



Anais do XXXIV COBENGE. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, Setembro de 2006.  
ISBN 85-7515-371-4

## AMBIENTE PEDAGÓGICO PARA A ENGENHARIA ESTRUTURAL COM O USO DO SOFTWARE MATHCAD

**Walnório Graça Ferreira** – walgraf@npd.ufes.br  
Núcleo de Excelência de Estruturas Metálicas e Mistas (Nexem)  
Centro Tecnológico  
Universidade Federal do Espírito Santo-Ufes  
**Luiz Herkenhoff Coelho** - luizhcoelho@uol.com.br  
**Elicarlos Vionet Scaramussa Correia** – elicorreia@yahoo.com.br  
**Victor Carlos Teixeira da Costa** – victorctcosta@yahoo.com.br

**Resumo:** *Hoje o professor pode contar com inúmeros recursos computacionais para suporte à sua didática nas disciplinas sob sua responsabilidade, como computador portátil com ambiente multimídia e potentes projetores. Adicionalmente pode contar com programas computacionais para simular problemas de engenharia como o Excel<sup>®</sup>, Maple V<sup>®</sup>, Mathematica<sup>®</sup> e Mathcad<sup>®</sup>, com excelentes resultados didáticos. O presente trabalho optou pelo software Mathcad<sup>®</sup> porque, dentre os programas citados, é o que apresenta características singulares: facilidade de elaboração de gráficos; as equações são apresentadas como se escreve no papel ou como aparecem nos livros e facilidade de elaboração de rotinas computacionais. Todas essas facilidades permitem aplicações pedagógicas de comportamento e de dimensionamento em disciplinas da área de estruturas do curso de engenharia civil, dentre as quais optou-se por aplicações didáticas de ambiente interativo nas disciplinas de Resistência dos Materiais, Estruturas de Concreto Armado e Estruturas Metálicas.*

**Palavras-chave:** *Ensino de engenharia, Instrumento pedagógico, Mathcad.*

### 1. INTRODUÇÃO

Durante muitos anos os engenheiros usaram as já famosas linguagens de programação Fortran<sup>®</sup>, Pascal<sup>®</sup> e C<sup>®</sup>. Depois apareceram as linguagens para Windows<sup>®</sup> como Visual Fortran<sup>®</sup>, Visual Basic<sup>®</sup>, Delphi<sup>®</sup> e Visual C<sup>®</sup>. Recentemente surgiram as modernas linguagens de matemática simbólica como os softwares Mathematica<sup>®</sup>, Maple V<sup>®</sup>, Matlab<sup>®</sup> e Mathcad<sup>®</sup>, que rapidamente se popularizaram em todo o mundo. Dentre estes, o Mathcad<sup>®</sup> é o mais adequado para o aprendizado, pois ele funciona como uma prancheta eletrônica, trabalhando da esquerda para a direita e de cima para baixo, como realmente se faz

manualmente. Além disso, as fórmulas e equações são apresentadas na tela exatamente como se escreve no caderno e possui todos os recursos sofisticados de programação, como procedimentos para decisões (*if*, *while*), *loops* (*for*), dentre outros, não requerendo conhecimentos aprofundados de linguagem de programação e podendo ainda trocar dados com outros programas como o Excel<sup>®</sup>, por exemplo.

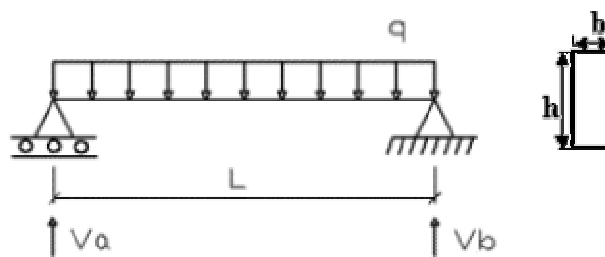
O presente trabalho mostra como tirar proveito deste ambiente como instrumento pedagógico no ensino da engenharia, área de estruturas. Serão apresentados três exemplos interativos que podem ser utilizados pedagogicamente nas disciplinas dessa área. Como auxílio na disciplina de Resistência dos Materiais é apresentada a solução de uma viga bi-apoiada onde são verificadas a deflexão máxima e as tensões máximas. Na disciplina de Estruturas de Concreto Armado é resolvido o problema de cálculo de armaduras e verificação de abertura de fissuras em uma seção retangular. Finalmente, em Estruturas Metálicas é resolvido um problema de dimensionamento à flexão com verificações quanto às flambagens locais de alma, da mesa e lateral por torção; quanto às cargas localizadas; quanto ao cortante e quanto à limitação da deflexão. Todos esses exemplos necessitam da interação do aluno, estimulando o raciocínio e provocando o aprendizado dos conceitos fundamentais da engenharia estrutural, atingindo o objetivo do presente trabalho.

