

PROPOSTA DE INTEGRAÇÃO ENTRE AS DISCIPLINAS DE MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO E CÁLCULO APLICADO

Yuri Ivan Maggi – ymaggi@unicenp.edu.br

Patrícia Lizi de Oliveira Maggi – plomaggi@unicenp.edu.br

Centro Universitário Positivo – UnicenP

Rua Prof. Pedro Viriato Parigot de Souza, 5300

81280-330 – Curitiba - PR

Resumo: *A disciplina de Cálculo Aplicado trabalha com ferramentas matemáticas que podem ser aplicadas em diversas áreas da engenharia. Neste trabalho é apresentada uma proposta de desenvolvimento conjunto entre as matérias de “concreto” e “ajuste de curvas”. Ao longo da disciplina de Materiais de Construção os alunos aprendem a realizar a dosagem experimental de concreto, que consiste em encontrar curvas que relacionam a resistência do concreto com seu fator água/cimento, o fator água/cimento com o traço de agregados e o traço de agregados com o consumo de cimento por metro cúbico de concreto. Em laboratório, são efetuados ensaios que fornecem, pelo menos, três pontos de cada uma dessas curvas. Com o objetivo de obter maior precisão no traçado dos gráficos e permitir a construção de modelos a partir dos dados experimentais, e para ressaltar aos alunos uma das várias aplicações do Cálculo Numérico, propõe-se que sejam feitos ajustes de três curvas, pelo método dos mínimos quadrados. Este tipo de integração, entre uma disciplina básica e uma disciplina prática, tem como objetivo incentivar a curiosidade e motivar o aluno no aprendizado da engenharia como um todo.*

Palavras-chave: *Dosagem, Ajuste de curvas, Traço de concreto, Materiais, Cálculo numérico*

1 INTRODUÇÃO

Entende-se por dosagem do concreto o conjunto de atividades realizadas com a finalidade de determinar um traço que atenda a condições pré-estabelecidas. Traço é a proporção entre os materiais. Costuma-se indicar o traço unitário do concreto, onde se relacionam as quantidades dos demais materiais em relação à quantidade de cimento. O traço é indicado do material mais fino para o mais grosso, sendo a relação água/cimento (a/c) indicada por fim. Como exemplo, um traço de concreto com as proporções de cimento, areia, pedrisco e pedra nº 1 é indicado como:

$$1 : 2 : 0,8 : 2,2 : 0,55$$

Para o traço indicado acima lê-se que, para cada parte de cimento, deverão ser adicionadas 2 partes de areia, 0,8 partes de pedrisco, 2,2 partes de pedra nº 1 e 0,55 partes de água.

O mesmo traço não produz concretos sempre iguais. Qualquer mudança na marca ou no tipo de cimento, no fornecedor de areia ou no de brita, altera as propriedades do concreto obtido. Dois agregados de mesma granulometria podem resultar em concretos diferentes, pois um pode ter, por exemplo, grãos mais arredondados e o outro ter grãos mais lamelares. A substituição da areia natural por artificial ou vice-versa também provoca alterações significativas no concreto, devendo ser realizado novo estudo de dosagem.

Um dos procedimentos de dosagem mais usuais, no Brasil, é conhecido como método do IPT e é apresentado por HELENE & TERZIAN (1992). Por meio de ensaios de laboratório são determinados pontos de um gráfico conhecido como gráfico de dosagem. O gráfico de dosagem é formado por três curvas:

- Curva de Abrams: relaciona o fator a/c com a resistência do concreto;
- Curva de Lyse: relaciona o fator a/c com o traço de agregados;
- Curva de Molinari: relaciona o traço de agregados com o consumo de cimento.

Pontos destas curvas são obtidos experimentalmente. Para maior precisão no traçado do gráfico, pode-se adotar procedimentos de ajuste de curvas.

Os alunos do segundo ano de Engenharia Civil do UnicenP desenvolvem o procedimento de dosagem na disciplina de Construção Civil e Ciência e Tecnologia dos Materiais e aprendem Ajuste de Curvas na disciplina de Cálculo Aplicado. A fim de mostrar aplicações práticas desta ferramenta matemática trabalhada na disciplina, propõe-se a utilização dos dados obtidos no laboratório de Materiais para o aprendizado de Ajuste de Curvas nas aulas de Cálculo Aplicado, a partir da aplicação das ferramentas conhecidas na resolução de um problema prático de Engenharia.

