

LA METROLOGIA COMO DISCIPLINA TRANVERSAL: MODELO DE EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRE INCORPORADO EN CIENCIAS BÁSICAS DE INGENIERÍA

Díaz Laura; Morelli Gerardo

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba
Avda. Vélez Sarsfield 1603
5009- Córdoba- Argentina
lcd_ic@yahoo.com.ar

Resumen: *En este trabajo se muestran los resultados de profundizar el modelo físico asociado a la evaluación de la incertidumbre de medición en una experiencia de laboratorio de la asignatura física I para ingeniería.*

El proyecto más general, que incluye a éste, consiste en la incorporación de aspectos relacionados con la metrología como disciplina transversal, en espacios curriculares de las ciencias básicas de ingeniería. Esto implica: realizar acciones de formación dirigidas a los docentes involucrados, investigar para la definición de los modelos (físico y matemático) de evaluación de la incertidumbre asociada al mensurando, desarrollar modelos simplificados para hacer factible su transferencia a espacios curriculares de grado, definir estrategias de los procesos de enseñanza aprendizaje para la transferencia de los productos de dichas investigaciones, evaluar su impacto y por último, profundizar acerca de su grado de validez para delimitar su aplicabilidad.

La experiencia de laboratorio, objeto de este trabajo, es la determinación de la aceleración gravitatoria utilizando un péndulo simple. Tanto el modelo didáctico para la estimación de la incertidumbre como la evaluación del impacto académico de su transferencia a espacios curriculares del primer año de ingeniería, han sido realizados con anterioridad. Algunos resultados se presentaron en COBENGE 2007.

En esta oportunidad, el objetivo consiste en poner a disposición del docente usuario del modelo, aspectos conceptuales que permitan una mejor aproximación de sus limitaciones a la hora de transferirlo al aula. Se abordan: el análisis de las fuentes de incertidumbre y el grado de correlación de las magnitudes de entrada del mensurando.

Palabras claves: *Metrología, Incertidumbre, Ingeniería, Transversal.*

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DE LA PROPUESTA DE TRABAJO

Desde 1999, un equipo de esta Facultad, advertido de la necesidad de incorporar en espacios curriculares de las ciencias básicas de Ingeniería, conceptos esenciales de metrología y evaluación de la incertidumbre de medición específicamente, se aboca al tratamiento de esta disciplina. Su tratamiento, como soporte esencial que acompaña al desarrollo tecnológico sustentable, está cada vez más presente en las políticas públicas de los países avanzados. Los institutos nacionales de Física orientan esfuerzos a investigación y transferencia.

Por otra parte, para ofrecer una organización del desarrollo tecnológico sustentable que garantice una articulación exitosa entre educación y trabajo, se requiere de una continua

adaptación de aquellas carreras más fuertemente vinculadas con las tecnologías. En este universo, las disciplinas involucradas en las carreras de ingeniería demandan permanentes revisiones (Díaz, Durán, 2006).

Asumir el compromiso de protagonizar en ese escenario, implica una permanente voluntad de investigar en metrología como así también una adecuada implementación de estrategias de enseñanza-aprendizaje como elementos esenciales para la transferencia exitosa al aula de las producciones de las investigaciones realizadas.

Este equipo de trabajo realiza acciones destinadas a satisfacer necesidades desatendidas de formación, investigación y transferencia en aspectos relacionados con la metrología (Heinze, Díaz, 2001). Estas acciones, en la medida de lo posible, se dan a difusión tanto a través de la publicación de material como a través de presentaciones en eventos públicos afines.

Las actividades de formación se realizan tanto en espacios curriculares de grado como en espacios extracurriculares de postgrado, incorporando aspectos conceptuales y procedimentales en asignaturas de la carrera para el primer caso, y realizando cursos para egresados universitarios, en ésta y en otras provincias, para el segundo.

La investigación se refiere al desarrollo de modelos físicos y matemáticos para la evaluación de la incertidumbre de medición, como así también al estudio de estándares internacionales aplicables a laboratorios y a sistemas de medición (Díaz, Durán, 2005).

Por último, las actividades de extensión implican la transferencia efectiva de resultados de las producciones realizadas en cada una de las dimensiones mencionadas con anterioridad.