## 2 APLICAÇÃO EM AMBIENTES INTERATIVOS

### 2.1 Resistência dos materiais

O ambiente implantado apresenta o diagrama de tensões e gráfico das deflexões (linha elástica) de uma viga simplesmente apoiada de vão  $L$ , submetida a uma carga uniformemente distribuída  $q$ , possuindo seção transversal retangular, com largura  $b$ , altura  $h$  e módulo de elasticidade longitudinal,  $E$ , do material.

**Interatividade:** Ao fornecer dados de uma viga ( $b$ ,  $h$ ,  $L$ ,  $q$  e  $E$ ), o aluno obterá como resposta o diagrama linear de tensões, com o valor da tensão máxima e a deformada da viga (linha elástica), com o valor máximo da flecha.



#### Características da Viga:

- $b := 10$  cm (largura da seção)
- $h := 20$  cm (altura da seção)
- $L := 300$  cm (comprimento da viga)
- $q := 3$  kN/m (carga uniformemente distribuída)
- $E := 0,1 \cdot 10^4$  kN/cm<sup>2</sup> (Módulo de Elasticidade)

### Cálculo do Momento Máximo:

$$I_x := \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I_x = 6666.667 \text{ cm}^4 \quad (\text{Momento de Inércia})$$

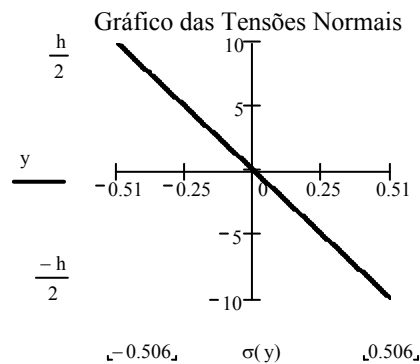
$$M_{\max} := \frac{q \cdot 10^{-2} \cdot L^2}{8}$$

$$M_{\max} = 337.5 \text{ kN.cm} \quad (\text{Momento Fletor Máximo})$$

### Variação das Tensões Normais na altura da seção:

Função das tensões normais

$$\sigma(y) := -\frac{M_{\max} \cdot y}{I_x}$$



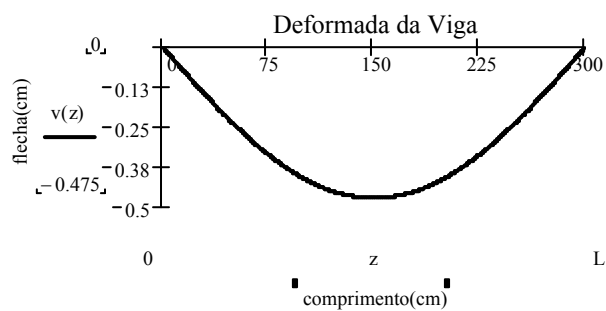
$$\sigma_{\max} := \sigma\left(\frac{-h}{2}\right)$$

$$\sigma_{\max} = 0.506 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Tensão máxima de Tração})$$

### Função que rege a deformação Vertical da Viga:

Equação polinomial da linha elástica

$$v(z) := \frac{1}{E \cdot I_x} \cdot \left( -\frac{q \cdot 10^{-2} \cdot z^4}{24} + \frac{q \cdot 10^{-2} \cdot L \cdot z^3}{12} - \frac{q \cdot 10^{-2} \cdot L^3 \cdot z}{24} \right)$$



