

SINTENTIZAR IDÉIAS E ATRIBUIR SENTIDO ÀS FÓRMULAS PARA APRENDER CÁLCULO

Maria Clara Rezende Frota - mclarafrota@pucminas.br

PUC Minas – Campus Coração Eucarístico

Av. Dom José Gaspar, 500, DME

30535-610 - Belo Horizonte - MG

Apoio: CNPq

***Resumo:** Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa que investigou as potencialidades do uso de um instrumento didático, denominado resumo personalizado, enquanto elemento propulsor de uma maior auto-regulação do processo de aprendizagem. O trabalho fundamenta-se em pesquisas anteriores desenvolvidas pela autora acerca de estratégias metacognitivas e estilos de aprendizagem matemática de alunos universitários, tendo na psicologia cognitiva seus referenciais principais. Um estudo qualitativo envolvendo 42 estudantes de Cálculo de um curso de Engenharia, de uma instituição particular de ensino, permitiu identificar potencialidades variadas do instrumento, percebidas e explicitadas pelos estudantes. Os resultados apontam para a relevância do desenvolvimento de atividades que possibilitem ao aluno se conhecer enquanto aprendiz, identificando não apenas seus conhecimentos matemáticos, mas refletindo sobre o próprio processo de estudar e aprender matemática. O resumo personalizado pode ser um instrumento importante com vistas a tornar congruentes estratégias de aprendizagem e estratégias de ensino, de forma a viabilizar a transição da regulação da aprendizagem pelo professor, para a regulação da aprendizagem pelo aluno.*

***Palavras chave:** Educação matemática no ensino superior, Ensino de Cálculo na engenharia, Auto-regulação da aprendizagem, Estilos de aprendizagem matemática.*

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta resultados de uma pesquisa desenvolvida com estudantes de Cálculo, objetivando analisar estratégias de ensino que possam contribuir para o desenvolvimento do autocontrole do processo de ensino aprendizagem.

Pesquisa anteriormente conduzida (FROTA, 2002) possibilitou mapear as estratégias de aprendizagem de alunos de engenharia, indagando acerca de fatores que fossem preponderantes na determinação das mesmas. Utilizou-se uma metodologia mista, quantitativa e qualitativa, que possibilitou avaliar as estratégias de aprendizagem matemática mais comuns entre uma população de 529 estudantes de engenharia e acompanhar, através de entrevistas clínicas, um grupo de 19 alunos trabalhando com questões abordando o cálculo de integrais. Um conjunto de 31 sinalizadores das estratégias de aprendizagem foi registrado e categorizado em três grupos, correspondendo a três estilos de aprendizagem: *teórico* →

prático, prático → *teórico e incipiente*. Os estilos foram assim nomeados, a partir da predominância de uma maior ênfase teórica, ou de uma maior ênfase prática, ou da indefinição de procedimentos ao lidar com as questões, ou descrever as próprias estratégias de aprendizagem de Cálculo.

Entre outros fatores que podem influenciar os estilos de aprendizagem de Cálculo, o autocontrole do processo da aprendizagem destacou-se como principal, tanto nas análises qualitativas conduzidas, quanto nas análises quantitativas (FROTA, 2002, 2003). Novas questões de pesquisa passaram então a orientar o foco de minhas investigações, em particular as que motivaram o trabalho aqui relatado: Quais as estratégias de ensino que podem favorecer o desenvolvimento do autocontrole do processo de aprendizagem de Cálculo? A estratégia de elaboração de sínteses teóricas, predominante entre os alunos que apresentaram estilos de aprendizagem mais bem articulados, pode surtir efeitos nessa tomada de consciência do aluno do seu método de estudo e aprendizagem?

Na primeira seção desse artigo o trabalho é situado dentro do campo da pesquisa em estilos e auto-regulação da aprendizagem, apontando-se os fundamentos teóricos do trabalho. Na segunda seção são detalhados os procedimentos metodológicos adotados. Os resultados compreendem a terceira seção e são analisados, a partir das hipóteses que para desenvolver estilos de aprendizagem é importante: 1) que o aluno se conheça enquanto aprendiz, identificando não apenas seus conhecimentos matemáticos, mas também suas preferências de método de estudo e aprendizagem; 2) que o aluno saiba nomear os conteúdos estudados e sintetizar as principais idéias e resultados relativos a determinado assunto.

