

# LEVITADOR MAGNÉTICO: UMA APLICAÇÃO DIDÁTICA DE TEORIAS DE CONTROLE CLÁSSICO, ELETRÔNICA E ELETROMAGNETISMO

**Nathanael J. P. Júnior** - [nathanaeljr@hotmail.com](mailto:nathanaeljr@hotmail.com)

**Juliana M. Sousa** - [ju\\_msousa@yahoo.com.br](mailto:ju_msousa@yahoo.com.br)

**Wendel T. Costa** - [wendeltc@yahoo.com.br](mailto:wendeltc@yahoo.com.br)

**Erivelton G. Nepomuceno** – [nepomuceno@ufsj.edu.br](mailto:nepomuceno@ufsj.edu.br)

Laboratório de Eletrônica, Departamento de Eng. Elétrica, Universidade Federal de São João del-Rei

Praça Frei Orlando, 170, Centro

36307-352 - São João del-Rei - MG

**Resumo:** *Este artigo apresenta uma implementação de um levitador magnético. Um corpo com características ferromagnéticas é suspenso no ar através da anulação da força gravitacional pela força magnética produzida por um eletroímã. A posição do corpo é identificada por um sensor ótico, formado por um foto diodo e um foto transistor, funcionando respectivamente como fotoemissor e fotoreceptor. O sinal deste sensor é comparado com uma referência, produzindo um erro, que passa por um controlador analógico para regular a corrente no eletroímã. O sistema foi modelado através das Leis de Newton e Biot-Savart. A partir deste modelo, foi possível projetar o controle usando o método do lugar das raízes. O projeto atingiu o seu fim esperado e pequenos objetos puderam ser vistos suspensos no ar. O envolvimento de conhecimentos de várias disciplinas no currículo de Engenharia Elétrica faz desta implementação um excelente tema para trabalhos finais, projetos de fim de curso, notadamente pelo seu caráter interdisciplinar, sintetizador e desafiante.*

**Palavras-chave:** Levitador magnético, Projeto de final de curso, Interdisciplinaridade.

## 1. INTRODUÇÃO

A levitação magnética despertou grande interesse nos últimos anos devido a sua importância prática em muitos campos da engenharia. As aplicações industriais são as mais diversas: levitação de trem bala, levitação de eixo de micro-motores, construção de coração artificial, entre outros (SANTANA *et al.*, 2001; YANG e TATEISHI, 2001). Um projeto como este pode gerar diversos mecanismos que funcionem de forma suspensa, eliminando quase todo o atrito no objeto e prolongando sua vida útil. Conceitos relevantes tais como Instrumentação Eletrônica, Controle Clássico e Eletromagnetismo encontram grande aplicabilidade no estudo de sistemas dinâmicos que se baseiam em levitação magnética.

Para conseguir manter um corpo flutuando no ar, deve-se encontrar uma maneira de cancelar a força que nele atua devido ao campo gravitacional. Uma forma é gerar um campo magnético sobre o corpo tal que esse campo magnético produza neste uma força de mesma direção e sentido contrário à força gravitacional (SANTANA *et al.*, 2001). Para isto, serão utilizados dois sensores de luz infravermelho, um eletroímã e um controlador eletrônico analógico (MAGNETIC LEVITATION, 2003).

A implementação do Levitador Magnético é baseada no esquema funcional visto em (MAGNETIC LEVITATION, 2003). Contudo, algumas especificações de materiais e de arranjo físico da montagem são diferentes. Essas especificações juntamente com a ocorrência de perturbações no sistema (GENTILI e MARCONI, 2003) ocasionam um erro em regime permanente. Afim de eliminar esse erro, faz-se necessário a redução de ruído presente no sistema através de um circuito diferenciador pela razão de rejeição de modo comum (CMRR) do amplificador operacional (PERTENCE, 1990). Desse modo, justifica-se a utilização de um segundo sensor (sensor de referência) no mesmo ambiente do sensor que será usado como de posição de maneira que seja injetado em ambos o mesmo ruído. Com isso o ruído é eliminado pelo CMRR. Também é necessária a sintonia do compensador por avanço de fase para garantir estabilidade ao sistema (OGATA, 1998). Entretanto, conhecendo-se a planta deste sistema, é possível usar outros tipos de controladores tais como proporcional-derivativo, proporcional-integral e proporcional-integral-derivativo, também capazes de garantir sua estabilidade (ALEJANDRO *et al.*, 1998).

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma: Seção 2 apresenta a metodologia para a implementação do Levitador Magnético. A Seção 3 apresenta os resultados obtidos após a sintonia do compensador por avanço de fase e a obtenção da planta do sistema e posteriormente, na Seção 4, estes resultados são analisados quantitativamente e qualitativamente. Finalmente, na Seção 5, discussão e conclusão são apresentadas.