El objetivo central de este trabajo consiste en profundizar, como se indica en el resumen, sobre un modelo didáctico de evaluación de incertidumbre, con el fin de ofrecer al usuario docente, un análisis más exhaustivo en sus aspectos conceptuales y procedimentales, que mejore las condiciones para la transferencia a los espacios curriculares aplicables.

El modelo ha sido desarrollado con anterioridad por integrantes del mismo equipo. Para el mensurando objeto de evaluación de incertidumbre se llevó a cabo el siguiente proceso: selección de la experiencia, análisis de aspectos conceptuales, desarrollo del modelo físico, diseño experimental, desarrollo del modelo matemático asociado, evaluación de la incertidumbre, análisis, resultados y conclusiones y, transferencia a espacios curriculares.

También han sido publicados, en el marco de este evento, los resultados de las mediciones del rendimiento académico de los alumnos del primer año de las carreras de Ingeniería, cuando se incorpora el modelo en espacios curriculares de sus asignaturas experimentales (DÍAZ & ALANIZ, 2007).

En esta oportunidad se describe brevemente el modelo simplificado a los fines didácticos (MSD) escogido para su tratamiento. Luego, para el análisis del modelo físico, se profundiza sobre el concepto de la aceleración gravitatoria. A partir de los aspectos no considerados en el diseño del MSD, se realiza una revisión del modelo matemático poniendo énfasis en las fuentes de incertidumbre y el grado de correlación de las magnitudes de entrada que definen al mensurando. Por último, se realizan las consideraciones finales que integran las conclusiones de esta presentación.

El presente trabajo no pretende abordar los aspectos procedimentales del MSD, ni los de su tratamiento matemático. Estos desarrollos han sido motivo de otros trabajos, cuyas citas se realizan a lo largo de éste y sus referencias se agregan al final.

2. MODELO DE ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE (MSD)

2.1 Experiencia de laboratorio para la determinación de la aceleración gravitatoria (Díaz, Arenas, 2006): sus consideraciones

Si bien los procesos de: elección, diseño, desarrollo, implementación y evaluación de la incorporación de aspectos metrológicos a la experiencia de laboratorio, ya han sido elaborados y publicados en otras oportunidades, es dable aquí dar una apretada síntesis para evidenciar los esfuerzos realizados en diversos sentidos como el tiempo de trabajo utilizado.

Para la elección, en primer lugar se acotó la asignatura, escogiendo aquella con mayor cantidad de experiencias de laboratorios dentro del universo del Departamento de Física. Así resultó la de Física I Ingeniería. Se fortaleció la decisión por el compromiso evidenciado por los dos profesores titulares a cargo de la materia durante estos años. Por otra parte, el hecho de ser la primera asignatura con trabajos experimentales, común a todas las carreras de ingeniería, se lo tomó como aspecto facilitador del componente actitudinal del aprendizaje de los alumnos.

El diseño y desarrollo de cada modelo de evaluación de la incertidumbre asociado al resultado a informar en las experiencias de laboratorio de Física I fueron realizados para seis de las trece experiencias curriculares. Tres de ellos, incluidos en los proyectos de investigación del equipo de trabajo (Díaz, Heinze, 2003) y los otros, objeto del trabajo final que prepararon los mismos docentes de esta materia, cuando hicieron su formación de postgrado en esta temática. La formación estuvo a cargo del equipo de trabajo, en tres oportunidades diferentes (2002, 2003 y 2006), para la del 2003 se convocó a todos los docentes integrantes de la cátedra aunque sólo algunos desarrollaron trabajos. Es decir, los modelos de evaluación de la incertidumbre que la cátedra tiene disponibles para su implementación fueron realizados o por este equipo o por sus docentes en formación.

No todos los modelos disponibles fueron transferidos efectivamente al aula. Más aún: la política consistió en elegir sólo uno como experiencia piloto, cuyas características favoreciera a los procesos de aprendizaje conceptuales y procedimentales. El plan consistió en aplicar sobre él todas las instancias relativas a la implementación, evaluación de los resultados y ajustes necesarios; todo ello para munirse de un prototipo cuyas fortalezas y debilidades fueran bien delimitadas. Se eligió la experiencia de laboratorio para la determinación de la aceleración gravitatoria utilizando un péndulo simple para la que se realizan mediciones directas de longitud y tiempo. La estrategia de enseñanza aprendizaje escogida fue la de aprendizaje basado en problemas (APB). Se llevó a cabo en varias oportunidades (Díaz, Arenas, 2006) desde el 2002 y hasta el 2006, aplicándose en diferentes cuatrimestres y en más de una comisión simultáneamente. No siempre se evaluó el impacto.

Las evaluaciones de rendimiento académico por parte de los alumnos de los aspectos incorporados extracurriculares relativos a la metrología, y en particular a la evaluación de la incertidumbre, como el impacto sobre el rendimiento académico de los contenidos curriculares, fueron realizados, revisados y mejorados durante tres periodos. El último de ellos fue realizado en el 2006 y sus resultados se publicaron en COBENGE 2007 (Díaz, Alaníz, 2007). Para su realización se utilizó la técnica pre test - post test, se definieron objetivos y criterios de evaluación y se compararon resultados de comisiones sometidos a procesos diferentes, uno de ellos el convencional. De este modo se obtuvieron resultados multivariados para la evaluación que no son motivo de este trabajo, y que en alguna medida muestran la factibilidad de incorporar a la metrología como disciplina transversal en espacios curriculares de las carreras de ingeniería.

En este trabajo se muestran: el modelo físico propuesto, un análisis de las magnitudes de influencia del sistema de medición con identificación de variables que afectan significativamente a la calidad del resultado y una aproximación al modelo matemático asociado, identificando en él tanto el tipo de evaluación de incertidumbre como las diferentes contribuciones y su determinación...

El modelo físico

La experiencia de la determinación de la aceleración gravitatoria utilizando un péndulo simple, para las consideraciones de la asignatura, responde a la aplicación de un modelo físico sobre el cual no se profundiza ya que se prioriza el objetivo de incorporar conceptos relacionados con la Incertidumbre de resultado de medición.

Sea:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

Y : mensurando

f : ley que define al mensurando

x_1, x_n : magnitudes de entrada

Para la situación planteada, como muestra la Figura 3, el mensurando es la aceleración gravitatoria que se obtiene a partir de su medición indirecta. Las magnitudes de entrada que se consideran son: el largo del hilo, el radio de la esfera y el período del movimiento armónico, con lo que:

$$g = \frac{4 * \pi^2}{T^2} * l \quad (2)$$

g: mensurando

T: magnitud de entrada, periodo del oscilador

l: magnitud de entrada, longitud corregida,

Cada una de estas magnitudes de entrada a su vez, son mensurandos resultados de sus propios procesos de medición. Resulta necesario determinar cada incertidumbre asociada y luego, evaluar las contribuciones en el modelo matemático para la incertidumbre U_g .

$$g = \bar{g} \pm U_g \quad (3)$$

$$T = \bar{T} \pm U_T \quad (4)$$

$$l = \bar{l} \pm U_l \quad (5)$$

El modelo matemático

El desarrollo del modelo asociado a la incertidumbre de medición se realiza en el marco de la Guía de recomendaciones para la evaluación de la incertidumbre –GUM- (OIML, 1993).

La incertidumbre estándar, se define como el desvío estándar experimental del resultado de medición, o como la variancia experimental.

Los modos de evaluación para cada contribución de incertidumbre estándar, para cada tipo A o B, resultan conforme a la guía mencionada.

La de tipo A es la de la repetibilidad, y se le denomina evaluación de tipo A.

$u_s = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$, es la evaluación de Tipo A de la incertidumbre estándar experimental del resultado

para cada magnitud de entrada considerada (se evaluó en la determinación del periodo T)

A todas las demás se las define como de evaluación Tipo B, y se obtienen mediante el juicio científico basado en toda la información disponible acerca de la variabilidad de la magnitud de entrada que está siendo considerada, por ejemplo: datos de mediciones previas, experiencia ó conocimiento general del comportamiento y las propiedades de los materiales e instrumentos, datos obtenidos de los certificados de calibración, etc.

