços fletores e de membranas. Os carregamentos aplicados podem ser tanto co-planares ao elemento quanto normais ao mesmo. Em cada nó, existem seis graus de liberdade: translação em relação às direções x, y e z nodais e rotação em relação aos eixos x, y e z, também nodais. O elemento é definido a partir de quatro nós, quatro espessuras e as características do material. A espessura é tratada de modo a variar suavemente pela área do elemento, até atingir as quatro definidas para cada nó.

Este elemento possui algumas características quanto ao seu uso. Elementos com espessura zero ou tendendo a zero não são aplicáveis. Vale ressaltar que a formulação deste elemento apresenta em seus resultados valores moderados de empenamento. A Figura 8 apresenta os resultados para a Tensão Normal ( $\sigma_x$ ).



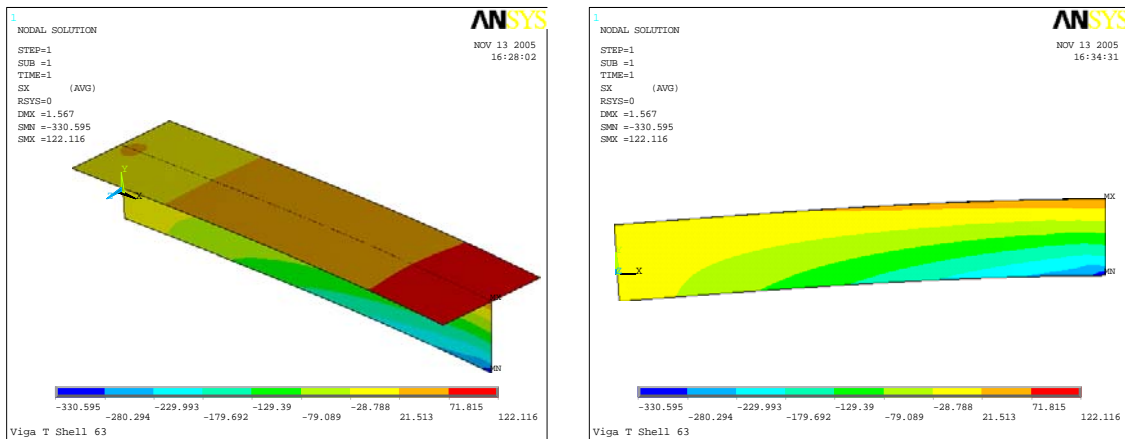


Figura 8: SHELL63 – Momento Fletor (MZ). Perspectiva – Mesa (esq) e Vista Frontal - Alma (dir).

A partir da análise da saída de dados deste modelo, obtemos os valores de tensões normais na fibra superior e inferior. Tal qual para o elemento PLANE42, este elemento também apresenta, como saída de dados, o valor da flecha na extremidade oposta ao engastamento e da tensão de cisalhamento ( $\tau_{xy}$ ), conforme apresentados na tabela 1, ao final deste trabalho. Este elemento também define as tensões normais em relação aos eixos Y e Z, bem como as tensões cisalhantes nos planos XZ e YZ (que, para este exemplo, são iguais à zero, a partir do uso deste elemento de modelagem).

#### 4.7 Elemento de Sólido - 3D (SOLID45)

Solid45 é utilizado para modelagem de estruturas sólidas tridimensionais. O elemento é definido a partir de oito nós, possuindo três graus de liberdade cada: translações nas direções x, y e z nodais. O elemento possui características de plasticidade, fadiga, aplicação dos efeitos de Poisson, ductibilidade e grandes tensões e deformações.

Este elemento possui algumas características quanto ao seu uso. O sólido não pode ser deformado a ponto de causar a criação de dois volumes separados. Este problema geralmente ocorre quando os elementos não são numerados adequadamente. Todos os elementos devem possuir oito nós (fato que acaba por restringir a geometria do elemento). A Figura 9 apresenta os resultados para a Tensão Normal ( $\sigma_x$ ).