Espera-se que a pesquisa desenvolvida, tendo por foco o processo de aprendizagem de alunos de Cálculo, possa instruir o ensino da disciplina, possibilitando um maior conhecimento sobre as congruências e atritos entre estratégias de aprendizagem e estratégias de ensino, investigando maneiras de concretizar a transição da *regulação da aprendizagem pelo professor*, para a *regulação da aprendizagem pelo aluno*, numa abordagem apontada por Vermunt e Verloop (1999).

2 REGULAÇÃO DA APRENDIZAGEM PELO ALUNO

O currículo da escola básica no Brasil tem privilegiado o estudo de conteúdos de matemática, quando se compara, por exemplo, o número de aulas semanais de Matemática, e o número de aulas semanais de Geografia, ou História. Considerando-se cerca de 12 anos de escolaridade, incluindo-se aqui pelo menos um ano da educação infantil, oito anos do ensino fundamental e três anos do ensino médio, verifica-se que é expressivo o número de horas-aula de Matemática, número esse que deveria ser suficiente para que idéias e processos matemáticos pudessem ser desenvolvidos, assim como uma postura de autocontrole do processo de aprendizagem por parte do aluno. No entanto, resultados de pesquisa (FROTA, 2002, 2006) evidenciam grupos de alunos que apresentam uma desarticulação de estratégias de estudo e estilos de aprendizagem e pouca regulação do seu processo de aprender matemática.

A pesquisa aqui relatada envolve, assim, dois construtos: estilos de aprendizagem e auto-regulação da aprendizagem, que serão a seguir definidos.

A pesquisa em estilos tem demandado esforços dos pesquisadores no sentido, inclusive, de esclarecer o conceito, e mais ainda unificar a própria nomenclatura adotada. Zhang e Sternberg (2005) usam o termo estilos intelectuais, abrangendo vários construtos, apontados na literatura, entre eles os estilos cognitivos, estilos de tomada de decisão e resolução de problemas, estilos de aprendizagem, estilos de pensamento. Os autores destacam: “*Um estilo intelectual refere-se a uma maneira preferencial de processar informações e lidar com tarefas*” (ZHANG & STERNBERG, 2005, p.2). Segundo eles, as diferentes maneiras de

conduzir as atividades, as nossas preferências em utilizar as nossas habilidades constituem os estilos de pensamento.

Essas preferências evidenciam diferenças entre as abordagens de estudo de alunos (ENTWISTLE, N., 1994; MARTON & BOOTH, 1997). Estratégias de aprendizagem em domínios específicos, como a matemática, têm orientado vários estudos (por exemplo, CRAWFORD et al. 1998; TALL, 1997; FROTA, 2002, 2006).

Em minhas pesquisas adoto a terminologia estilos de aprendizagem, que considero como significando *estratégias de aprendizagem personalizadas*, ou seja, estratégias de aprendizagem às quais o indivíduo incorpora uma certa dose de individualidade. Estilos de aprendizagem são específicos de uma pessoa, uma vez que consistem nas particularizações que cada indivíduo faz ao lançar mão de uma ou várias estratégias de aprendizagem (FROTA, 2002). Estilos de aprendizagem se desenvolvem continuamente em decorrência dos processos de interação do sujeito com os objetos matemáticos, com os outros indivíduos e com o meio ambiente, de modo particular as interações ocorridas na sala de aula de Cálculo. Os estudantes apresentam não apenas um estilo, mas um perfil de estilos de aprendizagem matemática, mais ou menos articulados, na medida em que espelham diferentes níveis de articulação das estratégias utilizadas (FROTA, 2006).

O estudo de estilos de aprendizagem remete com certeza a estudos sobre *metacognição*, que podem ser agrupados segundo duas abordagens: estudos acerca do conhecimento sobre cognição e sobre a regulação do processo cognitivo (BROWN, 1987).