Para cada una de las contribuciones, su componente de incertidumbre estándar:

u_{s1} : de repetibilidad para la evaluación de las contribuciones de tipo A

u_{s2} : del patrón de calibración –se asume que es significativa aunque no hay información para su procesamiento-

u_{s3} : del método –se consideró en la Tipo A-

u_{s4} :del conocimiento incompleto del mensurando –se consideró en la Tipo A-

u_{s5} :de resolución del instrumento de medida –se evaluó su contribución de Tipo B a partir de las características del dispositivo de lectura y su resolución-

Luego, es necesario determinar la incertidumbre combinada en función de las $u_{s(i)}$ para cada una de las magnitudes de entrada que participan en la definición del mensurando.

Se presumió que para este proceso de medición indirecta, sus magnitudes de entrada se asumieron como no correlacionadas, con lo cual la incertidumbre estándar combinada u_c :

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 * u_{(xi)}^2 \quad (6)$$

$\left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]$: derivada parcial de la ley de definición del mensurando respecto a la magnitud de entrada considerada

y $u_{(xi)}^2$: la incertidumbre estándar de la magnitud de entrada considerada, elevada al cuadrado

Aplicando (6) en (2) resulta:

$$u_{cg} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} \right)^2 * u_{sl}^2 + \left(\frac{8\pi^2}{T^3} \right)^2 * u_{sT}^2} \quad (7)$$

El modelo así considerado presenta un análisis de magnitudes de entrada no correlacionadas, Periodo, Longitud del péndulo y radio de la esfera, con lo que permite trabajar cada contribución con independencia con respecto a las demás.

Por último, la incertidumbre combinada afectada del factor de cobertura resulta la incertidumbre expandida U_g que se informa en el resultado, como se indicó en la ecuación n° 3. Se asumió igual a 2, sin tener en cuenta el número efectivo de grados de libertad del mensurando.

3. DESARROLLO DEL TRABAJO

3.1 El modelo físico: Medición de \vec{g} terrestre

Definición del vector campo de gravedad \vec{g}

El peso \vec{W} de un cuerpo en nuestro planeta es debido a dos causas:

- 1) la fuerza de atracción gravitatoria newtoniana \vec{F}_n , que suponiendo la tierra esférica y el cuerpo en la superficie o externo a ella, como muestra la Figura n° 1:

$$\vec{F}_n = -G \frac{Mm}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \quad (8)$$

2) la fuerza inercial de arrastre axífuga, debido al giro diario del planeta:

$$\vec{F}_a = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (9)$$

$$\vec{W} = \vec{F}_n + \vec{F}_a. \quad (10)$$

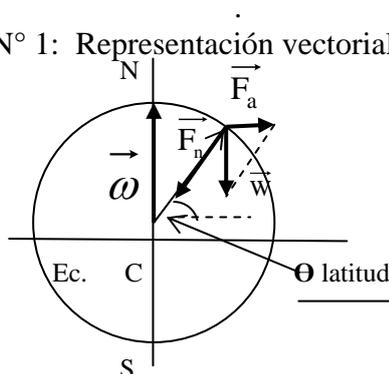
En la Figura n° 1 se ha exagerado el tamaño de \vec{F}_a respecto de \vec{F}_n , pues $\|\vec{F}_a\|$ es aproximadamente $\|\vec{F}_n\|/337$.

Se define a \vec{g} como el cociente entre el peso \vec{W} y la masa del cuerpo:

$$\vec{g} \triangleq \frac{\vec{W}}{m} = \frac{\vec{F}_n}{m} + \frac{\vec{F}_a}{m} = - \left[\frac{GM}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \right] \quad (11)$$

Algunos autores franceses con buen criterio distinguen \vec{g} de $\frac{\vec{F}_n}{m}$, denominando a \vec{g} “campo de pesantez” y a $\frac{\vec{F}_n}{m}$ “campo de gravedad”. Nosotros aquí podríamos llamar a este ultimo “campo de gravedad pura”. El vector \vec{g} , punto a punto, varía con la latitud (debido al giro y al achatamiento del globo terrestre), con la altitud (por alejamiento del centro de masa C), por perturbaciones locales debido a las heterogeneidades del terreno, morfología de las capas geológicas (anticlinales y sinclinales), masas montañosas, posición relativa Sol – Tierra – Luna, etc. Es de interés geológico conocer las variaciones de \vec{g} , para fines geodésicos o mineros (prospección gravimétrica).

