

## MAPAS CONCEITUAIS E FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS: UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

**Artur Darezzo Filho**, [darezzo@unicep.br](mailto:darezzo@unicep.br)  
Centro Universitário Central Paulista - UNICEP

e

**Selma H. V. Arenales**, [selma@dm.ufscar.br](mailto:selma@dm.ufscar.br)

**José Antonio Salvador**, [salvador@dm.ufscar.br](mailto:salvador@dm.ufscar.br)

Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, Departamento de Matemática  
Via Washington Luís, km 235 - Caixa Postal 676  
13565-905 – São Carlos – SP

**Resumo:** Nos últimos anos tem sido usado vários softwares computacionais no processo de ensino, aprendizagem e avaliação nas disciplinas básicas oferecidas pelo Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Carlos (DM - UFSCar), entre eles os softwares Maple, Matlab, Numérico, Cabri Géomètre, etc. Temos também usado em nossas disciplinas outras técnicas pedagógicas, como as de construção de mapas conceituais. Neste trabalho, enfocamos especialmente o ensino de Equações Diferenciais, tópico abordado nas disciplinas de Cálculo Numérico e de Equações Diferenciais Aplicadas. Relatamos uma experiência de ensino usando os conceitos de mapas conceituais integrados com o uso dos softwares computacionais. O Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias é abordado, nestas disciplinas, a partir da modelagem de problemas reais seguido da construção da teoria para a obtenção da solução analítica e numérica dos problemas de valor inicial ou de contorno gerados. Com o Software Maple reforçamos as técnicas de resolução analítica de equações diferenciais passo a passo, obtemos a visualização e simulações gráficas de soluções. Na obtenção da solução numérica de Equações Diferenciais Ordinárias são explorados métodos numéricos com os Softwares Numérico, MatLab e Maple. Ilustramos este trabalho com algumas simulações obtidas com o uso destas ferramentas, desde a elaboração de mapas conceituais, resolução e visualização gráfica de soluções de problemas, bem como exploramos a reação dos alunos face a este enfoque. Verificamos que estas técnicas integradas geram bons resultados, tanto na motivação como no aproveitamento global dos alunos.

**Palavras Chaves:** Ensino e Aprendizagem, Equações Diferenciais, Ferramentas Computacionais, Mapas Conceituais

### CONCEPTUAL MAPS, COMPUTATIONAL TOOLS IN DIFFERENTIAL EQUATIONS TEACHING

**Abstract:** In the last years we have used in the Mathematics Department of the "Universidade Federal de São Carlos" new methods in the process of teaching - learning - assessment. In special, we have used softwares like Maple, Matlab and Numérico. Furthermore, we have incorporated the use of the conceptual maps, integrating with written, spoken and computational language in order to study Mathematics. In this work we report the exploration of this process in topics of differential equations. Furthermore, we discuss both the benefits and difficulties of using such teaching tools.

**Key-words:** Teaching and learning, Differential Equations, Computational tools, Conceptual maps.

### INTRODUÇÃO

Neste trabalho destacamos o uso de algumas ferramentas educacionais que temos aplicado no planejamento, estudo e ensino de Equações Diferenciais Ordinárias.

Além dos recursos tecnológicos, temos procurado no DM - UFSCar (Departamento de Matemática) da UFSCar (Universidade Federal de São Carlos) incorporar os avanços e estratégias metodológicas do processo de ensino - aprendizagem - avaliação.

Iniciamos o estudo de equações diferenciais com a introdução de problemas, provocando o questionamento e a modelagem matemática dos mesmos. Além das ferramentas tradicionais comumente usada pelo professor, as ferramentas computacionais que mais tem-se destacado nos últimos anos são os softwares computacionais algébricos, em que são exploradas as diversas formas inovadoras de ensino. Por outro lado, os avanços sobre as teorias de aprendizagem, de construção do conhecimento e do armazenamento de informações em nosso cérebro tem sido divulgados em trabalhos como os de Novak e Gowing [8], Moreira e Buchwetz [6,7], Faria [5] e outros [10,11-14]. Em particular, na área das ciências exatas poucos relatos sobre o uso de mapas conceituais tem sido divulgado.