2 GRÁFICO DE DOSAGEM

Como já foi citado anteriormente, o gráfico de dosagem é composto por três curvas, conforme indicado na figura 1.

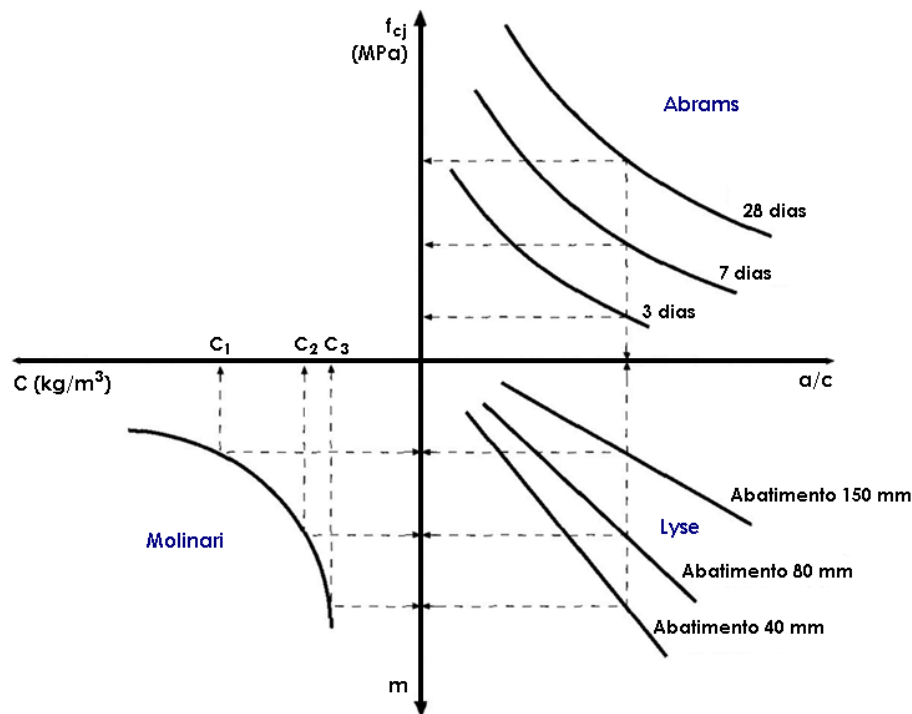


Figura 1 – Diagrama de dosagem

2.1 Lei de Abrams

Segundo a lei de Abrams a resistência (f_c) do concreto relaciona-se com o fator a/c , de acordo com uma equação exponencial:

$$f_c = \frac{k_1}{k_2^{a/c}} \quad (1)$$

Esta é uma equação de decaimento. As constantes k_1 e k_2 são determinadas experimentalmente.

A resistência à compressão é um dos principais parâmetros para um concreto endurecido e tem sido usada também como parâmetro de durabilidade, já que os fatores que elevam a resistência do concreto também aumentam sua impermeabilidade e conseqüentemente sua durabilidade. A relação água/cimento (a/c) é um dos principais fatores que influenciam na resistência do concreto. Quanto menor o a/c , maior a resistência obtida.

2.2 Ajuste da curva de Abrams

O ajuste de curvas, na disciplina de Cálculo Aplicado, possui uma introdução teórica sobre modelos que podem ser utilizados em Engenharia. A ênfase à utilização de modelos tem como objetivo reforçar a idéia de que, para problemas complexos, onde não há possibilidade de se obter soluções fechadas, soluções aproximadas são uma alternativa viável, desde que feitas com base em critérios e métodos escolhidos adequadamente pelo Engenheiro.

Dessa forma, procura-se incentivar o aluno no aprendizado de ferramentas numéricas que permitam resolver problemas práticos, o que é feito neste caso para o Método dos Mínimos Quadrados, utilizado comumente no ajuste de curvas para extrapolação de dados

experimentais, onde se tem como objetivo representar dados discretos, neste caso, por uma função contínua que passe o mais próxima possível de todos os pontos recolhidos durante os experimentos.