Para desenvolver um perfil de estilos de aprendizagem matemática o aluno precisa, assim, conhecer num sentido metacognitivo. Esse conhecimento metacognitivo (SCHOENFELD, 1992) integra conhecimentos científicos, empíricos, emocionais, afetivos, entre outros. Significa conhecer o conteúdo matemático específico, conhecer sobre as suas preferências de estudo de matemática, conhecer sobre as suas habilidades pessoais e sobre suas limitações. Além disso, significa conhecer-se do ponto de vista afetivo e emocional; conhecer como se sente com relação ao próprio curso, à matemática, ao Cálculo, ao professor, aos colegas.

O desenvolvimento de um perfil de estilos de aprendizagem evidencia-se, dessa forma, através da adoção de estratégias metacognitivas de aprendizagem. O trabalho aqui relatado insere-se, pois, na linha de estudos de *aprendizagem auto-regulada*. Esse construto, por sua vez, situa-se na fronteira de diferentes campos de pesquisa, podendo também ser nomeado de maneiras diferenciadas. Assim, conforme as diferentes escolas de pesquisa, a *aprendizagem auto-regulada* envolve estilos de aprendizagem, metacognição e regulação de estilos ou ainda teorias de “self”, incluindo estudos acerca de comportamento orientado por metas (BOEKAERTS, 1999).

Aprender pressupõe, além de adquirir determinados conhecimentos específicos, poder manejar sua aprendizagem, integrando várias atividades que vão desde a criação de um plano com vistas a alcançar determinada meta, passando pela seleção de estratégias adequadas, revisão sistemática do plano, bem como da própria meta, com (re)direcionamentos sempre que necessário (WEINSTEIN e MAYER, 1995).

Por aprendizagem matemática auto-regulada entendo a aprendizagem de matemática decorrente de uma reflexão sistematizada do aluno sobre o seu próprio processo de aprender, evidenciando um controle de suas habilidades, no sentido de se decidir conscientemente sobre estratégias próprias de ação.

Ao investigar as estratégias de aprendizagem de estudantes de engenharia, um fator preponderante na caracterização dos perfis de estilos de aprendizagem, foi a auto-regulação do processo de aprendizagem. A título de exemplo relato aqui episódios de entrevista (FROTA, 2002) conduzidas com duas alunas, Patrícia e Márcia, que permitem constatar a atitude de controle exercida enquanto estudam e aprendem Cálculo. Patrícia coloca:

Eu leio um pouco a teoria, procuro uns livros que a teoria seja melhor, mais fácil de entender, depois vou nos exercícios e vou resolvendo. Eu gosto de estudar sozinha, não estudo em grupo...não sei, não gosto.

E continua:

Quanto aos exercícios... Eu procuro fazer sozinha. Muitas vezes eu nem tento como o livro resolve. Eu sou muito do contra... Eu acho que muitas vezes eles complicam muito. Tem jeito mais simples de você estudar e o livro está complicando. Então eu procuro de uma forma que eu entendo, que esteja certa, né. Não adianta você entender e fazer errado.

...Se eu vou fazer alguma coisa, eu leio uma vez para eu ter a idéia mais ou menos do que se trata e depois eu leio de novo, entendeu, para eu poder pensar. Não é só ler e ficar naquilo não, eu gosto de pensar porque eu estou resolvendo isso.

Os extratos das entrevistas aqui selecionadas podem ser interpretados como evidências de autonomia e autocontrole por parte de Patrícia.

A opção de trabalho em situações matemáticas é explicada também com destaques pela aluna Márcia, através de comentários do tipo: gosto de chegar ao final do exercício e conferir *porque eu sou muito desatenta com sinal... troco sinal que é uma tristeza...*

É ainda Márcia que avalia:

Porque eu não precisei estudar tanto no semestre passado igual eu precisei para esse. Esse professor, comparando o do semestre passado com esse, o do semestre passado dava as coisas mais mastigadas, e esse não... Aí, em casa, quando eu ia observar: Mas como é que ele passou dessa linha para essa? Aí tinha ali um desenvolvimento que ele não colocou no quadro e que se eu não fosse lá perguntar como é que ele chegou ali, eu não ia saber. Já o professor do semestre passado mostrava passo a passo, a gente não precisava ficar pegando o livro, para saber como é que resolve... ele dava os exercícios muito parecidos com os que iam cair na prova... Então, agora esse semestre foi... Eu tive que estudar muito mais.