## 2. METODOLOGIA

Nesta seção, a implementação do Levitador Magnético é discutida com detalhes de sua construção, a eliminação de ruídos presentes no sistema e a sintonia do seu compensador por avanço de fase.

### 2.1 Protótipo

A implementação do Levitador começa com a confecção de uma base de madeira para fixação do eletroímã, dos sensores e da matriz de contatos. O suporte utilizado neste trabalho é mostrado na Figura 1 e apresenta as seguintes dimensões: *piso*: 20 cm x 40 cm; *caixa*: 15 cm x 15 cm x 25 cm. A espessura de cada parede da base é de aproximadamente 2 cm.

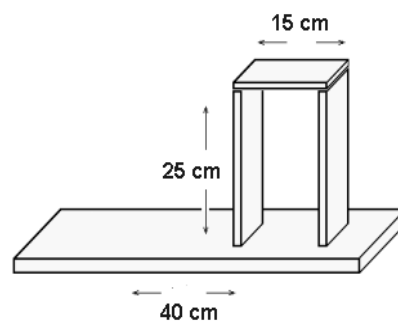
Figura 1 – Base de madeira para fixação do eletroímã.

A bobina é composta de 1341 espiras de fio de cobre de 18 AWG enroladas num parafuso de 9 cm de comprimento e 1 cm de diâmetro. Um cooler é fixado na parte dianteira superior da caixa para garantir o resfriamento da bobina.

A Figura 2 apresenta o diagrama em blocos do Levitador Magnético consistindo da planta (fonte e bobina), de sensores de posição e referência como malha de realimentação e um controle. A Figura 3 apresenta com maiores detalhes cada estágio do sistema.

O sensor de posição é utilizado para leitura da variação em torno da posição de referência. Essa leitura serve como parâmetro de entrada para o controlador que fornece um sinal proporcional ao deslocamento necessário ao reposicionamento. Esse sinal é enviado ao circuito atuador que é responsável pela potência adequada no eletroímã.

A corrente na bobina foi limitada no valor máximo que o condutor pode suportar: 2,5 A.



A alimentação foi determinada em 14 V, para atender esse limite de corrente e atender os demais componentes do circuito.

A Figura 4 representa o diagrama esquemático do circuito do Posicionador Magnético. O circuito foi dividido em partes funcionais para melhor compreensão.