Como parte da disciplina, os alunos trabalham no ajuste de modelos lineares e não lineares. Para a curva de Abrams, é utilizado um ajuste não linear, inicializado pela linearização da expressão geral da curva para adaptação dos coeficientes k_1 e k_2 . Tal linearização é realizada para a identificação das funções em f_c e a/c , combinadas linearmente para a aplicação do método. A função original e a função linearizada, são apresentadas abaixo.

$$f_c = \frac{k_1}{k_2^{a/c}} \rightarrow \ln(f_c) = \ln(k_1) - \ln(k_2)(a/c) \quad (2)$$

Reorganizando-se os termos com k_1 e k_2 , tem a expressão linear, escrita como:

$$f_c' = k_1' + k_2' \times (a/c) \quad (3)$$

onde: $f_c' = \ln(f_c)$;
 $k_1' = \ln(k_1)$;
 $k_2' = -\ln(k_2)$.

Para os pontos obtidos experimentalmente, com pares ordenados (f_c , a/c), o ajuste dos coeficientes k_1' e k_2' é realizado pela solução do sistema de equações indicado a seguir, onde o somatório é realizado para todos os pontos disponíveis do experimento.

$$\begin{bmatrix} \sum(1) & \sum(a/c) \\ \sum(a/c) & \sum[(a/c)^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1' \\ k_2' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum(f_c') \\ \sum[f_c' \times (a/c)] \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Convertendo-se os fatores k_1' e k_2' aos fatores originais k_1 e k_2 pelas relações utilizadas na equação (3), tem-se o modelo de Abrams para a representação dos dados experimentais. A aplicação de modelos, neste caso, é utilizada inteiramente para a discussão do ajuste de curvas sobre dispersões que tem um comportamento pré-conhecido, chamando-se a atenção para o fato de que, muitas vezes, não é necessário ampliar de forma exagerada a obtenção de dados experimentais.

2.3 Lei de Lyse

Segundo a lei de Lyse o fator a/c relaciona-se com o consumo de agregados de um determinado concreto de forma linear:

$$m = k_3 + k_4 \cdot \frac{a}{c} \quad (5)$$

As constantes k_3 e k_4 são obtidas experimentalmente. A letra m representa a proporção de agregados em relação da massa total de materiais secos no concreto.

2.4 Ajuste da curva de Lyse

Para a curva de Lyse, não há necessidade de se linearizar a função de ajuste. Neste caso, os coeficientes k_3 e k_4 são determinados diretamente pela solução do sistema indicado na equação (6) que já possui a forma linear utilizada na aplicação do Método dos Mínimos Quadrados.

$$\begin{bmatrix} \sum(1) & \sum(a/c) \\ \sum(a/c) & \sum[(a/c)^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_3 \\ k_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum(m) \\ \sum[m \times (a/c)] \end{Bmatrix} \quad (6)$$

A diferenciação na escolha dos modelos de ajuste para Abrams e Lyse permite uma discussão sobre possíveis relações entre as variáveis de estudo no trabalho experimental realizado na disciplina de Construção Civil e Ciência e Tecnologia dos Materiais. Para esta discussão, diferentes tipos de curvas são propostas para que o aluno identifique a qualidade do ajuste ao comportamento esperado do modelo experimental.

2.5 Lei de Molinari

Segundo a lei de Molinari o consumo de cimento por metro cúbico de concreto, relaciona-se com o traço de agregados por uma equação do tipo:

$$C = \frac{1000}{k_5 + k_6 \cdot m} \quad (7)$$

Assim como nas demais curvas, os coeficientes k são obtidos a partir de dados do laboratório.

2.6 Ajuste da curva de Molinari

Para a Lei de Molinari é também necessária uma linearização da função de ajuste, o que permite a aplicação de diferentes práticas na geração de funções auxiliares para a aplicação do método de ajuste. Neste caso, há apenas necessidade de modificações algébricas simples para a transformação dos dados de ajuste, cuja forma final é indicada na equação (8).

$$\frac{1000}{C} = k_5 + k_6 \times m \rightarrow C' = k_5 + k_6 \times m \quad (8)$$

Os coeficientes k_5 e k_6 , para a expressão indicada, são calculados diretamente pela solução do sistema escrito na equação (9), fazendo $C' = 1000/C$.

$$\begin{bmatrix} \sum(1) & \sum(m) \\ \sum(m) & \sum(m^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_5 \\ k_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum(C') \\ \sum(C' \times m) \end{Bmatrix} \quad (9)$$

3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Na tabela 1 são apresentados dados de laboratório obtidos por uma equipe de alunos da disciplina de Construção Civil e Ciência e Tecnologia dos Materiais.