Nossas experiências na UFSCar, mostram como podemos integrar o uso de mapas conceituais juntamente com as ferramentas computacionais para o aprendizado de vários tópicos da matemática. Em especial, em Equações Diferenciais Ordinárias, que é uma disciplina de suma importância na exploração de modelos matemáticos de muitos problemas dinâmicos da engenharia.

A partir de 2001 incorporamos nas aulas das disciplinas de Cálculo Numérico e de Equações Diferenciais Aplicadas a exploração dos mapas conceituais integrados com a linguagem escrita, oral e computacional Salvador, Arenales, Darezzo e Santos-Wagner [12].

Os efeitos, influências, impactos, benefícios e dificuldades criadas em integrações deste tipo tanto em atividades em sala de aula como em laboratório são discutidas e apresentadas neste trabalho.

## **UMA ABORDAGEM DE MAPA CONCEITUAL**

A abordagem de mapas conceituais está inserida em uma teoria educacional construtivista elaborada pelos psicólogos educacionais Ausubel, Novak e Hanesian [2]. *Esta teoria aceita o pressuposto de que o indivíduo constrói significados a partir do seu acerto conceitual e de sua predisposição afetiva para realizar essa construção. Os mapas conceituais constituem instrumentos poderosos, mas devem ser manipulados levando-se em conta os condicionantes do aprendiz. São utilizados para facilitar a transformação do conhecimento sistematizado disponível em conteúdo potencialmente significativo para o aluno, conforme Faria [5].*

Em linhas gerais, podemos afirmar que um mapa conceitual é um instrumento para aprender a aprender, para registrar o pensar, ou seja, um esquema prático para representar um conjunto de significados conceituais que estão imersos em uma estrutura lógica de proposições [8].

Para o professor/orientador um mapa conceitual pode ser usado no planejamento da unidade didática como instrumento de organização, hierarquização, estruturação e diagnóstico prévio de conceitos chaves do conteúdo, relacionando-os para clarear e facilitar o canal de comunicação com o aluno.

Apresentamos a seguir um mapa conceitual dos conteúdos que podem ser abordados num curso inicial de Equações Diferenciais Ordinárias, e que podemos fazer como exemplo logo no início da disciplina, para exemplificar para os alunos.

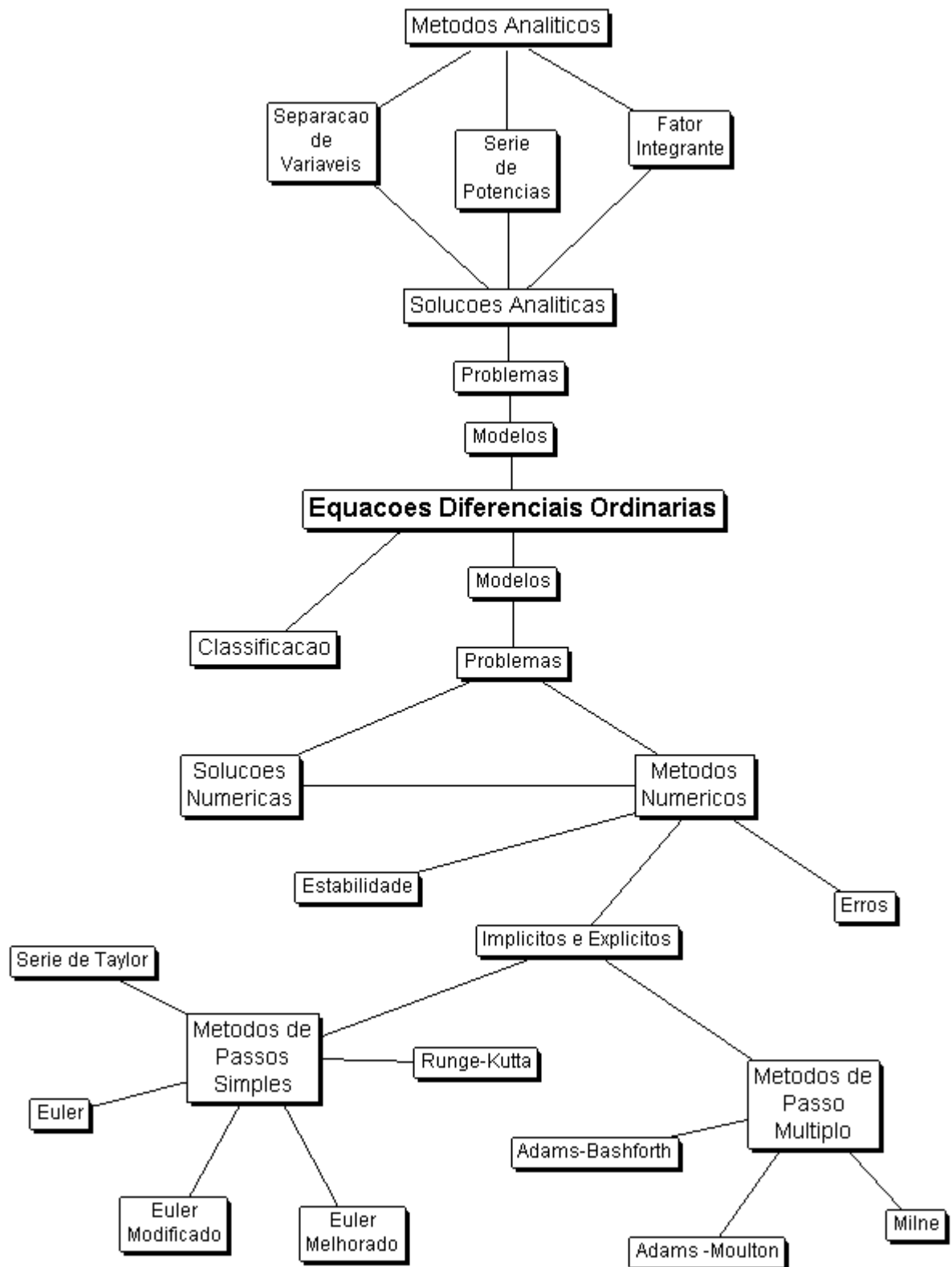


Figura 1. Um primeiro Mapa Conceitual do conteúdo de um curso de Equações Diferenciais

Um mapa conceitual também pode ser enriquecido com um pequeno texto explicativo que ajuda a organizar, sistematizar, estudar e detectar idéias não claras na mente do aluno, bem como acompanhado de "labels" que podem indicar se o aluno entendeu (E) ou não

entendeu (NE), gostou (G) ou não gostou (NG), se achou fácil (F) ou difícil (D) o tópico ou assunto acabado de ser abordado [13].

Um esquema deste tipo serve para registrar em poucos minutos o que mais lhe marca sobre um assunto e o que acha interessante ou desagradável sobre o mesmo. Estimula que o indivíduo expresse tudo o que se relaciona com o tema central, inclusive no que diz respeito às emoções e atitudes que sente e têm frente a este tema. Faz o indivíduo liberar tanto os aspectos emocionais quanto os intelectuais, além de auxiliar o desenvolvimento da metacognição.

## **MATERIAIS E MÉTODOS**

Nas disciplinas de Equações Diferenciais Aplicadas e Cálculo Numérico oferecidos pelo DM - UFSCar para as turmas de Engenharia, as atividades são desenvolvidas com o uso de Mapas Conceituais integrado com a linguagem escrita, oral e computacional nas salas de aulas e no Laboratório REENGE - DM - UFSCar com os softwares apropriados. Uma vez introduzido os problemas e/ou sugeridos pelos alunos, os mesmos são discutidos e modelados matematicamente. Na resolução dos problemas, tanto analítica como numericamente, é incentivado a discussão dos métodos e a aplicabilidade dos mesmos, bem como o uso do laboratório computacional.

Acreditamos que é muito importante que o aluno possa realizar as operações necessárias exigidas em cada método, passo a passo, para fixação dos mesmos no processo de resolução dos problemas.

Com os instrumentos computacionais e as estratégias metodológicas para aprender a aprender, fizemos inovações significativas no DM desde a implantação do Projeto REENGE em 1996, e com isso, obtivemos um salto significativo na qualidade de ensino de disciplinas básicas oferecidas para os cursos de engenharia.

Lembramos que em 1997 foi introduzido o Software Numérico [1], um software interativo de apoio ao processo de ensino-aprendizagem-avaliação da disciplina de Cálculo Numérico. Em cada um de seus módulos, inclusive no módulo de Equações Diferenciais Ordinárias, o aluno é solicitado a identificar a cada momento as condições teóricas de aplicabilidade de cada método (Runge-Kutta).

Na aula de laboratório, os passos seguidos pelos alunos neste software são registrados em um arquivo, para que o professor possa verificar as tentativas que o aluno realizou ao resolver o problema e se usou o método adequado e as condições necessárias para resolvê-lo.

Além disso, é sugerido aos alunos que após a abordagem de um tópico, seja feito um mapa conceitual, e que o mesmo seja refeito após realizar as atividades de laboratório. O aperfeiçoamento do mapa conceitual vai sendo elaborado na medida em que o mesmo vai adquirindo um aprendizado significativo do tópico.

## **DISCUSSÃO E RESULTADOS**

Nossas experiências na disciplina de Equações Diferenciais Aplicada, em que são explorados métodos analíticos e de Cálculo Numérico em que são abordados os métodos numéricos de resolução de problemas de equações diferenciais, temos inserido os conceitos de mapas conceituais para que os alunos verifiquem o aprendizado e de certa forma se auto avaliem em cada tópico abordado, tanto nas atividades em salas de aula como no laboratório computacional.

Podemos começar a disciplina com um mapa conceitual dos tópicos a serem abordados como o da Figura 1 por exemplo, e já introduzindo alguns esclarecimentos iniciais sobre a confecção de mapas conceituais. Durante as atividades da disciplina, ao término de cada

tópico, geralmente nos últimos 15 minutos da aula é solicitado aos alunos para que façam um mapa conceitual do que acabou de ser abordado.

Neste mapa conceitual sugerimos também, que o aluno faça além do sumário esquemático para representar os significados conceituais que estão imersos no tópico, forneça além do que foi aprendido/compreendido um enriquecimento com um pequeno texto explicativo que o ajude a organizar/sistematizar, estudar e detectar idéias não claras do tópico. Este mapa pode ser acompanhado das indicações se o aluno entendeu/não entendeu, gostou/não gostou, achou fácil/difícil, interessante/desinteressante sobre o tópico.

Um exemplo de mapa conceitual feito por um aluno logo após uma aula sobre o método de Euler para resolução numérica de equações diferenciais ordinárias:

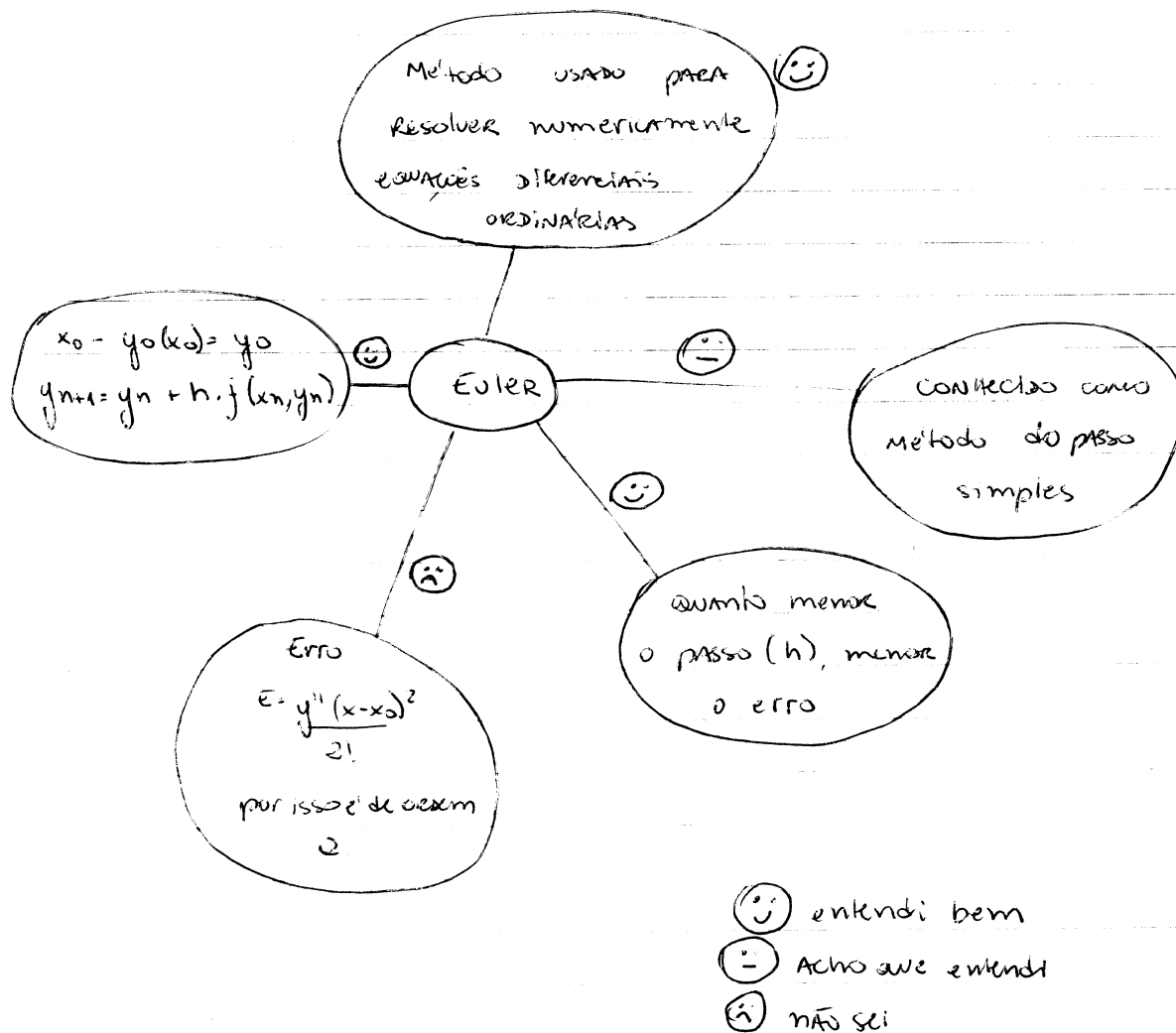


Figura 2. Um primeiro mapa conceitual sobre o Método de Euler

Depois de praticar a resolução de um problema e aplicar o método de Euler, o aluno pode refazer o mapa e aperfeiçoá-lo como podemos ver na Figura 3.

Um mapa conceitual elaborado pelo aluno é uma forma de auxiliá-lo a aprender a aprender, a auxiliar a memória e de expressar em uma forma visual o que já sabe, o que fixou ou não, e o que ele sente sobre o tópico estudado.

Um mapa conceitual pode ser utilizado como um instrumento poderoso de avaliação do tópico abordado, tanto para o aluno como para o professor, inclusive para se fazer uma revisão da própria abordagem dada ao mesmo. Observamos que um mapa conceitual não precisa ser

estático, ele pode ser aperfeiçoado a cada momento ou refeito na medida em que o aluno vai compreendendo melhor o assunto.

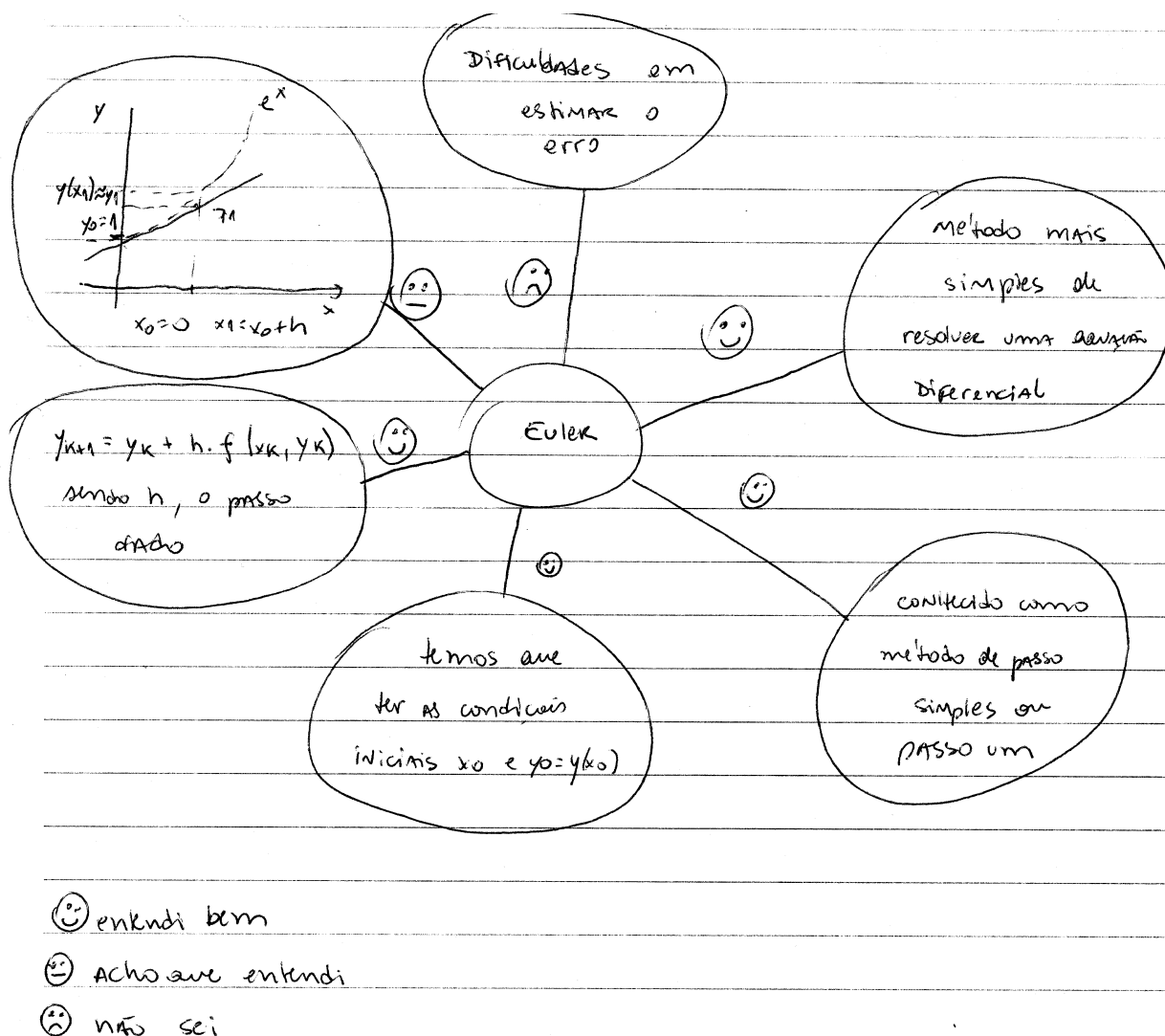


Figura 3. Um segundo mapa conceitual sobre o Método de Euler

Observamos que neste segundo mapa conceitual do aluno ainda permanece algumas dúvidas sobre a interpretação geométrica e principalmente sobre o cálculo do erro. E então o professor poderá reforçar estes tópicos ou orientar o aluno neste sentido, para que o mesmo possa sanar estas dificuldades.

Quando aplicamos o Software Numérico, Maple ou Matlab nas turmas da disciplina de Cálculo Numérico temos como referência uma lista de exercícios sobre o conteúdo que é resolvida durante a aula de laboratório após uma explanação geral sobre o software usado. No final desta atividade, sugerimos que o aluno refaça o seu mapa conceitual esclarecendo se houve melhorias na compreensão do tópico abordado. Em geral, os alunos reconhecem o auxílio do computador para rever os conceitos que tinha adquirido.

Apresentamos um mapa conceitual de outro aluno sobre os métodos de Runge-Kutta [3, 9, 14] com os "labels" em que ele expressa o seu sentimento sobre o tópico abordado antes e depois de estudá-lo.

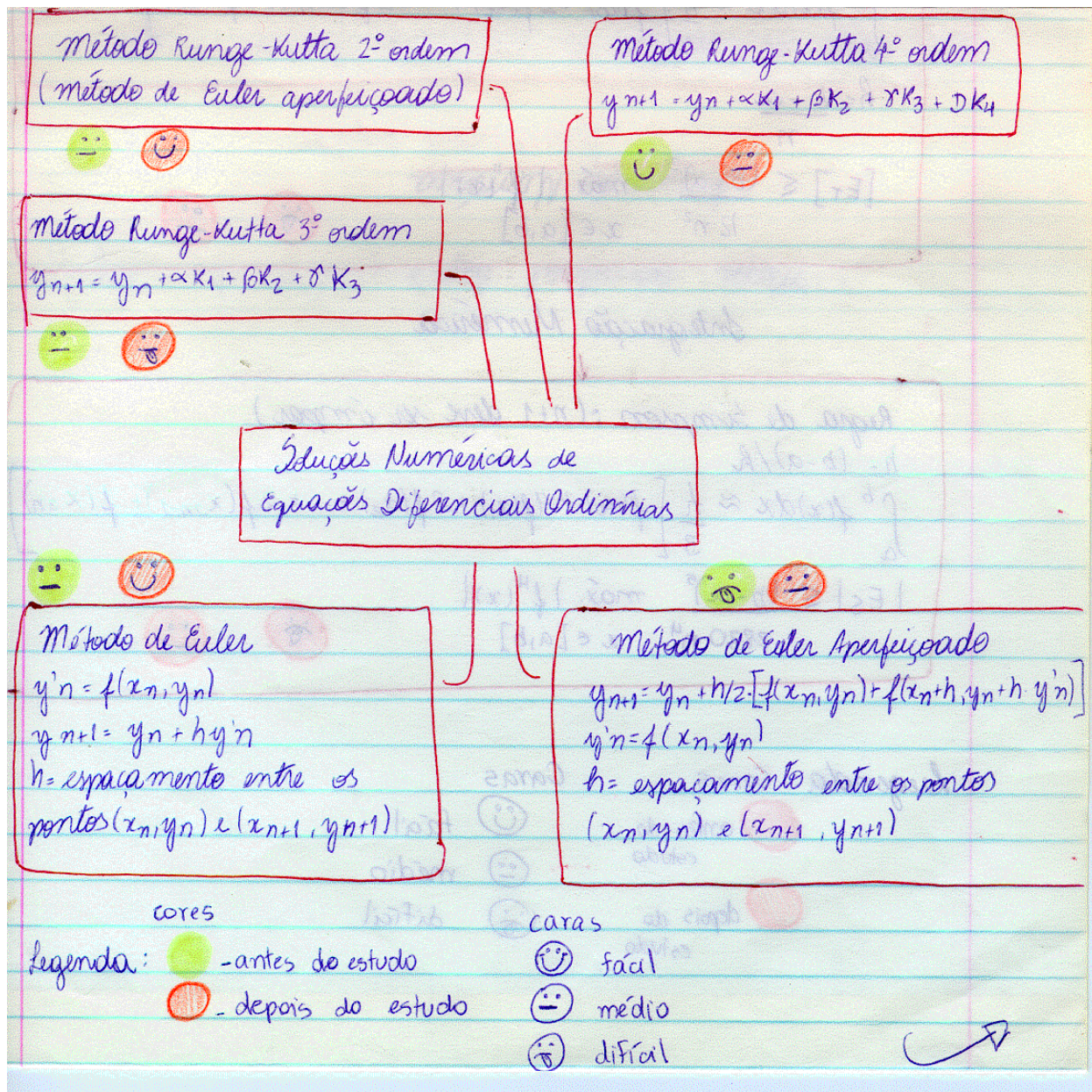


Figura 4. Um mapa conceitual sobre os Métodos de Runge-Kutta

## CONCLUSÃO

Neste trabalho exploramos a eficiência das estratégias adotadas com o uso mapas conceituais e de ferramentas computacionais como instrumentos facilitadores do aprendizado de Equações Diferenciais. Esta é uma forma de incentivar os alunos a adquirir conhecimento significativo sobre tópicos das disciplinas de Equações Diferenciais Aplicadas e de Cálculo Numérico.

Na exploração de Mapas Conceituais, alguns alunos escreveram detalhes e um texto explicativo de cada mapa elaborado e outros discutiram em grupos estas atividades. Esta experiência de construção dos mapas antes e depois de estudar um tópico, e depois de usar um software mostra que os alunos aprenderam com mais segurança os conteúdos explorados.

Observamos que ao trabalhar com um método numérico, usando o Software Numérico a partir da teoria explorada em sala de aula também leva o aluno, na frente do computador, a pensar no rascunho mental e trabalhar com o discurso interno conforme relatado em Vygostky [15]

Com o Software Maple, a exploração de problemas cuja modelagem é dada por uma Equação Diferencial, a resolução analítica do mesmo é feita passo a passo no computador de modo a fixar o método de resolução, ao contrário de usar simplesmente os comandos oferecidos pelo mesmo.

Da mesma forma, o Software Matlab foi aplicado visando a solução numérica com a construção de algoritmos dos métodos numéricos para resolução de Equações Diferenciais.

As atividades de laboratório foram planejadas de modo que em cada tópico apenas um dos softwares que julgamos mais adequado fosse usado.

Observamos que em certas turmas a maioria dos alunos participou ativamente e gostaram muito, alguns fizeram apenas um resumo do tópico, o que também mostrou-se proveitoso.

Estas estratégias indicam que algumas ou varias destas atividades integradas estimulam a criatividade e o aprendizado significativo do aluno, isto foi verificado pelo rendimento dos alunos e que a integração aulas/mapa conceitual/laboratório/mapa conceitual/avaliação formal foi válida e proveitosa.

## **BIBLIOGRAFIA**

[1] Arenales, S. H. V. e Barretos, D., Software Numérico, Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos. (2000).

[2] Ausubel, D.P., Novak, J. D. e Hanesian, H.. Psicologia Educacional. Rio de Janeiro: Interamericana (1980).

[3] Boyce. W. E. e R. C. DiPrima, Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno, 6ª ed. LTC (1999).

[4] Burden, R.L. e Faires, J.D., Numerical Analysis, PWS Publishing Company (1993).

[5] Faria, Wilson de, Mapas Conceituais: Aplicações ao ensino, currículo e avaliação. São Paulo: EPU - Temas Básicos de educação e ensino (1995).

[6] Moreira, M. A. e Buchweitz, B., Mapas conceituais: Instrumentos didáticos de avaliação e análise de currículo, São Paulo, Editora Moraes (1991).

[7] Moreira, M. A.; & Buchweitz, B., Novas estratégias de ensino e aprendizagem: Os mapas conceituais e o Vê epistemológico. Lisboa, Portugal: Plátano Edições Técnicas. (1993).

[8] Novak, J. D. and Gowin, D. B. Learning how to learn, Cambridge, Massachusetts: Cambridge University Press. (1984).

[9] Ruggiero, M.A.G. e Lopes, V.L.R, Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais. (1996).

[10] Santos, S. A., & Santos-Wagner, V., Exploring calculus concepts with concept mapping and writing. International Conference of Mathematics Education 9 Short Presentations (pp. 150). Tokyo/Makuhari: Japan. (2000).



- [11] Salvador, J. A. , Arenales, S. H. V. e Darezzo Filho, A., Mapas Conceituais/Software Numérico: Uma experiência no Estudo de Cálculo Numérico, CNMAC, (2002).
- [12] Salvador, J. A. , Arenales, S. H. V. e Darezzo Filho, A., Santos-Wagner, V. M. P., Mapas Conceituais/Software Numérico: Uma experiência no Estudo de Sistemas Lineares e Zeros de Funções`, Anais do CD - ROOM do COBENGE 2001 - PUC - RS (2001).
- [13] Salvador, J. A., Arenales, S. H. V., A. Darezzo Fº. e Santos-Wagner, V. M. P., Mapas Conceituais/Software Numérico: Uma experiência no Estudo de Cálculo Numérico, Tendências em Matemática Aplicada e Computacional, TEMA Vol. 1, (2003).
- [14] Sperandio, D., Mendes, J. T. e Silva, L. H. M., Cálculo Numérico, Características Matemáticas e Computacionais dos Métodos Numéricos, Pearson-Prentice Hall (2003)
- [15] Vygotsky, L., Thought and language. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press. (4ª ed.) (Revisada e traduzida por Alex Kozulin). (1989).
- [16] <http://cmap.coginst.uwf.edu/>
- [17] <http://cmap.coginst.uwf.edu/download/>
- [18] <http://penta2.ufrgs.br/edutools/mapasconceituais/>