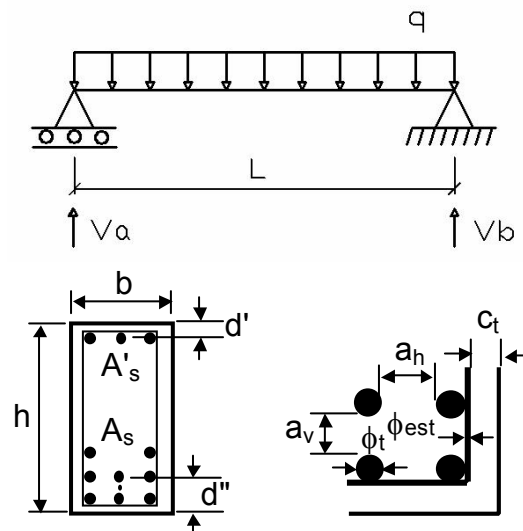
$$v_{\max} := \left| v \left( \frac{L}{2} \right) \right|$$

$$v_{\max} = 0.475 \text{ cm} \quad (\text{Flecha máxima da viga})$$

## 2.2 Estruturas de concreto armado

Este ambiente interativo mostra uma seção transversal retangular de uma viga de concreto armado, com dimensões  $b$  e  $h$ , onde  $b$  é sua largura e  $h$  é sua altura, submetida a um momento fletor de cálculo  $M_{sd}$ . Os outros dados importantes para a análise são: o cobrimento  $c_t$ , o diâmetro máximo do agregado,  $d_g$ , as resistências características do concreto,  $f_{ck}$ , e do aço,  $f_{yk}$  e o módulo de elasticidade longitudinal do aço,  $E_s$ .

**Interatividade:** O aluno fornecendo os dados iniciais  $b$ ,  $h$ ,  $M_{sd}$ ,  $c_t$ ,  $d_g$ ,  $f_{ck}$  e  $f_{yk}$ , e os diâmetros das barras (estribos e barras longitudinais), o programa apresenta o resultado, indicando o número de barras, número de barras por camadas (quando mais de uma camada), área de armaduras longitudinais de tração e de compressão (quando necessária). Ao trabalhar neste ambiente, o aluno notará que dependendo do momento de cálculo atuante na seção, a solução de projeto da viga poderá ser apresentada com armadura simples ou armadura dupla. Além disso, verificará que, dependendo da quantidade de barras da solução, há necessidade de dispor armaduras em mais de uma camada, em conformidade não só com o cobrimento, como com o diâmetro máximo adotados no projeto.



Largura da Viga:	$b := 20 \text{ cm}$
Altura da Viga:	$h := 50 \text{ cm}$
Momento Solicitante de Cálculo:	$M_{sd} := 250 \text{ kN.m}$
Cobrimento:	$c_t := 2.5 \text{ cm}$
Diâmetro Máximo do Agregado:	$d_g := 19 \text{ mm}$

Espaç. mínimo horizontal entre as barras:  $a_h = 2.28 \text{ cm}$

Espaç. mínimo vertical entre as barras:  $a_v = 2 \text{ cm}$

#### Dados do Aço:

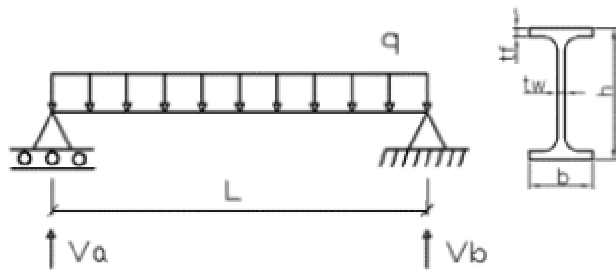
Resistência do aço a tração:	$f_{yk} := 500$	MPa
Coefficiente:	$\gamma_s := 1.15$	
Módulo de elasticidade do aço:	$E_s := 210$	GPa
Diâmetro do Estribo:	$\phi_{est} := 6.3$	mm
Diâmetro da Barra de Tração:	$\phi_t := 16$	mm
Diâmetro da Barra de Compressão:	$\phi_c := 8$	mm

R =	"Armadura"	"Dupla"	"-----"
	"-----"	"A. Trac."	"A. Comp."
	"Nº de Barras:"	9	9
	"Camadas:"	2	1
	"Barras p/ camada:"	4	5
	"Barras na camada extra:"	1	4
	"Área da Armadura (cm2):"	18.096	4.524
	"Altura Útil (cm):"	43.67	"-----"
	Mensagem	= "O resultado é satisfatório"	