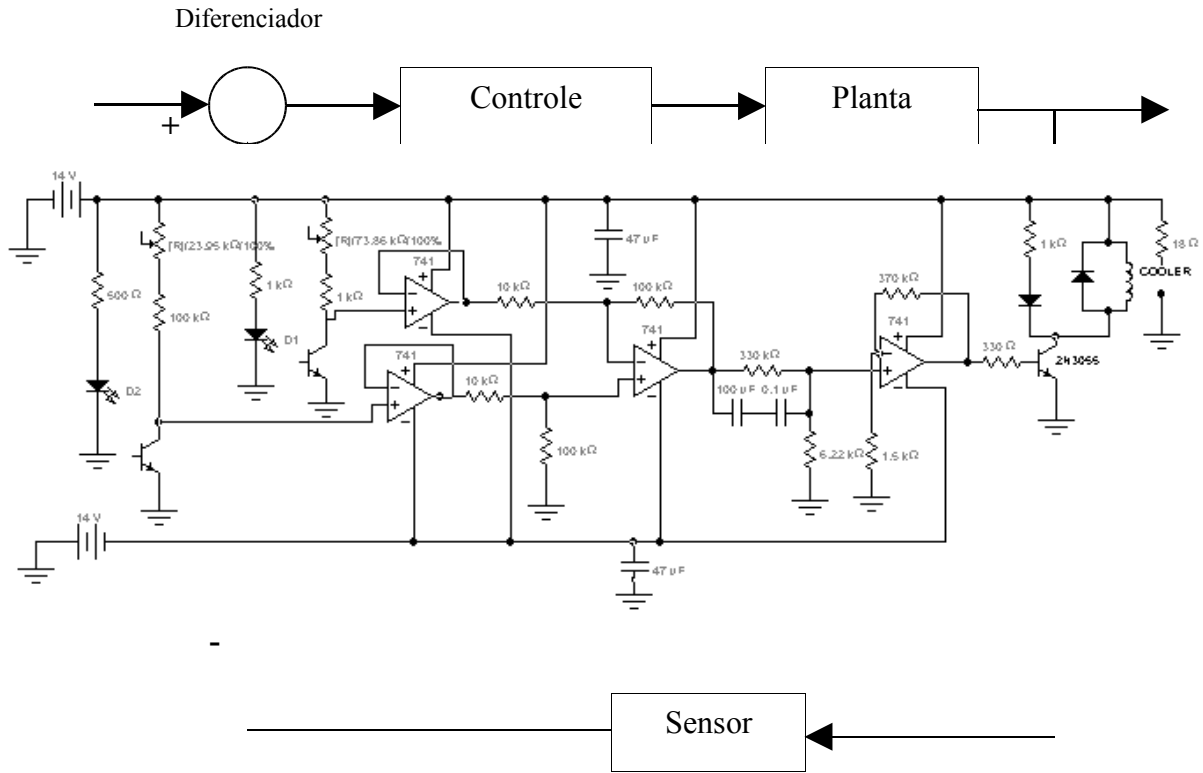


Figura 2 – Diagrama em blocos de Controle em Malha Fechada.

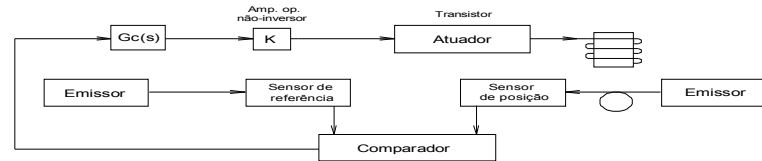


Figura 3 – Blocos Funcionais do Levitador Magnético.

### A. Circuito Emissor Infravermelho

São usados dois emissores do tipo PHIV 590. Cada emissor infravermelho será ligado em série com um resistor, como é mostrado na Figura 5. Este valor de resistência pode ser alterado para garantir maior luminosidade desde que não ultrapasse 30 mA.

Figura 4 – Circuito do Posicionador Magnético.

Figura 5 – Circuito Emissor Infravermelho.

Figura 6 – Circuito Fotorreceptor.

### B. Circuito Fotorreceptor

São usados dois fotorreceptores do tipo PHFT 580. Este circuito funciona como uma fonte de tensão controlada por luz operando na sua faixa linear (Figura 6). A captação de luz adicional equivale a aumentar sua corrente básica. Assim a quantidade de luz que incide no

fototransistor controla a corrente direta de coletor-emissor. O fotoreceptor de referência é conectado em série com um resistor de 110 K $\Omega$  e com um potenciômetro de 100 K $\Omega$  ajustado para 23,95 K $\Omega$ . O fotoreceptor de posição é conectado em série com um resistor de 56 K $\Omega$  e um potenciômetro de 100 K $\Omega$  ajustado para 73,5 K $\Omega$ .

A Figura 7 ilustra o que deve ser obtido com o ajuste dos potenciômetros. Quando há incidência de luz sobre o sensor de posição, deve-se obter aproximadamente 6V de tensão de coletor. Ao se obstruir o feixe de luz, essa tensão deve estar em torno de 9V. Para o sensor de referência, o potenciômetro deve ser ajustado de forma a se obter em seu coletor o valor médio entre os extremos de tensão no fotoreceptor de posição.

### C. Circuito Seguidor de Tensão (Buffer)

O amplificador operacional é configurado de forma a se obter altíssima impedância de entrada e uma baixíssima impedância de saída, funcionando como um seguidor de tensão e isolando assim, o circuito fotoreceptor do próximo estágio (PERTENCE, 1990). Essa configuração é mostrada na Figura 8.

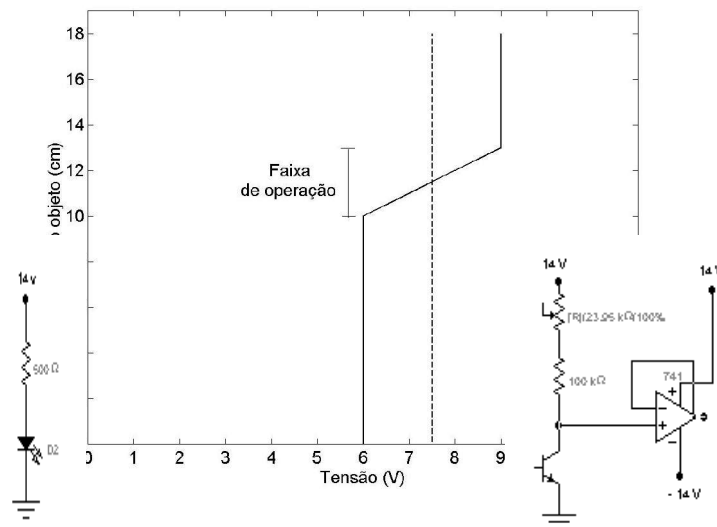


Figura 7 – Faixa de operação dos sensores.