Figura N° 1: Representación vectorial de las fuerzas



Cuando se intenta medir \vec{g} con partículas o cuerpos en movimiento respecto a tierra (por ejemplo: péndulos, caída libre, etc.) aparece otra fuerza inercial denominada de Coriolis:

$$\vec{F}_c = -m\vec{\omega} \times \vec{V}_{rel} \quad (12)$$

Donde \vec{V}_{rel} es la velocidad de la partícula respecto a tierra de modo que en rigor mediríamos una \vec{g}' modificada:

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}_c}{m} \quad (13)$$

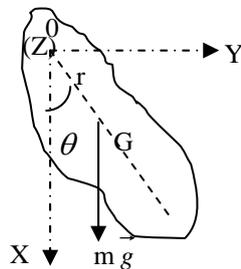
Con el agravante que \vec{F}_c es variable pues \vec{V}_{rel} lo es en el caso del péndulo, caídas. Si la \vec{V}_{rel} es pequeña frente a la velocidad de los puntos de la superficie terrestre respecto a las estrellas (velocidad de arrastre), \vec{F}_c se puede despreciar, como lo haremos en nuestras mediciones. Sin embargo en el largo péndulo de Foucault, suspendido de modo que no se impida el movimiento del plano de oscilación, la fuerza de Coriolis hace rotar dicho plano respecto a la tierra con un periodo $\frac{24 \text{ hs sidéreas}}{\text{sen}\theta}$, donde θ es la latitud.

Péndulo compuesto o físico

Cualquier cuerpo con un eje (O) horizontal (Figura n° 2) puede actuar como un péndulo físico o real. Pero haremos las siguientes simplificaciones:

- 1) el cuerpo y el soporte del cual pende se consideran indeformables.
- 2) El soporte empotrado en tierra se supone de masa ∞ (inmóvil), por ende la referencia tierra se considera inercial o galileana.
- 3) Se desprecian los rozamientos tanto tipo Coulomb (sólido - sólido) en (O), como los aerodinámicos.
- 4) Se desprecia el empuje de Arquímedes.

Figura N ° 2: Péndulo compuesto o físico



Considerando:

$$\Sigma M_o = I_o \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (14)$$

y teniendo en cuenta un eje Z con origen en (O) hacia el lector, resulta

$$-mgr \text{sen}\theta = I_o \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (15)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgr}{I_o} \text{sen}\theta = 0 \quad (16)$$

Cuya solución implica una integral elíptica de 2da especie y el período depende de la amplitud según la siguiente serie:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgr}} \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{\hat{\theta}}{2} + \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 4}\right)^2 \frac{\hat{\theta}^3}{2} + \dots \right) \quad (17)$$

donde θ es la amplitud angular. Para su linealización suponemos que θ es pequeño (no más de 2 o 3°), expresado en radianes, se tiene que $\text{sen}\theta \approx \theta$:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgr}{I_0} \theta = 0 \quad (18)$$

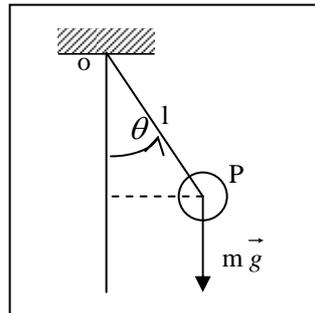
Ecuación diferencial lineal cuya solución es armónica, de período independiente de la amplitud (péndulo isócrona):

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgr}} \quad (19)$$

Péndulo puntual o ideal

Sea un hilo inextensible, de longitud l , de masa despreciable, amarrado en O y en su extremo inferior una partícula P , considerada como un punto de masa m (he aquí la gran idealización). Bajo estos supuestos y los que se hicieron para el péndulo físico se tiene:

Figura n° 3: Péndulo simple



$$-mgl \text{sen}\theta = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (20)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \text{sen}\theta = 0 \quad (21)$$