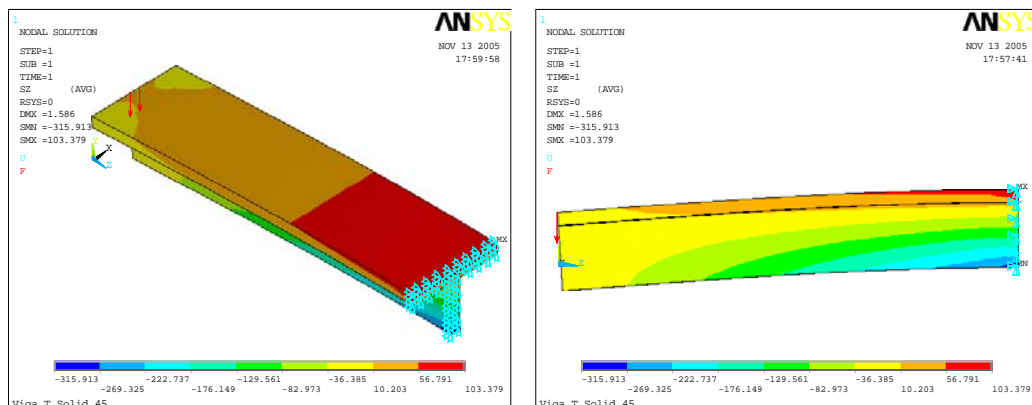


Figura 9: SOLID45 – Momento Fletor (MZ). Perspectiva – Mesa (esq) e Vista Frontal - Alma (dir).

A partir da análise da saída de dados deste modelo, obtemos os valores de tensões normais na fibra superior e inferior. Este elemento também apresenta como saída de dados, o valor da flecha na extremidade oposta ao engastamento e da tensão de cisalhamento ( $\tau_{xy}$ ), conforme apresentados na tabela 1, ao final deste trabalho. SOLID45 também define as tensões normais em relação aos eixos Y e Z, bem como as tensões cisalhantes nos planos XZ e YZ. Neste caso, embora as tensões de cisalhamento no planos XZ e YZ sejam iguais à zero, as tensões normais  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$  não serão, em virtude da consideração do efeito de Poisson em toda a estrutura.

## 5 RESUMO

A tabela 1 apresenta um quadro resumo de todos os valores de tensões normais e de cisalhamento apresentados nas modelagens deste exemplo, conforme os elementos apresentados.

Tabela 1 – Quadro comparativo entre os resultados do uso dos diferentes elementos, na seção de engastamento.

Modelo	$\sigma_x^{\text{sup}}$ [MPa]	$\sigma_x^{\text{inf}}$ [MPa]	$\sigma_y$ [MPa]	$\sigma_z$ [MPa]	$\tau_{xy}$ [MPa]	$\tau_{xz}$ [MPa]	$\tau_{yz}$ [MPa]	$f_{\text{MÁX}}$ [mm]
Analítico	73,09	-219,30	0	0	16,45	0	0	1,485
Beam 3	255,00	-255,00	—	—	—	—	—	1,485
Beam 4	255,00	-255,00	—	—	—	—	—	1,485
Beam 188	90,143	-270,43	—	—	—	—	—	1,580
Beam 189	92,58	-277,74	—	—	—	—	—	1,581
Plane 42	102,37	-354,11	0	0	16,515	0	0	1,558
Shell 63	122,12	-330,60	0	0	16,148	0	0	1,567
Solid 45	103,38	-315,91	-16,00	-16,00	16,50	0	0	1,586

A partir da análise da tabela 1, podem ser tiradas algumas conclusões a respeito do uso destes elementos na modelagem deste problema. Em relação aos elementos BEAM3 e BEAM4, eles não se mostraram satisfatórios na análise das tensões na seção transversal por não levarem em consideração a assimetria presente na mesma. Este fato fica claro, uma vez que eles apresentam, nas duas fibras extremas, o mesmo valor de tensão normal. Isso se deve ao fato de se fornecer apenas as propriedades físicas da seção transversal e não, a discretização da geometria da mesma. Os demais elementos consideram exatamente a configuração da seção transversal. Os elementos BEAM188 e BEAM189 também consideram em sua formulação os efeitos de cisalhamento, empenamento da seção transversal e os efeitos

de segunda ordem, resultando em valores acentuados em relação à teoria clássica da resistência dos materiais.