Figura 8 – Circuito Seguidor de Tensão.

Figura 9 – Circuito Diferenciador.

### D. Circuito Diferenciador ou Subtrador

Este circuito permite que se obtenha na saída uma tensão igual à diferença entre os sinais aplicados, multiplicada por um ganho (PERTENCE, 1990). A Figura 9 representa o circuito diferenciador, no qual sua configuração garante um ganho de 10.

### E. Circuito em Avanço de Fase

O compensador por avanço de fase é mostrado na Figura 10. Este compensador torna-se um divisor de tensão em baixas frequências e oferece ganho unitário em altas frequências. Desta forma, pode ser considerado como um filtro passa-alta.

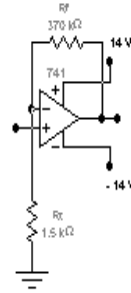
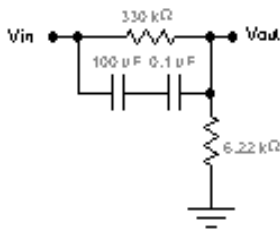
### F. Circuito Amplificador

Este circuito é configurado como um amplificador não inversor com ganho ajustado empiricamente em 248. Essa configuração é mostrada na Figura 11.

Figura 10– Circuito Avanço de fase.

Figura 11 – Circuito Amplificador.

**G. Circuito de Saída**



Este circuito, apresentado na Figura 12, é responsável por controlar a corrente que passa pela bobina. Ele possui um resistor de 330 Ω que transforma o sinal de tensão na saída do circuito amplificador em um sinal de corrente para base do transistor (2N3055). O transistor opera entre a região de corte e a região ativa. Quando a corrente aplicada à base for positiva, permitindo que a tensão base-emissor do transistor ( $V_{be}$ ) seja maior ou igual a 0,7 V, a bobina será energizada fazendo com que o objeto seja atraído. Porém, se  $V_{be}$  for menor que 0,7 V, o transistor opera na região de corte e a bobina, que possui inércia de corrente, desenergiza-se através do diodo de roda-livre.

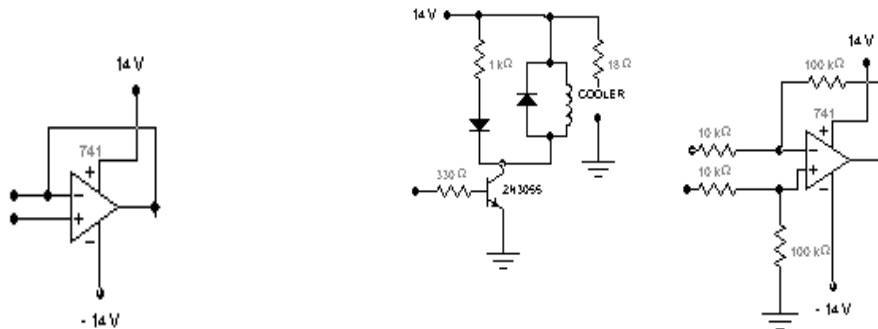


Figura 12 – Circuito de Saída.

**2.2 Redução de ruído**

A redução do ruído injetado no sistema dá-se no circuito diferenciador através da razão de rejeição de modo comum (CMRR), ou seja, a propriedade de um amplificador operacional rejeitar (atenuar) sinais idênticos aplicados, simultaneamente, em suas entradas (sinal de modo comum). A Figura 13 mostra essa configuração.

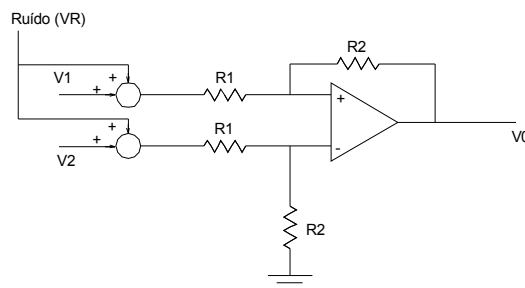


Figura 13 – Eliminação de Ruído no Circuito Diferenciador.

A implementação do segundo fotoreceptor proporciona ao Amplificador Operacional, entradas com sinais de ruídos iguais e serão por isso atenuados.