Tabela 1 – Dados obtidos experimentalmente

Traço	1:5	Rico	Pobre
a/c	0,6	0,44	0,78
m	5	3,5	6,5
C (kg/m ³)	358	483	282
f ₂₈ (MPa)	28,3	40,67	19,0

A partir destes resultados experimentais e com base na aplicação do método dos mínimos quadrados para os ajustes mencionados, pode-se tabular os valores aplicados nos respectivos sistemas para cálculo dos coeficientes de ajuste. Os dados podem ser visualizados, de forma genérica, na tabela 2.

Tabela 2 – Dados utilizados no ajuste das curvas de dosagem

Traço	01:05	Rico	Pobre	Σ
Σ(1)	1,00	1,00	1,00	3,00
Σ(a/c)	0,60	0,44	0,78	1,82
Σ[(a/c) ²]	0,36	0,19	0,61	1,16
Σ(m)	5,00	3,50	6,50	15,00
Σ[m.(a/c)]	3,00	1,54	5,07	9,61
Σ(m ²)	25,00	12,25	42,25	79,50
Σ(fc')	3,34	3,71	2,94	9,99
Σ[fc'.(a/c)]	2,01	1,63	2,30	5,93
Σ(C')	2,79	2,07	3,55	8,41
Σ(C'.m)	13,97	7,25	23,05	44,26

Os resultados dos ajustes, juntamente com as dispersões de dados originais obtidas em laboratório estão apresentadas nas figuras 2 a 4, para as curvas de Abrams, Lyse e Molinari, respectivamente.