### 2.3 Estruturas Metálicas

No estágio atual de desenvolvimento, este ambiente analisa a resistência de uma viga de seção  $I$ , perfil laminado da Açominas, sujeita a uma carga de cálculo uniformemente distribuída, com travamento lateral somente nos apoios. São conhecidos todas as propriedades da seção  $I$ , a resistência do aço e o seu módulo de elasticidade longitudinal. A viga é simplesmente apoiada com vão  $L$ . O ambiente atuará de maneira interativa com uma planilha do Excel<sup>®</sup>, obtida junto ao fabricante (Açominas). Nela haverá, em cada linha, um *label* numérico associado a cada seção transversal do perfil com todas suas propriedades ( $d$ ,  $b_f$ ,  $t_f$ ,  $t_w$ ,  $I$ ,  $W$ ,  $r$ ,  $Z$  correspondentes aos eixos centrais  $x$  e  $y$ ,  $I_t$ ,  $C_w$ , etc.), sendo  $d$  a altura da seção,  $b_f$  a largura da mesa,  $t_f$  sua espessura,  $t_w$  a espessura da alma,  $I$ ,  $W$ ,  $r$  e  $Z$ , os momentos de inércia, o módulo elástico, o raio de giração e  $Z$  o módulo plástico, respectivamente,  $I_t$  a constante de torção e  $C_w$  a constante de empenamento.

**Interatividade:** Ao fornecer a carga de cálculo, o aluno obterá como resposta às capacidades resistentes da viga quanto aos estados limites últimos de flambagem local da alma (FLA), flambagem local da mesa (FLM) e flambagem lateral por torção (FLT). De início ele saberá se a viga é esbelta ou não esbelta. Caso a viga seja esbelta a análise não é executada, pois aqui se abordou somente verificações para vigas não esbeltas. Na primeira fase da interação o aluno ficará sabendo que a capacidade resistente da viga deverá ser definida pela FLT, para vigas com as características dadas (comprimento destravado igual a  $L$ ). Em seguida, são feitas as verificações quanto aos estados limites últimos para as cargas localizadas e ao cortante. Pelo cálculo da deflexão máxima verifica-se se o estado limite último de utilização é atendido (deslocamento excessivo). Se qualquer verificação não é atendida, o programa solicita que seja adotado um outro perfil. A escolha do outro perfil é definida pela escolha do *label* numérico associado a cada perfil. Caso todos os estados limites sejam atendidos, no final, é apresentado o índice de aproveitamento do perfil, permitindo que o aluno verifique se o perfil é econômico ou não. O índice de aproveitamento  $i_a$  (%) vale  $(M_{Sd}/M_{Rd}) \times 100$ .



Comprimento da Viga:  $L := 4 \text{ m}$   
 Tensão de Escoamento:  $f_y := 34.5 \text{ kN/cm}^2$   
 Tensão Residual:  $f_r := 11.5 \text{ kN/cm}^2$   
 Módulo de Elasticidade:  $E := 20500 \text{ kN/cm}^2$

Tabela :=   
 C:\...\Tabela Perfil I Acominas.xls

Perfil Açominas: W250x28,4

Posição do Perfil:  $L_p := 11$

$m := 0.01 \cdot \text{Tabela}_{L_p,1}$	$m = 0.284$	kN/m
$d := \text{Tabela}_{L_p,2}$	$d = 260$	mm
$b_f := \text{Tabela}_{L_p,3}$	$b_f = 102$	mm
$h := \text{Tabela}_{L_p,5}$	$h = 240$	mm
$R := \text{Tabela}_{L_p,6}$	$R = 10$	mm
$t_f := \text{Tabela}_{L_p,8}$	$t_f = 10$	mm
$t_w := \text{Tabela}_{L_p,7}$	$t_w = 6.4$	mm
$\lambda_f := \text{Tabela}_{L_p,9}$	$\lambda_f = 5.1$	
$\lambda_w := \text{Tabela}_{L_p,10}$	$\lambda_w = 34.38$	
$A := \text{Tabela}_{L_p,19}$	$A = 36.6$	cm <sup>2</sup>
$I_x := \text{Tabela}_{L_p,11}$	$I_x = 4.046 \cdot 10^3$	cm <sup>4</sup>
$W_x := \text{Tabela}_{L_p,12}$	$W_x = 311.2$	cm <sup>3</sup>
$r_x := \text{Tabela}_{L_p,13}$	$r_x = 10.51$	cm
$Z_x := \text{Tabela}_{L_p,14}$	$Z_x = 357.3$	cm <sup>3</sup>
$I_y := \text{Tabela}_{L_p,15}$	$I_y = 178$	cm <sup>4</sup>
$W_y := \text{Tabela}_{L_p,16}$	$W_y = 34.8$	cm <sup>3</sup>
$r_y := \text{Tabela}_{L_p,17}$	$r_y = 2.2$	cm
$Z_y := \text{Tabela}_{L_p,18}$	$Z_y = 54.9$	cm
$I_t := \text{Tabela}_{L_p,20}$	$I_t = 10.34$	cm <sup>4</sup>
$C_w := \text{Tabela}_{L_p,21}$	$C_w = 2.764 \cdot 10^4$	cm <sup>6</sup>