### 2.3 Obtenção da planta do sistema

A planta deste sistema pode ser obtida através do modelamento das principais forças que atuam no corpo ferromagnético que está sendo levitado. A força eletromagnética,  $f(x,t)$ , atua no corpo ferromagnético na mesma direção da força gravitacional porém, em sentido contrário. Temos então, de acordo com a segunda lei de Newton, a seguinte equação dinâmica para o sistema:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = mg - f(x,t), \quad (1)$$

sendo  $x(t)$  a distância entre o corpo que está sendo levitado e o eletroímã,  $m$  o peso deste corpo e  $g$  a constante gravitacional. A indutância  $L$  varia com a posição no eixo  $x$ . A energia magnética armazenada é:

$$E_m = \frac{1}{2} L(x) i^2(t). \quad (2)$$

A partir de (2), tem-se a força magnética, que é o gradiente da energia armazenada (THOMPSON, 2000):

$$f(x,t) = \frac{d}{dx} E_m = \frac{1}{2} \frac{dL(x)}{dx} i^2(t). \quad (3)$$

Quando há equilíbrio entre as forças gravitacional e magnética, pode-se linearizar a Equação (3), obtendo-se (para uma descrição mais detalhada ver (SHIAO, 2001)):

$$mg = f_o = C \left( \frac{I_o}{X_o} \right)^2, \quad (4)$$

em que  $C = 6,8877 \times 10^{-6} \text{ Nm}^2/\text{A}^2$ ,  $I_o = 1,4 \text{ A}$  e  $X_o = 0,01\text{m}$ .

Dada a equação:

$$v(t) = Ri(t) + L(x) \frac{di(t)}{dt}, \quad (5)$$

que relaciona a tensão e a corrente no eletroímã por meio de sua resistência ( $R$ ) e sua indutância ( $L(x)$ ) e ainda pela equação:

$$v(t) = \beta x(t), \quad (6)$$

que relaciona sinal de tensão e o deslocamento do corpo, visto pelo sensor de posição de ganho  $\beta$  pode-se, por meio da Transformada de Laplace, estabelecer-se a seguinte função de transferência de malha aberta, que tem por entrada, a tensão no eletroímã e por saída, a posição do corpo ferromagnético que está sendo levitado:

$$G(s) = \frac{V_X(s)}{V(s)} = \frac{\frac{2\beta CI_o}{mLX_o^2}}{\left(s + \frac{R}{L}\right)\left(s^2 - \frac{2CI_o^2}{mX_o^3}\right)} \quad (7)$$

Podemos escrever que:

$$K_1 = 2C \left( \frac{I_o}{X_o^2} \right) \quad \text{e} \quad K_2 = 2C \left( \frac{I_o^2}{X_o^3} \right)$$

e ainda, através de uma simplificação, que pode ser vista em (SHIAO, 2001) obtemos a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{\beta K_1}{ms^2 - K_2} \quad (8)$$

Sendo  $m = 0,0135\text{Kg}$ ,  $X_o = 0,01\text{m}$  e  $I_o = 1,4\text{A}$ , observados empiricamente, tem-se:

$$K_1 = 0,192857 \text{ N/A} \quad \text{e} \quad K_2 = 27.$$

Temos que  $\beta = 1520 \text{ V/m}$  encontrado experimentalmente. Desta forma temos que a Equação (13) com seus respectivos parâmetros, obtidos desta implementação será:

$$G(s) = \frac{293,14}{0,0135s^2 - 27} \quad (9)$$

## 2.4 Sintonia do compensador por avanço de fase

Da perspectiva da engenharia de controle, um sistema de levitação magnética é um sistema complexo visto que ele apresenta não-linearidades e é naturalmente instável (YANG e TATEISHI, 2001). A maneira mais simples, mas não a melhor, de tratar esse sistema é linearizá-lo em torno de um dado ponto de operação. Isso permite aplicar técnicas de controle linear bem definidas. O controlador pelo qual se consegue controlar satisfatoriamente o sistema consiste num compensador em avanço de fase (MESQUITA E KIENITZ, 2002).

A função de transferência linearizada que rege o sistema é dada por:

$$G(s) = \frac{\beta K_1}{ms^2 - K_2} \quad (10)$$

(10)

Os parâmetros da Equação (15) são determinados no item 3 desta mesma seção. Como a função de transferência possui um pólo sobre o eixo real positivo (pois  $K_2, m > 0$ ), sabemos que o sistema não é estável. Por essa razão, ele não pode ser estabilizado simplesmente através da variação do ganho de realimentação negativa (constante  $\beta$  na Figura 14).