Esses dois episódios relatados ilustram a importância de despertar no aluno essa consciência das próprias habilidades ou limitações, além de possibilitarem uma reflexão acerca do papel do professor no incentivo de um estudo mais reflexivo, que exija integrações e sistematizações teóricas, além da adoção de estratégias de aprendizagem que incentivem uma aprendizagem menos procedimental e mais relacional¹.

3 METODOLOGIA

Objetivando o desenvolvimento de estilos de aprendizagem matemática e da auto-regulação do processo de aprendizagem tenho implementado uma proposta de ensino de Cálculo com alunos de Engenharia. Atividades diversificadas são realizadas ao longo do curso: estudos dirigidos para revisão de tópicos importantes estudados anteriormente; atividades investigativas propostas como introdução a novos conteúdos (FROTA, 2006); uma oficina de estudos extraclasse, que funciona semanalmente, como um espaço onde os alunos se agrupam em função de objetivos diferenciados, como a leitura do texto didático, a confecção de um resumo, ou a resolução de uma lista de exercícios, contando com a

¹ Conhecimento matemático procedimental (traduzido, às vezes, como procedural) é aquele decorrente da execução de procedimentos passo a passo, não construindo necessariamente uma idéia global do assunto. Conhecimento matemático conceitual é aquele caracterizado pela riqueza das relações e pela a unidade de idéias e que não se restringe ao conhecimento de uma parte isolada da informação (HIEBERT & LEFEVRE, 1986).

assistência do professor, que desempenha um papel apenas de sugerir uma leitura ou colocar uma nova questão, orientando o trabalho dos grupos.

Além de todas essas atividades foi implementado um instrumento de consulta, o *resumo personalizado*, contendo tópicos de Cálculo que integram uma avaliação individual, feita em sala, sem o uso da calculadora. Cada aluno confecciona, de próprio punho o seu resumo, que pode ocupar apenas uma página de papel A4, não podendo conter nada no verso. Nessa página o aluno pode colocar fórmulas, exemplos, definições, teoremas. Esse instrumento é pessoal e intransferível e deve conter elementos que o próprio aluno avalie como relevantes para a realização da prova. O *resumo personalizado* é entregue ao professor juntamente com a prova e (re)elaborado a cada nova avaliação, sempre de forma a ocupar uma única página, com o objetivo que o aluno aprenda a fazer sínteses e selecionar pontos principais de um assunto, em função do volume do conteúdo matemático relativo à avaliação a ser feita.

Nesse artigo relata-se uma investigação acerca desse *resumo personalizado*, com vistas a verificar duas possibilidades de uso do mesmo: 1) enquanto elemento propulsor de uma maior auto-regulação do processo de aprendizagem; 2) enquanto elemento que permite ao professor avaliar o desenvolvimento do curso.

Colaboraram na primeira fase da pesquisa todos os alunos que elaboraram o resumo personalizado e fizeram a prova, ou seja, 86 estudantes de engenharia, de uma instituição particular de ensino do Estado de Minas Gerais, cursando a disciplina Cálculo III, no primeiro semestre de 2005.

Na segunda fase, participaram 42 estudantes dentre todos os presentes na aula seguinte à realização da primeira prova do semestre, e que, convidados, se dispuseram a responder por escrito três questões, elaboradas de forma a exigir uma reflexão avaliativa do instrumento utilizado, desde a sua elaboração até a sua utilização. Os dados coletados nessa fase consistiram em respostas escritas para as questões:

- Você considera que elaborar o seu resumo foi importante para se preparar para a avaliação? Por quê?
- Você colocou exemplos no seu resumo? Por quê? Quais os critérios usados para a seleção dos exemplos?
- Você considerou que o seu resumo foi importante para realizar a avaliação? Por quê?

As 42 respostas do questionário foram analisadas e categorizadas de acordo com o nível de reflexão e percepção dos alunos das potencialidades do instrumento no estudo e aprendizagem do Cálculo e na auto-regulação do próprio processo de aprendizagem.

Os resumos personalizados (86) foram analisados do ponto de vista didático, enquanto instrumentos de estudo e desenvolvimento de estratégias de aprendizagem que passam pela sistematização de idéias matemáticas, bem como instrumentos de avaliação do curso pelo próprio professor.

