



COBENGE 2005

XXXIII - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia

“Promovendo e valorizando a engenharia em um cenário de constantes mudanças”

12 a 15 de setembro - Campina Grande - Pb

Promoção/Organização: ABENGE/UFPG-UFPE

O ESTUDO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UM CURSO DE ENGENHARIA

Luciano Andreatta Carvalho da Costa – luciano@uergs.edu.br

Universidade Estadual do Rio Grande do Sul

Unidade de Novo Hamburgo.

Campus Regional I

93340-140 – Novo Hamburgo - RS

Diogo Lino Bruschi – diogo-buschi@uergs.edu.br

Tobias Roberto Mugge – tobias-mugge@uergs.edu.br

Lucas Meirose – lucas-meirose@uergs.edu.br

***Resumo:** Este artigo apresenta uma alternativa de ensino-aprendizagem de Equações Diferenciais a partir da modelagem matemática. Utilizando-se modelos reais, propõe-se que os estudantes modelem a situação real e calculem os parâmetros a partir do modelo teórico. Observou-se uma importante participação dos alunos no processo ensino-aprendizagem, proporcionado assim uma importante estratégia pedagógica para o estudo dos conceitos iniciais de Equações Diferenciais*

***Palavras-chaves:** Educação em Engenharia, Modelagem Matemática, Equações Diferenciais*

1. INTRODUÇÃO

A Educação em Engenharia passa, em grande parte de suas facetas, pela questão da Matemática. Pode-se contatar este fato pela expressiva carga horária desta área de conhecimento nos cursos de Engenharia bem como pelas suas sucessivas aplicações ao longo das disciplinas profissionais. Todavia, o que ocorre é uma grande dificuldade dos alunos nesta disciplina, comprovada pelos altos índices de reprovação. Segundo CURY (2001), as disciplinas de matemática estão entre as responsáveis pelas evasões e as reprovações nos cursos de Engenharia. Existem várias iniciativas que procuram amenizar esta questão, procurando preparar o aluno antes do ingresso nas disciplinas iniciais de Cálculo, como, por exemplo, a inclusão do pré-cálculo como forma de preparar o aluno egresso do Ensino Médio. A Universidade Federal do Rio Grande do Sul, por exemplo, criou um programa a nível de extensão, que procura atender ao alunos com escore inferior à 16 na prova de Matemática do vestibular, num total de 35 questões. Atende-se, neste programa, exclusivamente alunos calouros. Esta iniciativa faz parte do Pró-

cálculo (PRÓ-CÁLCULO, 2005), programa desenvolvido pelo Instituto de Matemática da Universidade.

Um dos grandes impasses refere-se às expectativas dos estudantes de Engenharia, que muitas vezes sentem a necessidade da utilização de modelos concretos que auxiliem na compreensão dos conceitos matemáticos que estão sendo trabalhados. Tal demanda nem sempre surge ao se trabalhar com a Matemática, mas particularmente na Engenharia, por ser um curso com uma quantidade grande de conhecimentos empíricos. O grande desafio consiste em manter o brilho da Matemática, que avança teoricamente quando comparada com conhecimento empíricos, mas que, no caso de um curso tecnológico, precisa dar conta de alguns aspectos mais práticos. Segundo CURY (2001), é necessário “encontrar novas formas de trabalhar com estas disciplinas, de forma que as sugestões apresentadas nas diretrizes curriculares sejam atendidas”(p. 1). SCHWERTL et al (2004) procurar investigar o que faz com que muitos alunos da Engenharia não consigam fazer a ponte entre as disciplinas básicas e as profissionais. Segundo os autores, uma das maiores barreiras para este problema refere-se a questão da diferença de linguagem entre os professores da etapa inicial, composta por disciplinas básicas, e da fase mais aplicada, no final do curso. FLEMMING (2004), apresenta um importante exemplo de um nova forma de trabalhar a Matemática nos cursos de Engenharia a partir de uma iniciativa na disciplina Matemática Aplicada à Engenharia, permitindo que se consiga “inovar no sentido de romper com a dicotomia teoria-prática buscando fora da sala de aula a inspiração didática”.