Vale ressaltar as diferenças em relação às tensões normais conforme a utilização de elementos de maior complexidade e abrangência, como os elementos de superfície, sólidos e cascas. Para este entendimento, deve-se analisar as formulações de cada elemento finito utilizado.

Comparando a flecha máxima na seção n-n pode-se concluir que todas as formulações convergem para um valor muito próximo da teoria clássica da resistência dos materiais. É evidente que, com o uso de formulações não-lineares, a flecha máxima seja um pouco maior, uma vez que se levam em consideração os efeitos de segunda ordem mencionados na apresentação de cada elemento e descritos na Tabela 1, obtendo assim um valor mais exato.

## **6 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Com este trabalho, foi possível apresentar, de forma clara e objetiva, como, sob o ponto de vista de diferentes elementos estruturais, um mesmo problema pode possuir diversas respostas, cada qual com uma precisão diferente, sem com isso necessitar discutir amplamente a formulação de cada um. Conclui-se então a necessidade do engenheiro de interpretar fisicamente os resultados, avaliando se o modelo realizado está ou não adequado com o fenômeno real. Foi evidenciado que se o objetivo da modelagem fosse analisar tensões na seção transversal, a modelagem utilizando os elementos BEAM3 E BEAM4 não seria adequada.

A interferência dos esforços cortantes e do efeito de Poisson fica evidente, podendo transmitir ao aluno a necessidade de verificação de diferentes esforços em virtude do problema – e da necessidade de precisão da resposta – em estudo. Outra situação interessante encontra-se na quebra do paradigma de que as soluções apresentadas pela resistência dos materiais são sempre exatas, uma vez que suas formulações são quase sempre simplificadas.

Vale ressaltar a importância do uso do software de elementos finitos (no caso o ANSYS, para este trabalho), uma vez que ele permite incentivar no aluno a interpretação física de diferentes modelos, sem com isso necessitar compreender sua formulação. Deste modo, fica mais um incentivo para, a critério do aluno, continuar seus estudos em um nível de pós-graduação.

## **7 BIBLIOGRAFIA**

**ANSYS. Tutorial para referencial teórico e formulação para versão 9.0.**

**BANDEIRA, A. A. Uma Introdução à Análise de Problemas de Contato.** Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo São Paulo, 1997. 146p.

**BANDEIRA, A. A., CHIVANTE, M. R. P. A interdisciplinaridade da análise não linear de estruturas na engenharia civil.** In: XXXIII COBENGE – Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 11, 2005, Campina Grande. **Anais.** Paraíba: Formato digital.

**BANDEIRA, A. A. Notas de aula da disciplina de método dos elementos finitos.** 2006.

**BEER, Ferdinand e JOHNSTON, Russel. Resistência dos Materiais.** 3ª ed. São Paulo: Makron Books, 1992. 1255p.

BEER, Ferdinand e JOHNSTON, Russel. **Mecânica Vetorial para Engenheiro: Estática**. 5ª edição revisada. São Paulo: Makron Books, 1994. 793p.

CHIVANTE, M. R. P. **Métodos Numéricos Aplicados à Análise Não Linear de Treliças Espaciais**. Dissertação (Graduação) – Escola de Engenharia, Universidade presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2005, 144p.

## **FINITE ELEMENTS STRUCTURAL SYSTEMS ANALYSIS USING HIERARCHICAL MODELS: A DIDACTICAL COMPARATION FOR THE STRUCTURAL THEORY TEACHING**

***Abstract:** Although it is known that the engineering is deeply related to mathematics and physics, for over the years the subjects related to the structural analyses has been a problem to the students. They have always been characterized as a complex group of information, with a difficult understanding and a restrict application. In a way to change this point of view, this work presents a didactical comparison among different structural theories, which includes: Bernoulli-Euler's and Timoshenko's beam theory, planes, shells and solids theories also. In a way to become able this analyses in a graduation course, it is used the software ANSYS.*

***Key-words:** Teaching, Engineering, Finite Elements, Modelling, Structures.*