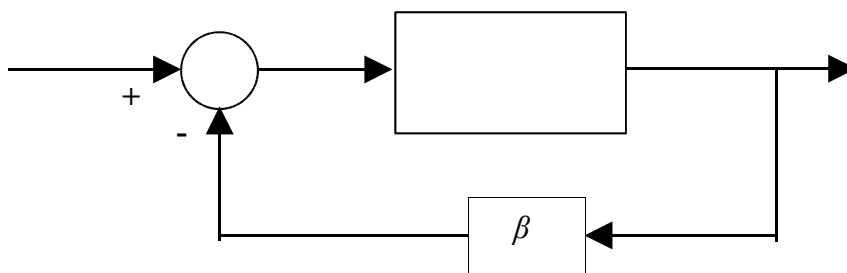


Figura 14 – Diagrama em Blocos para o Sistema de Levitação Magnética com ganho de realimentação negativa.

O controlador foi implementado por um compensador em avanço de fase com a seguinte função de transferência:

$$Gc(s) = \frac{s + \frac{1}{R_1 C}}{s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}} \quad (11)$$

Considerando-se que o controlador também abrange o circuito amplificador, a Equação (16) torna-se:

$$Gc(s) = \left( \frac{R_i + R_f}{R_i} \right) \frac{s + \frac{1}{R_1 C}}{s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}} \quad (12)$$

Na tentativa de se obter a estabilidade, isto é, a compensação do sistema, são utilizados potenciômetros para se variar os parâmetros  $R_1$ ,  $R_2$ .

### 3. RESULTADOS

Nesta seção, para mostrar a efetividade do controlador implementado e a veracidade da planta obtida, foi simulado no MATLAB™ o Diagrama de Bode do compensador, dos sistemas não compensado e compensado e ainda, o Lugar das Raízes do sistema compensado.

Os valores dos parâmetros  $R_1$ ,  $R_2$  e  $C$  que garantiram a estabilidade do sistema foram 338 KΩ, 10,5 KΩ e 0,1 μF respectivamente. A partir desses valores, verificou-se que, segundo a “equação (5)”, a frequência de corte inferior do compensador é  $\omega_1 = 29,59$  rad/s e a frequência de corte superior é  $\omega_2 = 981,97$  rad/s. O ganho deste compensador é de 248. A Figura 15 apresenta o Diagrama de Bode do compensador.

O funcionamento do transistor, que opera nas regiões de corte e ativa, permite comprovar que a corrente no eletroímã é diretamente proporcional ao peso do objeto. Assim, ao se levantar uma pilha, o transistor opera mais tempo na região ativa. Entretanto, ao se levantar um parafuso de menor massa, o transistor opera mais tempo na região de corte. Isto pode ser visto na Figura 16, que representa o sinal de tensão no Circuito de Saída.

A Figura 17 representa o sinal de tensão no eletroímã em que há presença de ruído, porém com pouca interferência no funcionamento do sistema. A Figura 18 representa o Lugar das Raízes do sistema compensado.

Figura 15 – Diagrama de Bode do Compensador.      Figura 16 – Sinal de saída do sistema (dados reais).