Para que se possa pensar nas questões ligadas à aprendizagem, é necessário que se pense nas questões epistemológicas, definindo-se então uma estratégia de utilização dos modelos propostos. Neste trabalho, utiliza-se como metodologia a Modelagem Matemática, que envolve, segundo CURY (2001), “o aproveitamento dos problemas – trazidos pelo professor ou pelos alunos – para levar os estudantes a refletir sobre todos os aspectos envolvidos na situação modelada, aspectos matemáticos, científicos, tecnológicos, sociais, ambientais, políticos e econômicos” (p. 4 e 5). Para BASSANEZI (1992), a Modelagem Matemática pode ser utilizada como uma estratégia de ensino-aprendizagem do conteúdo matemático.

Neste artigo, propõe-se a utilização da modelagem matemática no ensino de Equações Diferenciais na disciplina de Matemática III no curso de Engenharia em Energia e Desenvolvimento Sustentável da Universidade Estadual do Rio Grande do Sul - UERGS. A partir desta metodologia, pretende-se encontrar alternativas didático-pedagógicas para os conceitos introdutórios desta disciplina, levando em consideração os aspectos relevantes da Matemática na formação do engenheiro.

2. DESCRIÇÃO DA PESQUISA

Este trabalho de pesquisa iniciou ao longo da disciplina de Matemática III, que trata dos conceitos de Equações Diferenciais. O professor da disciplina, em uma das suas avaliações, propôs uma questão que envolvia o cálculo do esvaziamento de um tanque de água por uma orifício. Convém destacar que problemas desta natureza são de fundamental importância para a Educação em Engenharia, pois vários fenômenos são modelados desta forma. GIORGETTI (2001) apresenta este exemplo como um dos três casos de conservação de massa proposto em uma disciplina criada para tratar justamente da arte de formulação de modelos matemáticos, cujo objetivo específico é “sintetizar tópicos essenciais da Matemática, e desenvolver a habilidade considerada por muitos como fundamental para o engenheiro, qual seja, a da formulação de problemas” (p. 33, 34). A questão devia ser calculada utilizando os conhecimentos de Cálculo Diferencial. Devido à dificuldade encontrada pelos alunos em resolver a questão, o professor propôs uma atividade de reforço onde cada aluno deveria calcular o tempo de escoamento para

um tanque em formato geométrico diferente e explicar o cálculo para o professor. Alguns alunos, para comparar seus resultados no cálculo, resolveram testar seus cálculos confeccionando o recipiente e cronometrando o tempo que leva para o seu esvaziamento. O professor achou a idéia interessante e convidou-nos para desenvolver um trabalho sobre o assunto. O trabalho foi então apresentado em um Congresso de Iniciação Científica (COSTA et al, 2004), pelos alunos de Matemática III do primeiro semestre de 2004, e, posteriormente, estes mesmos alunos aplicaram esta experiência com uma nova turma, do primeiro semestre de 2005.

2.1 Aprendizagem

O aluno que irá desenvolver esta tarefa terá que, a partir de dados obtidos da medição das figuras, determinar a equação que indica a área da superfície de água em função da altura. O que fará com que o aluno resgate seus conhecimentos prévios e os utilize para solução do problema.

Para fazer construir a relação de identidade entre a água que escoou pelo orifício e a quantidade de volume que reduz no tanque da altura h , o aluno precisará utilizar conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, e para resolver o problema, será necessário aplicar o método de resolução por variáveis separáveis. Então o papel do professor será fazer com que os alunos sintam a necessidade de avançar a uma relação mais complexa, pois apenas os conceitos do Cálculo não serão suficientes. E neste momento que surge o impacto pedagógico positivo das Equações Diferenciais, que surgirão como necessárias para a resolução do problema em questão.