### Carregamento na Viga

Carregamento:  $q := 20 \text{ kN/m}$

Momento solicitante de cálculo no meio da viga

$$M_{Sd} := \frac{q \cdot L^2}{8} \quad M_{Sd} = 40 \text{ kN.m}$$

$$Z_{xcal} := \frac{M_{Sd} \cdot 100}{0.90 \cdot f_y} \quad Z_{xcal} = 128.824 \text{ cm}^3$$

$$Z_{xperfil} := Z_x \quad Z_{xperfil} = 357.3 \text{ cm}^3$$

Resultado = "Atende ao pré-dimensionamento ( $Z_{xperfil} > Z_{xcal}$ )"

### Momento Fletor Resistente:

Verificação da esbelteza da viga:

$$\lambda_w = 34.38$$

Resultado = "A viga não é esbelta"

### Flambagem Local da Alma (FLA)

$$M_{nFLA} = 12327 \text{ kN.cm}$$

### Flambagem Local da Mesa (FLM)

$$M_{nFLM} = 12327 \text{ kN.cm}$$

### Flambagem Lateral por Torção (FLT)

$$M_{nFLT} = 5108 \text{ kN.cm}$$

### Verificação:

$$M_{Rd} := 0.9 \cdot \frac{M_n}{100} \quad M_{Rd} = 45.971 \text{ kN.m}$$

Resultado = "O Perfil Atende aos Estados Limites"

Índice de Aproveitamento ( $M_{rd}/M_{sd}$ )x100:  $i = 87.011 \%$

### Verificação quanto às Cargas Localizadas e ao

*Enrugamento da Alma:*

Tensão de Cálculo (cargas concentradas):

$$P_d := 0 \quad N := 0$$

$$f_{dc} = 0 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_R := 0.9 \cdot 1.2 \cdot f_y \quad f_R = 37.26 \text{ kN/cm}^2$$

Resultado = "Não há necessidade de enrijecedor"

Tensão de Cálculo (reação de apoio):

$$V_d = 40 \text{ kN}$$

$$f_{dr} = 19.055 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_R = 37.26 \text{ kN/cm}^2$$

Resultado = "Não há necessidade de enrijecedor"

*Flambagem Local da Alma:*

$$f_{dFLA} = 0.313 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{RFLA} = 39.068 \text{ kN/cm}^2$$

Resultado = "A alma resiste à flambagem local"

*Cisalhamento:*

$$f_{vd} = 2.841 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{vRd} = 18.63 \text{ kN/cm}^2$$

Resultado = "A viga resiste ao cortante"

**Flecha máxima:**

$$y_{\text{máx}} := \frac{5 \cdot q \cdot (L \cdot 100)^4}{384 E \cdot I_x \cdot 10} \quad y_{\text{máx}} = 8.038 \text{ mm}$$

$$y_{\text{adm}} := \frac{L \cdot 10^3}{360} \quad y_{\text{adm}} = 11.111 \text{ mm}$$

Resultado = "A deformação vertical da viga é aceitável"