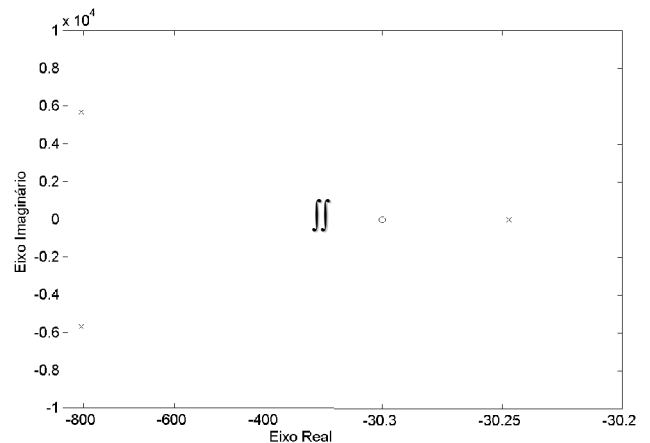
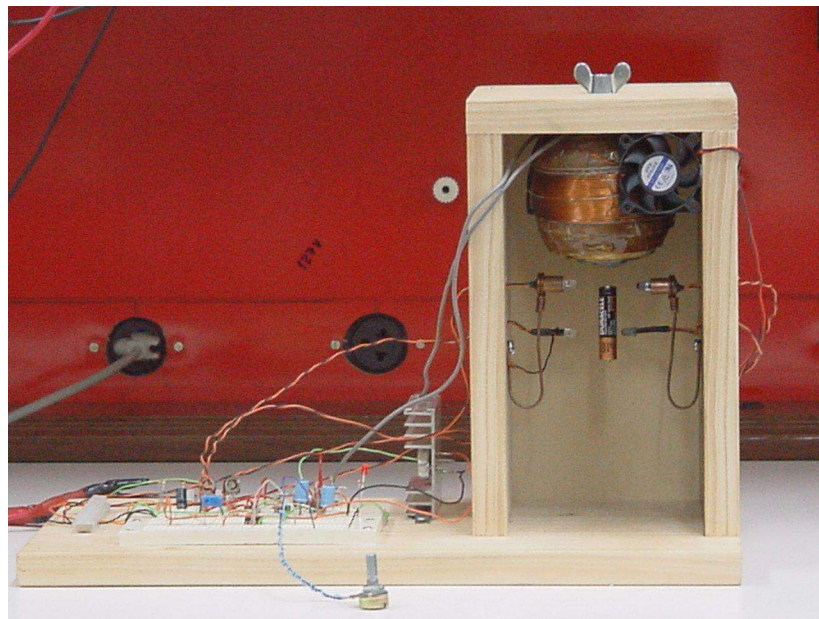
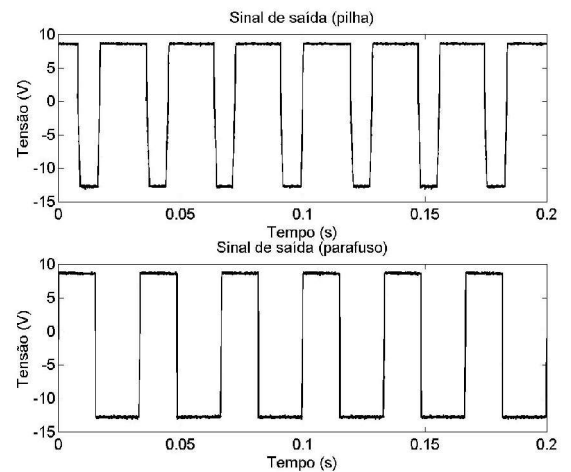
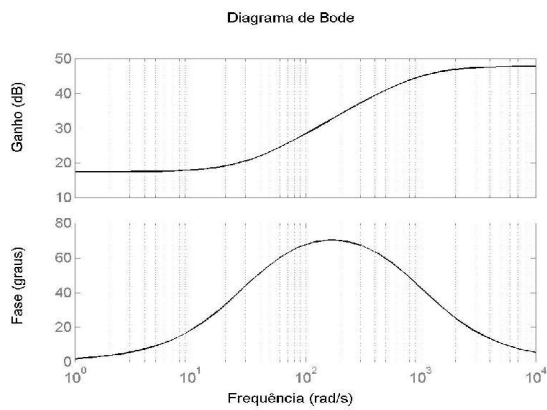


Figura 17 – Sinal de tensão no eletroímã (dados reais).      Figura 18 – Lugar das Raízes do sistema compensado.





#### 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A tentativa de projetar um controlador capaz de estabilizar o sistema sem um conhecimento prévio da planta, proporcionou resultados satisfatórios mediante a variação dos parâmetros heurísticamente. A partir destes parâmetros, foi possível encontrar a planta do sistema, como visto na Seção 2.3. Conhecendo-se a planta e o controlador deste sistema, foi analisada a eficiência de ambos. O fato de não haver tanta precisão nos parâmetros da planta e do posicionamento do objeto ser mais factível, não sendo necessário posicionar o objeto tão próximo à posição de levitação, fez com que o sobressinal se tornasse elevado. Talvez venha da decorrência de uma força atuante no objeto não considerada nos cálculos (SHIAO, 2001). Na prática, isto não ocorreu. O objeto ferromagnético atingiu a posição de levitação sem grandes oscilações, fazendo com que o objetivo de garantir estabilidade do sistema, fosse alcançado.

Ao se examinar o funcionamento do transistor pela Figura 16, constatou-se que, ao se usar uma pilha como objeto ferromagnético, a corrente na bobina estabiliza-se em 1,44 A, mesmo que o transistor opere também na região de corte. Este valor é dado devido a um tempo maior de operação na região ativa. Ao se usar um parafuso com peso menor, a corrente se estabiliza em 0,96 A. Assim, o transistor opera mais tempo na região de corte. Esses valores se diferem porque a corrente na bobina, em decorrência da corrente na base do

transistor, é diretamente proporcional ao peso do objeto. Nota-se que ainda há presença de ruído, porém sem grande interferência no sistema.