Es claro que también conduce a integrales elípticas y el periodo depende de la amplitud $\hat{\theta}$ dado por la serie:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{sen}^2 \frac{\hat{\theta}}{2} + \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 4}\right)^2 \text{sen}^4 \frac{\hat{\theta}}{2} + \dots \right) \quad (22)$$

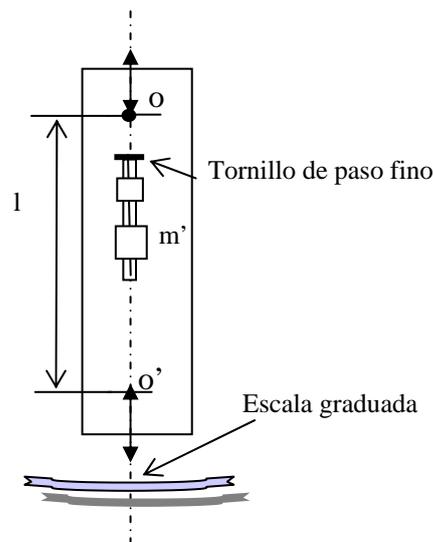
Linealizando para pequeñas amplitudes se tiene

$$T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (23)$$

El péndulo reversible de Kater

Para medir g sería interesante por su menor número de variables de entrada utilizar un péndulo puntual o ideal... ¡pero el péndulo puntual o ideal no es real! No se puede concentrar toda la masa en un punto y colgarla de un hilo inextensible sin masa. Pero sí podemos utilizar un péndulo físico, real, equivalente al ideal: es el péndulo reversible de Kater (Figura nº 4)

Figura nº 4: Péndulo reversible de Kater



Consiste en un cuerpo de acero, pudiendo ser una barra de sección biconvexa (para minimizar la resistencia del aire). Posee dos ejes O , O' con filo (cuchillas), que pueden apoyarse sobre una base muy dura (por ejemplo de ágata). Está provisto de una masa m' que puede deslizarse longitudinalmente girando un tornillo de paso fino. Si ajustando por tanteo la posición de m' logramos que el período del péndulo sea el mismo tanto si cuelga de O como de O' hemos logrado que la distancia l entre las cuchillas O , O' sea la longitud reducida equivalente a la longitud del péndulo ideal. Medir la distancia l entre los filos de las cuchillas es más fácil y preciso que medir la longitud de un hilo.

Ahora sí podemos utilizar la expresión aproximada en la fórmula (23) y obtener g a partir de ella:

$$g \cong \frac{4 \pi^2 l}{T^2} \quad (24)$$

-para mayor precisión utilizar la ecuación nº 22-. Donde $\hat{\theta}$ es la amplitud que puede observarse con los fieles que tiene el péndulo en los extremos y el sector graduado fijo al soporte -no dibujado-.

3.2 El tratamiento del modelo matemático

Contar una buena definición del modelo físico posibilita la identificación de las magnitudes de influencia, su orden de magnitud, las magnitudes de entradas, su grado de

correlación, el modo en que influyen en el resultado de medición, en síntesis: la contribución de los componentes de incertidumbre que contribuyen a la definición de la incertidumbre asociada al mensurando, objeto de medición.

En este sentido, del proceso de revisión matemático para el MSD surgen las consideraciones que se desarrollan a continuación.

Definición incompleta del mensurando:

- Medición de g' cuando se pretende medir g .
- No determinación del momento de inercia del péndulo simple, que es en realidad un péndulo físico o compuesto.
- No consideración del efecto de Coriolis en los resultados.

Magnitudes de influencia:

- Condiciones ambientales y de infraestructura asociadas a las limitaciones propias de un laboratorio con fines didácticos.
- Deficiencias propias de la inexperiencia de los alumnos.
- Para la medición de t se empleó un cronómetro y se realizaron varias lecturas en condiciones de repetibilidad, de modo que es posible realizar la evaluación de tipo A. Para la determinación de su evaluación de tipo B también se adoptó la función de densidad de probabilidad rectangular o uniforme (por similares consideraciones probabilísticas).
- La incertidumbre asociada al patrón de calibración en todos los casos no se procesa por falta de información.