4 O RESUMO PERSONALIZADO COMO ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM

Os alunos que responderam o questionário consideraram importante a elaboração do *resumo personalizado*, como forma de se preparar para a prova (41 respostas positivas de um total de 42). Destacam-se a seguir algumas respostas no sentido de evidenciar as reflexões conduzidas pelos estudantes. Os motivos alegados possibilitaram definir categorias das potencialidades do instrumento percebidas pelos alunos, estabelecidas a partir de argumentos típicos usados na justificativa da importância do resumo para a avaliação, conforme se pode observar no Quadro 1.

Quadro 1- Argumentos típicos das potencialidades percebidas pelos alunos acerca da elaboração do *resumo personalizado*

Potencialidades percebidas	Argumentos típicos
Fixação	A elaboração do resumo é muito útil para fixar de uma forma mais sólida conteúdos estudados (E.)
Entendimento/estudo	Ao fazer o resumo tive que entender a matéria para selecionar o conteúdo (M.)
Revisão	Ao elaborar o resumo tive que revisar toda a matéria, para que meu resumo ficasse completo. (G.H.) Depois de ter feito vários exercícios o resumo foi bom para dar uma revisão geral do conteúdo estudado (D.)
Consulta	A elaboração do resumo foi útil para o estudo, pois serviu como uma consulta constante na hora da resolução de exercícios (R.M.)
Identificação de dúvidas	Ao escrever fórmulas e dicas encontrei problemas que não havia resolvido e novas dúvidas apareceram e posteriormente foram esclarecidas (F.A.)
Segurança na realização da prova	Ter uma folha de consulta, mesmo que não seja usada, dá segurança (A.L.)

Os argumentos típicos apresentados pelos estudantes para justificar a importância da elaboração do *resumo personalizado* permitem constatar que ao justificarem o papel do resumo os alunos explicitam suas reflexões acerca não apenas do instrumento utilizado na avaliação, mas acerca de seu próprio processo de estudo aprendizagem, evidenciando, por vezes um alto nível de auto-regulação de sua aprendizagem.

Uma análise da Tabela 1 permite destacar as principais potencialidades do *resumo personalizado* percebidas pelos alunos e que são aquelas que o definem como instrumento de revisão e fixação da matéria, uma vez que sua elaboração exige estudo para seleção de tópicos. Essa era uma hipótese esperada e desejada pela pesquisadora.

Tabela 1 – Frequência das potencialidades percebidas na elaboração do *resumo personalizado*

Potencialidade	Frequência
Fixação	11
Entendimento/estudo	13
Revisão	19
Consulta	5
Identificação de dúvidas	6
Segurança na realização da prova	2

O aluno começa a assumir a responsabilidade de elaborar a síntese, mais adequada. Essa elaboração pressupõe essa reflexão, essa conscientização por parte do aluno de suas próprias dificuldades e/ou facilidades. Conforme coloca um dos alunos: “Para fazer um bom resumo tive que ler tanto as anotações no caderno, quanto o livro. (A.G).” Ou ainda um outro

entrevistado: “Preparar o resumo foi importante pois me forçou a abrir o livro e o caderno, coisa que não costumo fazer (F.A)”.

Mesmo alegando não ter considerado importante elaborar o resumo o único aluno, que, de certa forma não viu utilidade na sua elaboração justifica:

...a maior parte do tempo que gastei estudando e que considerei mais útil foi pelo livro, e não na preparação do resumo, que ficou pronto rapidamente e pouco ajudou. Quase não o utilizei e acaba complicando em certos momentos (V.C.).

Talvez este aluno não tenha sabido elaborar o seu resumo, que ficou incompleto, sem exemplos, ou mesmo foi copiado de um colega, perdendo o sentido personalizado do mesmo. Não necessariamente as dúvidas de um aluno são as mesmas de outro. Esse fato foi explicitado por escrito por um dos alunos, e por alguns outros oralmente, quando da devolução da prova, ocasião em que se manifestaram, lamentando não terem investido tanto quanto deviam na elaboração do seu resumo. A possibilidade de elaborá-lo novamente em outras avaliações foi vista como motivadora.

