



## METODOLOGIA NO ENSINO DO CÍRCULO DE MOHR

**Leonardo Leal Arienti** – [larianti@ugf.br](mailto:larianti@ugf.br)

Universidade Gama Filho, Departamento de Engenharia Mecânica

Rua Manoel Vitorino, 553 – Piedade

20.748 – 900 – Rio de Janeiro – RJ

**Amaury Bordallo Cruz** – [bordallo@epq.ime.eb.br](mailto:bordallo@epq.ime.eb.br)

Instituto Militar de Engenharia, Departamento de Engenharia Mecânica

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

22.290 – 270 – Rio de Janeiro - RJ

**Resumo:** Os autores pesquisaram a relação entre o ensino e o aprendizado das disciplinas de Resistência dos Materiais nos cursos de Engenharia Mecânica. Pesquisaram também, dentro dos tópicos abordados pelas diversas disciplinas que compõem a matéria de Resistência dos Materiais, qual o de mais difícil aprendizado e assimilação definitiva. O resultado incontestemente aponta diretamente para o Círculo de Mohr. A metodologia proposta baseia-se no Círculo de Mohr bidimensional. Reúne os princípios basilares da didática, a participação ativa do aluno, explora a criatividade do professor, tanto na colocação e desenvolvimento do tema, como na proposição de exercícios e avaliações. A grande maioria dos livros sobre o assunto, quer editados no Brasil ou mesmo em Portugal, foram examinados pelos autores, na busca da melhor e mais eficaz forma de abordagem do tema frente aos alunos. Os exercícios são parte fundamental da metodologia e neles residem a eficácia e o sucesso do aprendizado. É fundamental que sejam bem preparados e aplicados numa ordem crescente, lenta e gradual de dificuldade. Os resultados preliminares da aplicação direta da metodologia, são animadores. No entanto o método continua sendo exaustivamente aplicado com o objetivo de maturar e solidificar seus conceitos.

**Palavras-chave:** Resistência, Materiais, Mohr, Metodologia

### 1. INTRODUÇÃO

Inúmeros são os comentários, críticas e sugestões advindos de alunos, ex-alunos já graduados e demais engenheiros, quer mecânicos ou civis, com relação ao binômio ensino aprendizagem das diversas disciplinas que abordam a matéria de Resistência dos Materiais. De há muito tem-se constatado que a aprendizagem da Resistência dos Materiais não tem sido eficaz. Mais crítico ainda é o aprendizado do círculo de Mohr. Constatados estes fatos, os autores elaboraram uma pesquisa levada a termo com os participantes da comunidade formada por alunos, professores e engenheiros, quer graduados a pouco ou muito tempo. Os dados desta pesquisa estão sendo tabulados, analisados e criticados, para brevemente serem divulgados. É comum encontrar alunos e ex-alunos de Resistência dos Materiais, que não sabem traçar um Círculo de Mohr e dele retirar os resultados esperados. A análise dos resultados preliminares da pesquisa, já aponta para uma deficiência no ensino e aprendizagem do Círculo de Mohr.



Os autores apresentam uma metodologia de ensino, tendo por base o traçado do Círculo de Mohr bidimensional, para as tensões, objetivando propiciar, ao aluno, seu entendimento de forma consistente e definitiva, usando os modernos ensinamentos didáticos apregoados por DELORS (2001).

Procurou-se dentro da literatura utilizada nos cursos de Engenharia Mecânica e Civil ministrados no Brasil, identificar todas as formas de apresentação do tema. Os autores houveram por bem incorporar as recomendações de BEER e JOHNSTON (2002), à metodologia ora proposta.

## 2. EMBASAMENTO TEÓRICO

O modelo adotado neste estudo, para a exposição da metodologia proposta, é a representação gráfica do estado plano de tensões bidimensional. O propósito do Círculo de Mohr é determinar como as componentes de tensão se transformam, em função da rotação dos eixos coordenados.

Um ponto submetido a um estado plano de tensões (ou seja  $\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$ ), qualquer que seja, será representado pelas componentes de tensão  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$ , relativas a um cubo elementar. Para a determinação das componentes de tensão,  $\sigma_{x'}$ ,  $\sigma_{y'}$  e  $\tau_{x'y'}$  referentes ao cubo elementar rodado de um ângulo  $\theta$  ao redor do eixo z (perpendicular ao plano em questão), será expressado em função de  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  e  $\theta$  pelas equações do estado plano de tensões. Tais equações são as paramétricas de uma circunferência. Adotando-se um sistema de eixos coordenados, um ponto de abscissa  $\sigma_x$  e ordenada  $\tau_{xy}$ , para qualquer ângulo  $\theta$ , estará sempre localizado sobre a linha da circunferência.

Trabalhando-se algebricamente as equações paramétricas obtém-se a equação abaixo, que representa uma circunferência de raio R com centro sobre o eixo das abscissas (ordenada nula).

$$\sigma_{med} = (\sigma_x + \sigma_y)/2 \quad (1)$$

$$(\sigma_{x'} - \sigma_{med})^2 + \tau_{x'y'}^2 = R^2 \quad (2)$$

## 3. A AÇÃO DO PROFESSOR JUNTO AOS ALUNOS

O ensino do Círculo de Mohr deve ser cuidadoso e metucioso. A coordenação do curso deve dedicar especial atenção na seleção do docente que irá ministrar a disciplina que abordará o tema Círculo de Mohr. Os autores diagnosticaram que parte das dificuldades do aprendizado reside num professor sem as características que esta metodologia recomenda, a saber:

- amplo domínio do tema;
- metucioso e detalhista;
- organizado;
- saber selecionar e propor exercícios;
- saber apresentar o tema com eloquência e objetividade;
- criativo;
- condutor de aulas participativas;
- fácil relacionamento com os discentes.

Com tais características o professor poderá apresentar aos alunos o tema de forma didática, e participativa, como recomenda DELORS (2001).

Enfoque especial deverá ser dado a apresentação inicial do tema, com ênfase nos seguintes tópicos:

- propósitos e objetivos do Círculo de Mohr;
- mecanismo de construção;
- resultados a serem alcançados;
- ensinamentos retirados;
- comparação de resultados e crítica.

Inicialmente os alunos devem ter um panorama sobre de onde parte o Círculo de Mohr e onde chega. Devem ter consciência de que o Círculo de Mohr é uma ferramenta prática, fácil e objetiva para determinação das tensões máximas que atuam sobre um elemento estrutural, a partir de situações particulares. