

# Utilizando modelos matemáticos na avaliação de cursos

Leonardo R.A.X. de Menezes

Departamento de Engenharia Elétrica – ENE, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília – UnB Caixa exit

Posta; 4386 – 70919-970 – Brasília – DF – Brazil. e-mail: leonardo@ene.unb.br.

**Resumo** — Este trabalho apresenta uma alternativa para a avaliação de cursos genéricos compostos de módulos a serem cumpridos. A idéia é baseada em uma descrição matemática considerando a equação de continuidade dos cursos. Através do uso da equação da continuidade é possível, dadas as taxas de abandono, desistência e reprovação determinar os efeitos que políticas de implementação de cursos podem ter nos mesmos. O modelo fornece corretamente o tempo médio de titulação, tamanho das turmas em cada módulo bem como o efeito da reprovação na evasão medida do curso.

**Palavras Chaves** — Cursos sequenciais, avaliação de cursos e currículo de cursos

## I. Introdução

O estudo da eficiência de cursos de ensinos baseados em módulos é frequentemente baseado em indicadores como número de alunos formados, evasão de alunos e tempo médio de titulação. Enquanto estes indicadores são visivelmente importantes, eles contam apenas parte da história do curso. Para compreender os fatores que afetam o desempenho de um curso é necessário uma descrição mais completa dos mesmos. Este artigo apresenta um modelo matemático baseado no fluxo de alunos dentro do curso. O modelo apresentado permite definir quais estratégias podem resolver problemas de determinados cursos. Com base neste modelo são apresentadas equações que permitem a avaliação e o estudo de cursos de modo mais apurado. O modelo não tem pretensões de indicar quais cursos são melhores ou piores. No entanto, o mesmo permite demonstrar que quaisquer soluções adotadas tem de obedecer o mesmo. A idéia do modelo parte da equação que descreve o número de alunos que entra em qualquer nível de um curso composto por módulos. A partir das taxas de reprovação, desistência e abandono, o modelo permite estimar o tempo médio de titulação, a taxa de evasão aparente, a composição da titulação em questão e uma relação definida entre o índice de reprovação e a evasão aparente. No entanto, o modelo apresentado tem limitações devido a natureza estocástica do problema em questão. Mas mesmo com esta limitação é possível demonstrar através de comparações práticas o efeito de várias políticas no desenvolvimento do curso.

## II. Teoria

O modelo do curso é baseado na aplicação iterativa da equação que descreve o número de alunos em um curso composto por diversos módulos. Este número pode ser descrito da seguinte forma: em qualquer módulo  $m$ , o número de alunos no mesmo é dado pela soma dos alunos que não foram reprovados no módulo anterior e não abandonaram em conjunto com os alunos que foram reprovados neste módulo e não desistiram. Se denominarmos  $N(m,k)$  como número de alunos no módulo  $m$ ,  $N(m,k-1)$  como o número de alunos no mesmo módulo no período anterior e  $N(m-1,k-1)$  como o número de alunos no módulo anterior no período anterior teremos:

$$N(m, k) = (1 - a) [(1 - r) N(m - 1, k - 1) + r (1 - d) N(m, k - 1)]$$

Aonde  $a$  é a taxa de abandono entre módulos,  $r$  é a taxa de reprovação do módulo e  $d$  é a taxa de desistência do módulo. Esta equação pode ser intitulada de equação da continuidade, pois qualquer módulo terá de obedecê-la. Na realidade, as taxas em questão são variáveis aleatórias, mas podemos aprender algo sobre os valores médios de cursos reais utilizando a equação acima. Uma distinção importante é realizada entre abandono e desistência. Os dois conceitos são distintos: o abandono é causado pela vontade do aluno em deixar o curso, enquanto a desistência é causada por repetidas reprovações nos módulos. É possível argumentar que esta equação está incompleta devido a diversos fatores, no entanto é possível provar que estes fatores podem ser desprezados sem problemas. O primeiro fator é causado por entradas de alunos

transferidos entre módulos. Mas em cursos equilibrados, a entrada de alunos desta forma é uma variável aleatória de média não zero mas pequena. Então este valor pode ser descontado da taxa de alunos que abandonam o curso. Outro fator é que aparentemente a equação não leva em conta alunos com diversas reprovações no mesmo módulo. Mas basta fazer uma expansão da equação para ver que isto não é verdade:

$$N(m, k) = (1-a)(1-r)N(m-1, k-1) + r(1-d)N(m, k-1)$$

$$N(m, k-1) = (1-a)(1-r)N(m-1, k-2) + r(1-d)N(m, k-2)$$

Substituindo a segunda na primeira tem-se:

$$N(m, k) = (1-a)(1-r)N(m-1, k-1) + r(1-d)(1-a)(1-r)N(m-1, k-1)$$

Portanto, a equação leva em consideração reprovações anteriores. Com base nestes resultados podemos analisar como será o desempenho do curso a longo prazo:

$$N(m) = (1-a)(1-r)N(m-1) + r(1-d)N(m)$$

Rearranjando:

$$N(m) = \frac{(1-a)(1-r)}{1-r(1-d)} N(m-1)$$

Note que se não há abandono ou desistência:

$$N(m) = N(m-1)$$

Portanto o número de alunos que entra no módulo é igual ao número de alunos que saem. Para qualquer valor maior do que zero de desistência ou abandono teremos uma diminuição no número de alunos que entra no módulo seguinte.

Para considerarmos um curso inteiro temos de incluir o efeito da entrada. O primeiro módulo do curso terá uma expressão diferente, já que não existe o abandono nem reprovação no módulo anterior:

$$N(1, k) = N(0, k-1) + r(1-d)N(1, k-1)$$

Portanto em estado estacionário:

$$N(1) = \frac{1}{1-r(1-d)} N(0)$$

Esta expressão é interessante pois indica que para qualquer taxa de desistência menor do que 1, o número de alunos no primeiro módulo será maior do que o número de alunos que entram. Logo o primeiro módulo do curso deve ser projetado para um número de alunos superior ao número de alunos de entrada.

De posse destas equações de estado estacionário podemos montar a relação entre os alunos que entram e saem em um curso com M módulos:

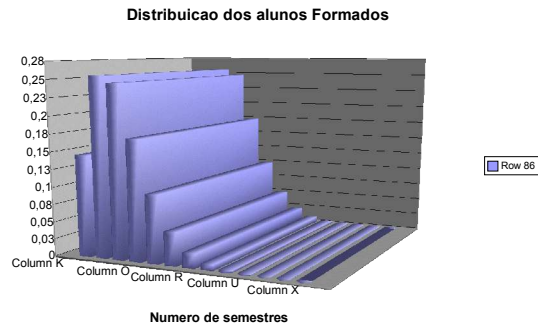
$$N(M) = \frac{1}{(1-a)(1-r)} \left[ \frac{(1-a)(1-r)}{1-r(1-d)} \right]^M N(0)$$

A evasão aparente E em um curso deste tipo pode ser escrita como:

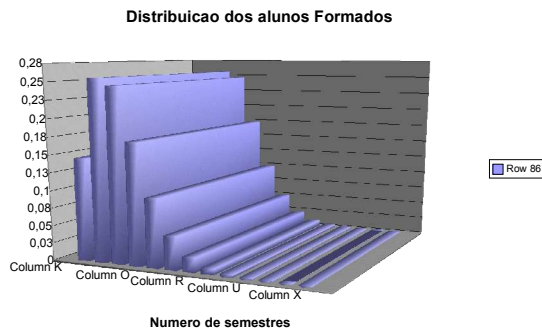
$$E = 1 - \frac{N(M)}{N(0)} = 1 - \frac{1}{(1-a)(1-r)} \left[ \frac{(1-a)(1-r)}{1-r(1-d)} \right]^M$$

É interessante notar que a evasão aparente é uma função da taxa de reprovação. Isto significa que uma variação na taxa de reprovação leva invariavelmente a uma variação na evasão aparente. Naturalmente, este valor é função também da taxa de desistência e da taxa de abandono. A priori a composição destes resultados pode ser obtida através da análise dos alunos que saem. Estes são compostos dos que nunca reprovaram e não abandonaram, mais dos que reprovaram uma vez e não desistiram e assim por diante:

Estes dados podem ser vistos no gráfico relacionando a evasão aparente com as taxas de abandono, desistência e reprovação



Como pode ser verificado pelo gráfico, existe de fato um relacionamento entre a taxa de reprovação com a evasão aparente. Na medida em que a taxa de abandono se torna mais significativa, este relacionamento fica menos aparente. Mas para baixas taxas de abandono, o relacionamento é bastante claro. No entanto para baixos valores de abandono e variando a desistência, o gráfico se altera. Este efeito pode ser visto na figura a seguir.



Portanto pode haver evasão negativa. Apesar de isto parecer impossível, não é na realidade. Devido ao aumento de alunos no primeiro módulo, em um curso com N módulos o número de alunos que saem pode ser maior que o número de alunos que entra. Naturalmente, isto implica em maior tempo médio para terminar o curso. A taxa de reprovação em que este fenômeno é máximo é:

$$r = \frac{1 - Md}{1 - d}$$

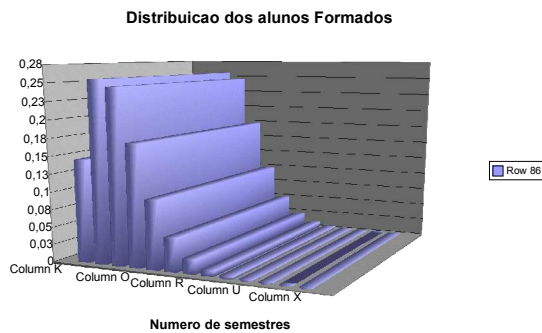
Naturalmente esta taxa deve ser maior do que 0 e menor que 1, o que implica que a desistência deve ser:

$$d < \frac{1}{M}$$

Exemplificando, em um curso com 10 módulos a taxa deve ser menor do que 0.1 (ou 10%). Apesar de parecer improvável é, portanto, possível ter cursos com baixa taxa de evasão (até mesmo negativas) mesmo em situações em que as taxas de abandono e desistência existam e mesmo com taxas de reprovação relativamente altas. Basta manter a taxa de desistência abaixo do patamar indicado pela equação anterior.

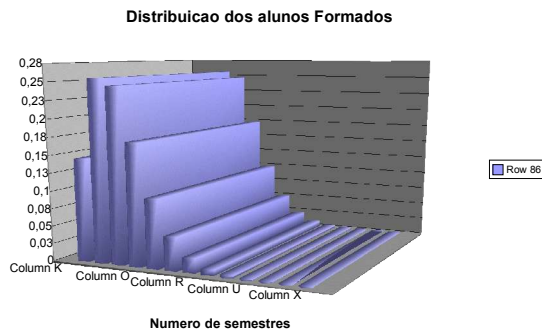
Outro ponto interessante desta equação é que é possível determinar a relação entre a taxa de abandono e a taxa de desistência para que a evasão aparente seja zero. Infelizmente, este valor depende do número de módulos M e não pode ser expressão de modo simples.

O modelo também permite determinar o tempo médio de formação, bem como a distribuição dos alunos formados em relação ao número de reprovações.



Assim dependendo das taxas de reprovação, abandono e desistência podemos prever a distribuição dos graduandos e o tempo médio dentro do curso. No caso de um curso com 25% de reprovação em cada módulo, taxa de abandono de 10% e desistência de 30%, temos um tempo médio de 12 semestres. Estes números irão variar na medida em que as taxas se alterarem. Em um caso em que a taxa de reprovação é de 20%, abandono de 5% e desistência de 15%, o tempo médio passa a ser de 11 semestres.

Um outro fenômeno que este modelo reproduz é o atraso na propagação de mudanças em um curso. Mudanças no número de alunos que entram levam um determinado tempo até serem sentidas pelo curso. Este número está diretamente relacionado com o tempo médio. Quanto maior o tempo médio, mais tempo leva para um curso sentir as mudanças.



Por exemplo no gráfico podemos observar o efeito de um aumento na entrada de alunos. Este efeito demora até 15 semestres para afetar a saída de modo claro. Naturalmente, isto está diretamente relacionado aos valores das taxas de abandono, desistência e reprovação.

Este modelo permite prever muitos dos fenômenos associados a problemas em cursos reais. No entanto, existem algumas limitações. A primeira e mais importante é que as taxas são variáveis aleatórias. A média e o desvio padrão das mesmas também podem variar com o tempo. Portanto, em cursos reais os valores se apresentarão de modo mais errático. A segunda limitação é que a maioria dos cursos apresenta uma série de disciplinas interconectadas e dependentes. Mas não são todas, o que torna o modelo menos preciso. No entanto, utilizando taxas de reprovação efetivas, esta dificuldade pode ser contornada. Ainda assim, diversas hipóteses e testes podem ser estudadas segundo o modelo.

### III. Estudo de Casos

O modelo do curso permite o estudo de algumas variações e alternativas que podem ser realizadas para tornar o curso com índices melhores. Desta forma pode-se avaliar quais as políticas que permitem maior sucesso em cursos compostos por módulos.

Uma questão sem resposta ainda é o que é melhor: um curso com dificuldade progressiva, regressiva ou constante? Utilizando o modelo e considerando que o desejado é o número mais elevado de alunos graduados pode-se provar que o curso com dificuldade regressiva apresenta melhor resultados. Isto significa que se os módulos iniciais tiverem maior taxa de reprovação e esta taxa for reduzida progressivamente então o número de alunos formados será maior que qualquer um dos dois casos. Este efeito é bastante claro com variações grandes na taxa de reprovação. Portanto um curso terá maior probabilidade de sucesso se iniciar-se com uma alta taxa de reprovação e a mesma for progressivamente diminuída a cada módulo.

Uma outra questão é quem é mais importante: a taxa de desistência ou a de abandono. Qual das duas tem efeito mais importante no percentual de sucesso do curso? A importância desta questão pode parecer acadêmica, mas não é. Para minimizar estas taxas são necessárias políticas diferentes. A desistência está ligada ao número de reprovações. Através do modelo é fácil verificar que a taxa de abandono é o problema mais sério. Para uma taxa de reprovação constante, a variação na taxa de abandono causa maiores variações

no número de alunos formados do que a taxa de desistência. Este efeito pode ser verificado na sensibilidade no número de alunos que saem:

$$\frac{\partial N}{N} = -\frac{Ma}{(1-a)} \frac{\partial a}{a}$$

$$\frac{\partial N}{N} = -\frac{(M+1)rd}{(1-r(1-d))} \frac{\partial d}{d}$$

Esta fórmula indica que as variações no abandono tem maior efeito do que as variações na taxa de desistência. Assim o problema que deve ser atacado prioritariamente é o do abandono e não o da desistência. Desta forma, políticas de desestímulo ao abandono terão efeito maior que políticas que visem a diminuição da taxa de desistência. Uma política que pode ser implementada é o pagamento de multas ou taxas de ressarcimento de alunos que abandonem o curso. Neste caso uma variação de 10% do abandono em um curso com moderadas taxas (abaixo de 50%) de desistência implicam em melhorias da ordem de 50 a 75%. Naturalmente, baixas taxas de abandono e altas taxas de desistência tem de ser analisadas de modo cuidadoso.

Um resultado curioso deste estudo é que a reprovação em níveis moderados não tem efeitos significativos comparado ao abandono. Isto significa que não é necessário que um curso tenha baixas taxas de reprovação para ter baixa evasão. Neste ponto, mesmo que o curso tenha taxa de reprovação zero, o fator de abandono ainda é preponderante. Assim é seguro afirmar que segundo o modelo a taxa de abandono é um fator crítico, e mais ainda a maioria das iniciativas que assumam que variações na taxa de reprovação irão compensar este efeito não funcionarão.

Outra pergunta sem resposta é qual o fator determinante na duração do curso? Posto em outros termos como é possível diminuir o tempo médio de formação? Devido ao interrelacionamento das variáveis a resposta não é simples, mas o efeito prático mais visível ocorre quando as taxas de reprovação caem após um determinado período. Em suma em um curso com vários módulos, a diminuição na cadeia de módulos obrigatórios tem efeito mais significativo. Na realidade, o tamanho da cadeia de módulos obrigatórios é o fator determinante. Portanto, cursos com menores cadeias obrigatórias tem menor tempo de formação. Este efeito pode ser visto como uma diminuição nas taxas de reprovação e desistência efetivas.

#### IV. Conclusões

O modelo do curso permitiu o estudo de algumas variações e alternativas que podem ser realizadas para tornar o curso com índices melhores. Desta forma pode-se avaliar quais as políticas que permitem maior sucesso em cursos compostos por módulos. Entre as políticas que podem ser mais bem sucedidas estão: diminuição no nível de abandono, diminuição no tamanho da cadeia de módulos obrigatórios e nível de taxas de reprovação regressivo no curso. Com a implementação destas políticas pode-se mostrar que os índices do curso podem melhorar significativamente.

Além destes resultados o modelo prediz o nível de evasão do curso, distribuição de alunos formados e pontos aonde o curso pode ser otimizado. Em particular cursos com taxas de desistência em níveis abaixo ao recíproco do número de módulos podem ter um ponto ótimo na formação de alunos.