Grado de correlación de las magnitudes de entrada:

- En este modelo se consideró que el período y la longitud eran magnitudes no correlacionadas, sin embargo del tratamiento del modelo físico, se evidencia la correlación entre ambas. No siendo objeto de estudio el grado de correlación ni su ponderación.

Contribuciones a la incertidumbre asociada al mensurando:

- No se tuvieron en cuenta los grados de libertad de las componentes de incertidumbre de tipo B, por lo que se asumió el mismo coeficiente de cobertura, sin el análisis estadístico correspondiente.
- Tampoco se determinó el número efectivo de grados de libertad del mensurando, lo cuál implicaría un algoritmo como el siguiente:

Sea:

$$u_{ca}^2 = \sum \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u_{x_i}^2 \quad (25)$$

Donde:

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$: coeficiente de sensibilidad de la magnitud de entrada considerada

$u_{x_i}^2$: cuadrado de la incertidumbre estándar de la magnitud de entrada considerada

u_{At} : incertidumbre estándar tipo A de t

u_{Bt} es una incertidumbre estándar tipo B cuya estimación se realiza a partir del conocimiento científico y técnico del proceso de medición

$$u_{ct}^2 = \sum u_{Bt}^2 + \sum u_{At}^2 \quad (26)$$

El número efectivo de grados de libertad resulta, según el teorema de Welch-Satterwaite, de acuerdo con los anexos: F (Consejos prácticos para la evaluación de las componentes de la incertidumbre) y G (Grados de libertad y probabilidad de cobertura) de la GUM, resulta:

$$\frac{u_{ct}^4}{\nu_{efft}} = \frac{u_{At}^4}{\nu_A} + \frac{u_{Bt}^4}{\nu_B} \quad (27)$$

ν_{efft} : número de grados de libertad efectivo del mensurando

Su tratamiento involucra la definición de los coeficientes de sensibilidad de las magnitudes de entrada tanto para las mediciones indirectas como para los procesos de mediciones directas relacionados

Luego es posible hallar un coeficiente de cobertura K , que mejor se ajuste para la expresión de la incertidumbre expandida:

$$U = K \cdot u_c \quad (28)$$

4. CONSIDERACIONES FINALES

A lo largo de este trabajo se fueron destacando las simplificaciones identificadas en el desarrollo del MSD, para la experiencia de laboratorio objeto de estudio.

En el proceso de revisión del modelo matemático es posible observar la necesidad de ahondar en la definición del número efectivo de grados de libertad asociado al mensurando. Sin embargo, para su tratamiento es necesario contar con conocimientos específicos de estadística que, en general, para los alumnos del primer año de las carreras de ingeniería aún no han sido abordados. Por otra parte, la determinación del número efectivo de grados de libertad, no influye significativamente en el resultado de la incertidumbre expandida si ésta es estimada con fines didácticos, con lo cuál los autores sugieren que al momento de transferir el MSD al aula, sencillamente se mencionen estos conceptos con el fin de ofrecer al futuro ingeniero la posibilidad de profundizarlo en sus trabajos profesionales a posteriori para que los resultados que informe resulten metrológicamente aceptables y contextualizados con las exigencias del mercado internacional.

Con relación a las componentes desconocidas de las fuentes de incertidumbre enumeradas en la descripción del MSD, -se las evaluó a través de una contribución de Tipo A- es plausible exigir en consonancia con el párrafo anterior, una evaluación de variancias a través de un diseño experimental utilizando, por ejemplo, un test ANOVA.

Un hallazgo significativo para la definición del modelo físico del MSD, es la propuesta de realización de la experiencia a través del péndulo de Kater, descrito en este trabajo. De este modo, se eliminan varias de las fuentes de incertidumbre provenientes de la definición incompleta o incorrecta del mensurando y además las magnitudes de entrada serían efectivamente no correlacionadas, como han sido supuestas.

Las consideraciones aquí realizadas son una aproximación a la definición del grado de validez y de la aplicabilidad del MSD para ser utilizado en espacios curriculares de grado de las carreras de Ingeniería.