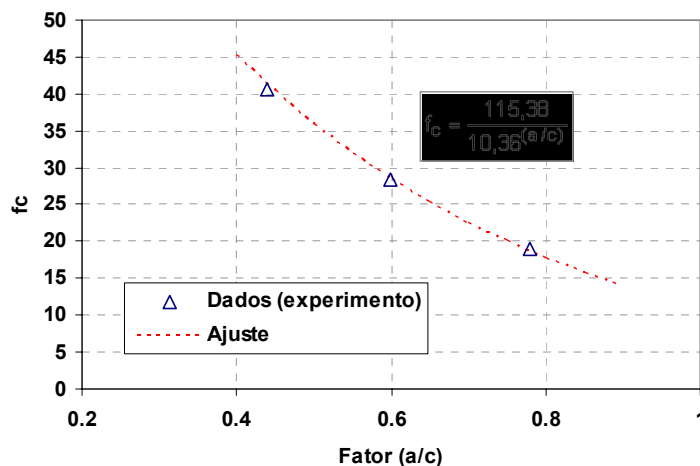


Figura 2 – Curva de ajuste para Abrams

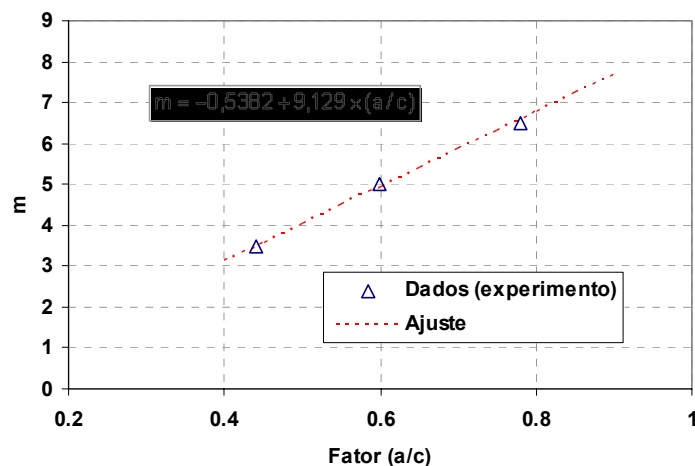


Figura 3 – Curva de ajuste para Lyse

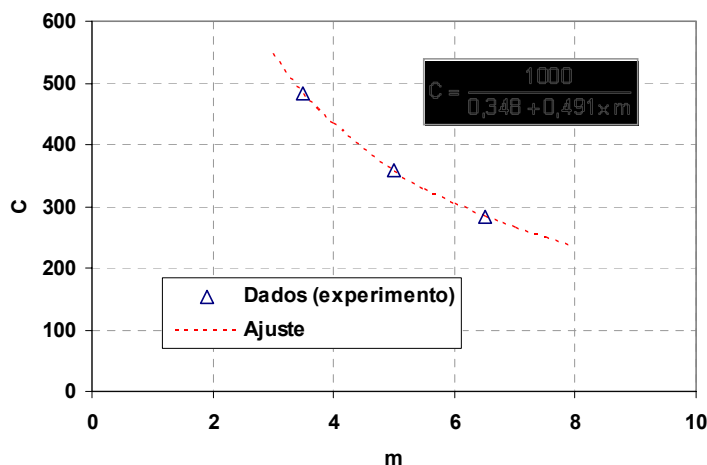


Figura 4 – Curva de ajuste para Molinari

4 RESULTADOS

Apresentou-se uma proposta de integração entre as disciplinas de Materiais e de Cálculo Aplicado. Esta integração faz parte de um projeto mais amplo desenvolvido pelo curso de Engenharia Civil do UnicenP, chamado Projeto Integrado, através do qual diversas disciplinas são integradas em um mesmo contexto. Durante o ano de 2007 o tema é a construção de uma escola. A dosagem de concreto foi realizada com objetivo de se obter traços de concreto com resistência e consistência compatíveis com o projeto estrutural e com o projeto de fundações, em desenvolvimento pelas turmas de Sistemas Estruturais e de Fundações, ambas do último ano do curso.

A turma de Sistemas Estruturais do mesmo curso solicitou um concreto com resistência característica de 25MPa e o projeto de Fundações prevê um concreto de resistência característica igual a 20MPa.

A partir das equações obtidas no exemplo, os traços que atenderiam essas condições seriam definidos, a partir das resistências desejadas, pelos valores do fator água/cimento (a/c), pelo valor do consumo de agregados (m) e consumo de cimento (C). A resistência de dosagem é dada por:

$$f_{cj} = f_{ck} + 1,65 \times S_d \quad (10)$$

onde: S_d = desvio padrão adotado como 4 MPa (controle rigoroso/dosagem em volume)

Desta forma, a resistência de dosagem para 25 MPa de resistência característica é de 31,6 MPa. Para tal resistência, o traço seria dado por:

1:4,5:0,554 (cimento:agregados:a/c)

O consumo de cimento (C) seria, para este traço, de 390 kg/m³.

5 CONCLUSÕES

A metodologia de ensino proposta neste trabalho prevê a inserção de temas práticos no desenvolvimento de matérias básicas como o Cálculo Numérico. Desta forma, procura-se despertar maior interesse dos alunos pelas disciplinas do ciclo básico do curso, mostrando, durante seu desenvolvimento, aplicações na Engenharia Civil.

No exemplo apresentado, alunos do segundo ano puderam visualizar a importância de uma parte da disciplina de Cálculo Aplicado, numa estrutura de concreto armado, mesmo sem ainda terem estudado as disciplinas da área de Estruturas.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

HELENE, Paulo; TERZIAN, Paulo. **Manual de dosagem e controle do concreto**. São Paulo: PINI, 1992.

M. A. G. RUGGIERO; V. L. R. LOPES. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2 ed. São Paulo: Makron, 1996.

INTEGRATION PROPOSAL BETWEEN COURSES OF CONSTRUCTION MATERIALS AND APPLIED CALCULUS

Abstract: *In this work a proposal for joint development between topics related to Concrete Materials and Curve-fit is presented. The subjects presented during the course of "Construction Materials", in which the students are motivated to work, involve the development of experimental mixtures of concrete, which consists in establishing curves that correlate concrete strength, water/cement ratios, aggregates and the consume of cement. Using the produced experimental data, the students are compelled to use a sort of numerical tools to curve-fit known models to the obtained data. This kind of integration between theoretical-based and practical courses represent an attempt to stimulate the curiosity and to motivate students in learning Engineering.*

Key-words: *Concrete mixture, Curve-fit, Materials, Numerical tools.*