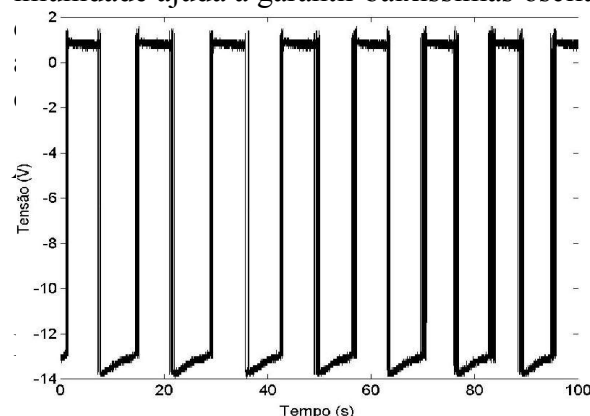
## 5. CONCLUSÃO

Este artigo possibilitou a familiarização com a modelagem e controle de um levitador magnético, envolvendo conhecimento de Controle, Eletrônica e Eletromagnetismo. O fato deste trabalho tratar de uma questão multidisciplinar torna-o mais interessante, propiciando ampliar o conhecimento em diversas áreas.

No desenvolvimento deste trabalho, a maior dificuldade encontrada foi realizar a sintonia do controlador sem o conhecimento prévio da planta do sistema. A impossibilidade de funcionamento do sistema em malha aberta tornou-se um fator complicador para a obtenção de seus parâmetros. Contudo, foi possível encontrar os parâmetros do sistema após o controlador ter sido ajustado empiricamente.

Deve-se considerar a possibilidade de acrescentar controladores em cascata no intuito de melhorar o desempenho do sistema. Controladores como Proporcional Integral e Proporcional Integral Derivativo podem ser acrescentados ao sistema, sendo seus parâmetros sintonizados através do Segundo Método de Ziegler-Nichols (OGATA, 1998).

Devido a considerável imunidade que este protótipo apresenta em relação a ruídos, tornou-se desnecessário uso de uma guia transparente em torno do corpo magnético. Tal imunidade ajuda a garantir baixíssimas oscilações do corpo. O presente trabalho apresenta um



o e do controlador maior que um outro artigo já *al.*, 2001). Acredita-se que este trabalho pode levitadores magnéticos durante a graduação.

pilha o que Ele faz com o universo.

LEONARDO, C.M.C.; LEONARDO, J.B.; ANTONIO, H.R.; FERNANDO, M.A. Levitador Magnético, 1998. Disponível em <http://proton.ucting.udg.mx/~jmateos>. Acesso em: 31 Maio 2004.

GENTILI, L.; MARCONI, L. Robust nonlinear disturbance suppression of a magnetic levitation system, *Automatica*, v. 39, n. 4, p. 735-742, 2003.

MAGNETIC LEVITATION, 2003. Disponível em <http://www.oz.net/~coilgun/levitation>. Acesso em: 23 Abril 2004.

MESQUITA, A.V.; KIENITZ, K.H. Otimização de Controladores Usando Hardware Computacional na Configuração Mestre-Escravo. In: IX Encontro de Iniciação Científica e Pós-Graduação do ITA (ENCITA), 2003, São José dos Campos, SP.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1998.

PERTENCE, A.J. **Amplificadores operacionais e filtros ativos**. São Paulo: Editora McGraw-Hill, 1996.

SANTANA, M.S.; FERREIRA, J.M.S.; SALAZAR, A.O. Módulo Educativo de um Levitador Magnético. In: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia (COBENGE), p. MTE 272-277, 2001.

SHIAO, Y.S. Design and Implementation of a Controller for a Magnetic Levitation System. *Proc. Natl. Sci. Coun. ROC(D)*, v. 11, n. 2, p. 88-94, 2001.

THOMPSON, M.T. Electrodynamic magnetic suspension-models, scaling laws, and experimental results, *IEEE Transactions on Education*, v. 43, n. 3, p.336-342, 2000.

YANG, Z.J.; TATEISHI, M. Adaptive robust nonlinear control of a magnetic levitation system, *Automatica*, v. 37, n. 7, p. 1125-1131, 2001.

# LEVITADOR MAGNÉTICO: UMA APLICAÇÃO DIDÁTICA DE TEORIAS DE CONTROLE CLÁSSICO, ELETRÔNICA E ELETROMAGNETISMO

**Abstract:** *This paper presents an implementation of a magnetic levitator. A body with ferromagnetic features is suspended in air by balance of gravitational force and magnetic force produced by an electromagnet. The position of the body is identified by an optical sensor, formed by a photodiode and a phototransistor, functioning respectively as photoemitter and photoreceptor. The signal of this sensor is compared with a reference, producing an error, that passes through an analogical controller to regulate the current in the chain electromagnet. The system was modelled through the Newton's and Biot-Savart's Law. Using the model, the root locus method was used to select the control strategy. The project reaches its aims and small objects could have been seen suspended in air. The use of several subjects of Electrical Engineering makes this project an excellent candidate for final undergraduate works. Particularly, this project shows an intersubject approach and challenging features.*

**Key-words:** *Magnetic Levitator, Final undergraduate works, Intersubject.*