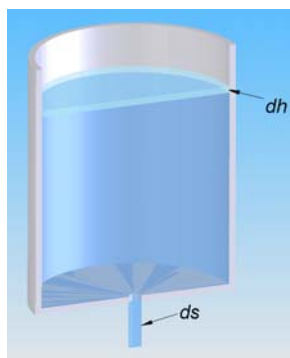
De posse dos dados o aluno deverá efetuar o seu cálculo. E posteriormente compará-lo com os valores medidos no cronômetro, a partir da utilização de modelos reais, conforme mostra a figura 1. O aluno ainda poderá mudar o intervalo de integração e comparar novamente o resultados.



Figura 1 – Utilização de modelos reais

2.2 Cálculo

O cálculo consiste em igualar o volume de água que não está mais no tanque com o volume de água que escoou pelo orifício.



$$dA(h) \cdot dh = A_{orif} \cdot ds$$

Figura 2 – Modelo Matemático

Usando o cálculo infinitesimal podemos dizer que a variação da altura dh multiplicada pela área da superfície da água A é igual à área do orifício A_{orif} multiplicada por ds - que é a parte infinitesimal do comprimento do filete de água.

A variação infinitesimal ds pode ser substituída por $v \cdot dt$, sendo que v é a velocidade e dt a parte infinitesimal do tempo.

Usando o valor empírico de que v é igual a **2,65** vezes raiz quadrada da altura, pode-se separar a equação sendo que em um lado da igualdade existe apenas a variável h e sua respectiva parte infinitesimal e do outro apenas a variável dt .

$$\begin{aligned} dA(h) \cdot dh &= A_{orif} \cdot 2,65\sqrt{h} \\ dA(h)/\sqrt{h} \cdot dh &= A_{orif} \cdot 2,65 \end{aligned} \quad (1)$$

A comparação do valor da velocidade com a raiz quadrada de h vezes 2,65 refere-se a velocidade da água na saída do orifício. Considerado o orifício pequeno em função do tamanho do recipiente.

Após esta separação basta integrar ambos os lados para obtenção do resultado.

A compreensão de forma mais palpável da matemática pode ajudar o aluno a construir melhor os seus conhecimentos matemáticos.

Foram confeccionados três recipientes de acrílico de formatos diferentes: um cilindro, uma esfera e um tronco de pirâmide. Cada qual com o mesmo volume (1,7 litros) e com uma equação de área em função da altura diferente, sendo que o tronco de pirâmide e o cilindro podem ser usados de duas maneiras diferentes.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS DA INTERAÇÃO COM TURMA DE 2005-1

Os primeiros resultados no âmbito da pesquisa-ação obteve-se a partir da integração entre os alunos de iniciação científica de 2004 com os alunos de Matemática III de 2005. Para que fosse possível adequar a pesquisa à Modelagem Matemática proposta por BASSANEZI (1992) e BARBOSA apud CURY (2001), procurou-se levar em consideração os seguintes aspectos:

- Definição de um problema a ser resolvido – cálculo do tempo de escoamento pelo orifício do modelo real fornecido para cada grupo - e as respectivas ferramentas disponíveis – Equação Diferencial Ordinária e resolução pelo método das variáveis separáveis;

- Discussão acerca de possíveis formas de modelar o problema, fazendo as modificações necessárias;
- Realização do trabalho pelos alunos, que assumem então a responsabilidade pelo modelo proposto e pelos resultados.

Pôde-se pensar na melhor forma de trabalhar com os modelos e nas estratégias mais adequadas para o trabalho. A turma foi dividida em três grupos, cada um deles com um dos sólidos confeccionados. A partir das medições realizadas em sala de aula, produziram então um trabalho a partir dos conceitos em questão. Observou-se que o trabalho em conjunto gerou uma unidade de representação simbólica nos grupos, o que foi comprovado ao se observar as questões da avaliação realizada pelos alunos. Além disso, foi possível identificar a complexidade de se realizar a modelagem de um fenômeno real, exigindo que se fizessem aproximações e simplificações, necessárias à validação do método proposto.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um dos aspectos mais importantes desta experiência foi a mobilização dos alunos diante da tarefa proposta. A partir de trabalhos como este é possível vislumbrar as possibilidades da Matemática para uma Educação em Engenharia comprometida com a busca da interpretação dos fenômenos da natureza, que segundo BASSANEZI (1992), consiste no grande diferencial da Matemática a partir da metodologia da modelagem. Pode-se assim mostrar aos estudantes de Engenharia, com sua aptidão para a resolução de problemas de ordem prática, que a Matemática se presta a explicar fenômenos reais, e que muitas relações matemáticas podem ter relação com fenômenos que ainda não foram descobertos ou interpretados.