Segundo os estudantes, os exemplos colocados no resumo foram selecionados de modo a ilustrarem alguma aplicação, ou na esperança de que algum exercício similar fosse cobrado em prova, ou ainda foram exemplos clássicos que envolviam grande parte da matéria de prova. Dentre os pesquisados, que responderam ao questionário, 17 não colocaram exemplos, alguns por inferirem que não poderiam exemplificar, outros por não considerarem importante, uma vez que um exemplo é uma particularização e, importante, são as anotações teóricas.

Quanto à utilização do *resumo personalizado* para fazer a prova, os alunos apontaram como relevantes o fato do mesmo possibilitar a consulta para sanar alguma dúvida (21 respostas), o que para alguns alunos representou trazer mais segurança na realização da avaliação (5 respostas), além de servir também para agilizar as soluções (4 respostas).

Os dados evidenciam que o *resumo personalizado* desempenha um papel preponderante no desenvolvimento do autocontrole da aprendizagem pelo aluno. Se por um lado não oferece a riqueza de informações e a facilidade de resolução de uma calculadora, por outro lado exige a sistematização das idéias principais, dos resultados mais relevantes e os exercícios exemplares que integrarão o resumo. Quando há maior limitação de espaço de memória, como no caso da calculadora, o trabalho de síntese e definição das fórmulas que deverão estar disponíveis, pode ser desnecessário, perdendo-se a oportunidade de disponibilizar mais um instrumento didático que pode atuar no desenvolvimento das competências de sistematização de resultados relevantes para a tomada de decisões e/ou resolução de situações-problema.

5 O RESUMO PERSONALIZADO COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA

Os resumos personalizados foram também analisados enquanto instrumentos para o professor, possibilitando uma avaliação de conteúdos considerados importantes ou de difícil memorização, na opinião dos estudantes. Quais os tipos de informações predominantes nos 86 resumos?

As fórmulas relativas aos conteúdos da matéria de Cálculo III, por exemplo, massa e coordenadas do centro de massa de uma placa plana, bem como dos momentos de inércia da

placa em relação aos eixos coordenados integraram 61 resumos, seguidas de anotações acerca das possíveis interpretações geométricas e físicas das integrais duplas e triplas (47). Dos conteúdos anteriormente estudados, os alunos consideraram igualmente relevante colocar fórmulas trigonométricas, bem como fórmulas de integração, que apareceram em 36 resumos. As equações das curvas em coordenadas polares, quase sempre com o esboço do seu gráfico apareceram em 32 resumos, e os esboços das principais superfícies e suas equações em 24 resumos. O Teorema de Fubini foi enunciado em 21 resumos, sendo que apenas em 03 resumos aparece alguma definição (no caso da integral dupla). Esses números podem ser indicativos dos conteúdos considerados mais difíceis de memorizar pelo grupo de alunos pesquisado, ou de inseguranças, talvez, por falta de entendimento e traquejo algébrico na dedução de resultados. É curioso o fato de que em muitos resumos aparece uma tabela com os valores dos senos e cossenos dos principais ângulos, resultados que a princípio deveriam ter sido memorizados, ou muitos deles podendo ser obtidos a partir de outros, mediante transformações simples.

Uma análise acerca dos exemplos selecionados, quanto ao número e à natureza pode ainda ser relevante. Exemplos foram colocados em 52 resumos, abordando aplicações das integrais duplas e triplas, exercícios que exigiam o uso de coordenadas polares, ou ainda a inversão da ordem de integração. É relevante o fato que o resumo de 12 alunos consistia essencialmente em exemplos. Nesse caso, destaca-se ainda o fato que o número de exemplos parece ser indicativo de um investimento menor ou maior nos estudos (resumos mal elaborados, até com erro de fórmulas, bem como contendo apenas um número reduzido de exemplos, estão associados a estudantes que não lograram resultados no curso) .

Os resultados corroboram para a confirmação de resultados anteriores (FROTA, 2002) que apontam o estilo *prático* → *teórico* como o mais articulado entre estudantes de engenharia. Se por um lado é salutar que optem por uma estratégia de aprendizagem e a desenvolvam, por outro lado seria desejável que partissem da prática, do exercício, mas realizando, ou buscando uma sustentação teórica para a solução apresentada. Nessa linha de argumentação o resumo personalizado pode ser um incentivo ao desenvolvimento de perfis de estilos de aprendizagem matemática.