5. REFERENCIAS

BIPM, ISO, IEC, IFCC, IUPAC, & OIML. *G.U.M.: Guía para el cálculo de incertidumbre de medición*, OIML, Suiza, 1993

BIPM, ISO, IEC, IFCC, UPAC, IUPAP & OIML. V.I.M: **Vocabulario Internacional de Metrología**. OIML, Suiza, 1993.

COLLO, ISNARDI, FERRO, **Análisis Matemático 3º curso (Ecuaciones diferenciales y Mecánica)**, Edit: Escuela Naval Militar, Río Santiago, 1944

Comité científico, **Enciclopedia de la Ciencia y la Técnica Tomo VII**, Editorial Océano-Danae, Barcelona, 1980.

DÍAZ, L., & HEINZE, O.; Aproximación al cálculo de Incertidumbre de Medición en Laboratorios. En *XIX JORNADAS IRAM-UNIVERSIDADES*. **Resúmenes**, L –03. 2003.

DÍAZ, L. & DURAN, G.; Aproximación a la evaluación de la incertidumbre de medición para determinar la compatibilidad aditivo superfluidificante -cemento aplicando el cono de Marsh, En *XXIII JORNADAS IRAM – UNIVERSIDADES, X FORO UNILAB*. **Memorias**:. www.uniram.org.ar, 2005

DÍAZ, L. & DURÁN, G.; La Metrología: condición esencial para un desarrollo sustentable. En *I JORNADAS CIN RED VITEC* . **Actas**: pág. 32, 2006.

DÍAZ, L. & ARENAS, F; Incorporación de metrología en la asignatura Física I para Ingeniería. En *SIEF 8 - SIMPOSIO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN EN FÍSICA* **Memorias**: pág. 69, 2006

DÍAZ, L. & ALANIZ ANDRADA, H; Metrología como disciplina transversal en las carreras de ingeniería. En *XXXV CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA*, 2007.

DÍAZ, L.; ALANIZ ANDRADA, H.; MARANGUNIC, R. & DURÁN, G.; Modelo educativo de estimación de la incertidumbre aplicable a Física en Ingeniería. En *XXVII JORNADAS IRAM-UNIVERSIDADES* . **Memorias**: www.uniram.org.ar, 2007

HEINZE O. & DÍAZ, L.; Control de Calidad: Los Sistemas de Medición en Experiencias de Laboratorio. En *ENCUENTRO NACIONAL DE PROFESORES DE FÍSICA*. **Memorias**: p 387 – 398, 2001.

IÑIGUEZ J.M. & PALACIOS R., **Mecánica Teórica Tomo II**, Editorial Dossat, Madrid, 1965.

ISO. **NORMA ISO 3534-1 Partes 1 y 2, Probability and general statistical terms & Statistical quality control. Design of experiments**. ISO , Suiza , 1991.

METROLOGY AS A DISCIPLINE CROSS: ASSESSMENT MODEL UNCERTAINTY INCORPORATED IN BASIC SCIENCES ENGINEERING

Summary: This study shows the results of further physical model associated with the evaluation of measurement uncertainty in a laboratory experience of the subject I for engineering physics.

The broader project, including this one, is incorporating aspects of metrology as cross-discipline, in spaces curriculum of basic sciences engineering. This implies: to undertake actions aimed at training teachers involved, to investigate the definition of the models (physical and mathematical) assessment of the uncertainty associated with the measurand, develop simplified models to make practicable its transfer to spaces grade curriculum, define strategies of teaching and learning processes for the transfer of the products of these investigations, assess their impact and finally, about deepening their rank of validity to delimit its applicability.

The laboratory's experience, the subject of this work is determining the acceleration due to gravity using a simple pendulum. Both the didactic model for estimating the uncertainty as the academic impact assessment of their curriculum spaces transfer to the first year of engineering, have been made earlier. Some results were presented at COBENGE 2007. In this occasion, the aim is to make available the teaching user of the model, conceptual aspects that allow a better approximation of its limitations when it comes to transfer it to the classroom. It touches: the analysis of the sources of uncertainty and the level of correlation of the magnitudes of entry measurand.

Keywords: Metrology, Uncertainty, Engineering, Transversal..