### 3 CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta o software Mathcad<sup>®</sup> como instrumento pedagógico nas disciplinas da área de estruturas do curso de Engenharia Civil. Três ambientes interativos foram desenvolvidos com aplicações pertinentes às disciplinas Resistência dos Materiais, Estruturas de Concreto Armado e Estruturas Metálicas. Em Resistência dos Materiais a interação permite que o aluno observe o comportamento de uma viga simplesmente apoiada quando se variam o vão ou as dimensões da seção transversal. No ambiente interativo pertinente a Estruturas de Concreto Armado o aluno visualizará a interferência do cobrimento, da largura da seção transversal e da dimensão máxima do agregado na disposição das barras longitudinais na seção e a armadura necessária de compressão para que a viga suporte momentos fletores de cálculo elevados (caso de solução com armadura dupla). Na interação com Estruturas Metálicas, o aluno poderá verificar que a flambagem lateral por torção (FLT) é quem irá limitar a capacidade resistente de vigas simplesmente apoiadas, com comprimento destravado igual ao seu vão, para perfis usuais. Perceberá também que, dependendo do valor da reação de apoio haverá necessidade de colocação ou não de enrijecedores transversais. Quando qualquer estado limite, quer seja último ou de utilização (deslocamento excessivo) for alcançado, o programa solicitará que o aluno adote outro perfil. Caso todas as verificações atendam às prescrições regulamentares, o programa apresenta o índice de aproveitamento, com o qual o aluno poderá refletir se aquela solução foi econômica. Em caso negativo, terá a



liberdade de escolher um outro perfil, mais leve, e todas as verificações serão feitas novamente. Os autores acreditam que os ambientes interativos desenvolvidos aqui contribuirão fortemente para o aprendizado nas disciplinas supra citadas e esperam que este trabalho estimule os professores dos cursos de engenharia a desenvolverem projetos similares, com o mesmo objetivo.

### ***Agradecimentos***

Agradecemos ao Nexem, Núcleo de Excelência em Estruturas Metálicas e Mistas, convênio entre a Companhia Siderúrgica de Tubarão (CST) e a Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes), pelo apoio financeiro, imprescindível ao desenvolvimento deste trabalho.

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT, NBR-6118/2003, *Projeto de estruturas de concreto*.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT, NBR-8800/86, *Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios*.

BEER, F.P. and JOHNSTON JR., R., **Resistência dos Materiais**, Makron Books, 3a. Edição, 1995.

BRAGA, W. Internet e interatividade no ensino de engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, V. 21, no. 1, junho de 2002.

FERREIRA, W.G, SARCINELLI, B., CORREIA, E.V.S e COSTA, V.C.T. Uso do software Mathcad no ensino e dimensionamento de estruturas metálicas. **Revista Ciência & Tecnologia**, V.06, No. 5, setembro/outubro/2003.

FERREIRA, Walnório Graça, **Dimensionamento de Elementos de Perfis de Aço Laminados e Soldados**, Vitória, Ed. Grafer, 2ª. Edição, 2004.

SUSSEKIND, J.C, **Curso de Concreto**. Vol. I, 6ª edição, Globo, Rio de Janeiro, 1989.

NITZ, M. e GALHA, JR., **Calcule com o Mathcad, Versão 11**, Editora Érica, São Paulo, 2003.

QUEIROZ, Gilson., **Elementos das Estruturas de Aço**. 4. ed. Belo Horizonte:[s.n.], 1993.

NASH, William A., **Resistência dos Materiais**, Coleção Schaum, Editora McGraw-Hill do Brasil LTDA., 3ª edição, São Paulo, 1982.

## PEDAGOGICAL ENVIRONMENT FOR STRUCTURAL ENGINEERING WITH THE USE OF MATHCAD® SOFTWARE

**Abstract:** Nowadays the professor can count on innumerable computational resources to support his teaching skills in the disciplines under his responsibility, such as portable computer with multimedia environment and potent projectors. Additionally, he/she can count on computer programs to simulate engineering problems such as Excel®, Maple V®, Mathematica®, and Mathcad®, with excellent learning results. The present work opted by the Mathcad® software since, among the above mentioned programs, it is the one that presents specific characteristics: easy graphic plotting; the equations are presented like they would show on paper or like they appear on books, and easy computational routines elaboration. All these features allow pedagogical applications of behavior and design in structural disciplines of a civil engineering curriculum, among which interactive environment didactical applications of Strength of Materials, Reinforced Concrete Structural Design, and Steel Structures were chosen.

**Key-words:** Engineering Education, Pedagogic tools, Mathcad.