6 DESDOBRAMENTOS DA PESQUISA PARA A SALA DE AULA

A pesquisa desenvolvida, enquanto pesquisa sobre a própria prática, busca responder em parte, uma questão central que tem orientado a minha própria prática e unifica as pesquisas que tenho conduzido: Como penetrar a sala de aula, em particular a sala de aula de Cálculo, rompendo com uma certa inércia dominante que a torna improdutiva, tanto para o professor, quanto para o aluno?

A resposta a essa questão começa a acontecer a partir do momento em que a sala de aula de Cálculo é redesenhada como um novo ambiente de aprendizagem, onde ocorre uma fricção saudável entre estratégias de ensino e aprendizagem. Por uma fricção saudável designo alguns processos dinâmicos que ocorrem em sala de aula, permeados de encontros e desencontros, diálogos e tensões, e que decorrem de certas diferenças e incongruências entre as estratégias de ensino do professor e as estratégias de aprendizagem do aluno. Essa fricção saudável pode gerar resultados positivos, consubstanciados em metodologias de ensino mais centradas no aluno, exigindo do professor e do aluno uma reflexão constante e sistematizada. Em

decorrência dessa postura reflexiva o aluno é incentivado a auto-regular o seu próprio processo de aprendizagem e o professor a permitir e promover essa auto-regulação pelo aluno.

De modo especial, o *resumo personalizado*, objeto da pesquisa conduzida, apresenta potencialidades percebidas pelo aluno de engenharia como importantes para estudar e aprender Cálculo, tornando-se um instrumento que pode favorecer a aprendizagem auto-regulada. O instrumento traz implícita a potencialidade de ajudar o aluno a (re)significar as fórmulas matemáticas que utiliza, bem como atribuir significado a conceitos relevantes do Cálculo, instruindo a tomada de decisão por parte desse aluno, acerca das estratégias melhores para a resolução de problemas.

Analisado do ponto de vista do professor, o *resumo personalizado* apresenta-se como um instrumento que: 1) possibilita a avaliação da aprendizagem pelo professor e a auto-avaliação pelo aluno; 2) congrega as possibilidades de instrumento para organização de idéias, fixação de resultados fundamentais do assunto, além de exigir do estudante um aprimoramento da redação matemática, com todo o rigor que lhe é peculiar.

O *resumo personalizado* é um instrumento incorporado ao cotidiano das minhas salas de aula de Cálculo. A cada ano, juntamente com os alunos, ele tem sido aperfeiçoado. Na sua última versão, disponibilizada na internet, juntamente com outros materiais de apoio didático-pedagógico para as turmas sob minha responsabilidade, optei por limitar o número de exemplos (apenas dois). Essa decisão reflete a análise da professora e dos alunos, com vistas a incentivar o desenvolvimento de perfis de estilos de aprendizagem que não limitem o conhecimento matemático a uma ênfase procedimental. A seleção de apenas dois exemplos passa a demandar uma seleção do aluno, de forma a agregar maior valor ao instrumento de consulta utilizado quando da realização da prova.

Elaborar o resumo personalizado pode ser importante no sentido da seleção dos principais conceitos e resultados relativos a determinado conteúdo matemático. Alunos que realmente se engajam nesse processo comentam esse fazer e refazer o resumo: “*está difícil colocar todas as idéias apenas em uma página no tamanho A4... Já estou no terceiro resumo... Acho que ainda vou ter de excluir algumas coisas ou vou ter de diminuir mais a letra!*” (M.) O processo de fazer e refazer resumos levou à síntese e memorização das principais idéias estudadas, a tal ponto que a mesma aluna comenta: “*na realidade eu acabei não necessitando de consultar o resumo... era apenas uma segurança na hora da prova*” (M.) Essa e outras falas dos alunos permitem perceber um pouco da potencialidade do resumo personalizado como estratégia de aprendizagem matemática auto-regulada.

Espera-se ainda que o resumo personalizado seja um instrumento de mais amplo espectro de ação, na medida em que suscita a importância de bons hábitos de estudo e pensamento, importantes não só para a formação matemática do engenheiro, mas também para a sua formação geral. À medida que o aluno é incentivado a ler, destacar idéias e conceitos essenciais, selecionar exemplos, (re)significar fórmulas, escrever resumos, entre tantos outros hábitos de pensamento, está se apossando de processos e idéias matemáticos, aprendendo a instruir-se para a tomada de decisões e desenvolvendo estratégias de auto-regulação da aprendizagem, que podem ter reflexos positivos na sua atuação profissional.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOEKAERTS, M. Self-regulated learning: where we are today. **International Journal of Educational Research**, n. 31, p.445-457, 1999.

BROWN, A. Metacognition, Executive Control, Self-Regulation, and Other More Mysterious Mechanisms. In: WEINERT, F.E. e KLUWER. H. (eds.) **Metacognition, Motivation and Understanding**. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, 1987, p.65-116.

CRAWFORD, K. et al. Qualitatively different experiences of learning mathematics at university. **Learning and Instruction**, v. 8, n. 5, p.455-468, 1998.

ENTWISTLE, N. Approaches to reading and studying. In: _____. **Styles of Learning and Teaching**. London: David Fulton, 1994. p. 65-107.

FROTA, M. C. R. **O pensar matemático no ensino superior**: concepções e estratégias de aprendizagem dos alunos. Belo Horizonte, 287p., 2002. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais.

FROTA, M. C. R. A auto-regulação do processo de aprendizagem matemática. In: **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, II.**, Santos, 2003. (CD-ROM, ISBN: 85-98092-01-0, arquivo GT4 – T14.pdf).

FROTA, M. C. R. Estilos de aprendizagem matemática de estudantes da área de Ciências Sociais Aplicadas. In: **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, III.** Águas de Lindóia, 2006. (CD-ROM, ISBN: 85-89799-09-3, G04, p. 1-15).

HIEBERT, J.; LEFEVRE, P. Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In: HIEBERT, J. (Ed.). **Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1986. p.1-27.

MARTON, F.; BOOTH S. **Learning and awareness**. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 1997.

SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In: GROUWS, D. A. (Ed). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, 1992. p. 334-370.

STERNBERG, R. J. **Thinking Styles**. Cambridge, UK; New York, NY; Melbourne, AU: Cambridge UP, 1997.

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

TALL, D. From School to University: the transition from Elementary to advanced Mathematical Thinking. In: Thomas, M. O. J. (Ed.) **Proceedings of The Seventh Annual Australasian Bridging Network Mathematics Conference**, University of Auckland, 1997, p. 9– 26.

WEINSTEIN, C. E.; MAYER, R.E. Learning Strategies: Teaching and Assessing. In: ANDERSON, L.W. (Ed). **International Encyclopedia of Teaching and Teachers Education**. 2.ed.Oxford: Elsevier Science, 1995. p.471-476.

VERMUNT, J. D.; VERLOOP N. Congruence and friction between learning and teaching. **Learning and Instruction**, v. 9, p.257-280, 1999.

ZHANG, L.; STERNBERG Robert J. A. Threefold Model of Intellectual Styles. *Educational Psychology Review*, v. 17, n.1, p.1-52. 2005.

SUMMARIZING IDEAS AND MAKING SENSE OF FORMULAS ON LEARNING CALCULUS

Abstract: *This paper presents results of a research that investigates potential uses of a didactic instrument, named personalized summary, as an element that can promote self-regulation of the learning process. This work is supported by previous researches conducted by the author about mathematics metacognitive undergraduate strategies and learning styles, with main references on cognitive psychology. A qualitative research with 42 engineering Calculus students of a private Brazilian learning institution, made possible to identify different potentialities of the summary instrument, that students perceive and explicit. Results point out the relevance of developing tasks that allow students knowing themselves as learners, reflecting on their own learning and studying process, as well as identifying the mathematics they know. The personalized summary can be an important tool with the aim to contribute to the congruence of learning strategies and teaching strategies, as a way of realizing the transition from teacher learning regulation to student learning control.*

Key-words: *Higher mathematics education, Teaching Calculus on Engineering Courses, Learning self-regulation, Learning styles in Mathematics.*