Outra questão que vale a pena destacar é a integração que ocorreu entre alunos de diferentes níveis, tornando possível aos alunos sair do papel passivo que muitas vezes assumem nos cursos de Engenharia. Não só os alunos de iniciação científica, que fizeram o elo de ligação entre as duas turmas, mas também os próprios alunos de 2005, que tiveram oportunidade de buscar estratégias para a resolução de um problema real, para o qual não haviam ainda soluções previamente definidas, exigindo que houvesse uma intervenção criativa na formulação e resolução dos problemas, o que segundo DE MASI (2000), será o grande diferencial do profissional da sociedade pós-industrial

Como perspectivas futuras, pretende-se descobrir qual o momento durante o ensino de cálculo que é mais adequado para a prática deste método. Para isso, esta estratégia será apresentada a uma turma de final de segundo semestre (após terem visto integração e diferenciação) e em uma turma de terceiro semestre, logo após o estudo inicial de Equações Diferenciais.

A expectativa é de que, para os alunos de segundo semestre, a vantagem seja experimentar uma lógica de equação diferencial, de modo simples, que traga conhecimentos de integração e dê uma idéia do que está por vir no próximo semestre, interligando assim dois semestres distintos.

Apresentando o método somente no terceiro semestre espera-se que a turma compreenda melhor o assunto recém visto de forma teórica, contribuindo assim para melhor fixação de conceitos abstratos e de difícil assimilação.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BASSANEZI, R. C.; BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na matemática**. Blumenau: Universidade Regional de Blumenau, 1992.
- COSTA, L. A. C. ; Meirose, L ; Bruschi, D. L. ; Mugge, T. . Utilização de Modelos Reais no Ensino de Equações Diferenciais para Engenharia. In: **XVI Salão de Iniciação Científica da UFRGS**, 2004, Porto Alegre. XVI SIC. Porto Alegre : UFRGS, 2004.
- CURY, H. Diretrizes curriculares para os cursos de engenharia e disciplinas matemáticas: opções metodológicas. **Revista de Ensino de Engenharia**. v.20, n.2, p.1-7, 2001.
- DE MASI, D. **O Ócio Criativo; entrevista a Maria Serena Palieri**. Rio de Janeiro: Sextante, 2000.
- FLEMMING, D. A pesquisa no ensino de matemática nos cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 32, 2004, Brasília. **Anais Brasília: UnB, 2004, CD.**
- GIORGETTI, M. Simulação matemática de problemas de engenharia: sobre a arte da formulação de modelos matemáticos. **Revista de Ensino de Engenharia**. v.20, n.2, p.33-39, 2001.
- PRÓ-CÁLCULO. Disponível em: < <http://www.ufrgs.br/procalculo/index.htm>> Acesso em: 12 de maio 2005.
- SCHWERTL, S. L., KUEHN, A., VALLE, J. A. B., REINEHER, E. L. et al Conexão de conhecimento básicos e específicos em engenharia – uma questão de linguagem. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 32, 2004, Brasília. **Anais Brasília: UnB, 2004, CD.**

DIFFERENTIAL EQUATIONS STUDY THROUGH MATH MODELLING METHOD IN A ENGINEERING COURSE

***Abstract:** This paper presents a way of teaching-learning in Differential Equations through the math modelling method. Using real models, it is proposed learning activities that allow to students to model the real situation and to calculate the parameters through the theoretical model. It was observed an important student participation in the teaching learning process. Then, it was proposed an important pedagogical strategy for the initial concepts in the Differential Equations study.*

***Key-words:** Engineering education, Math modeling, Differential equations*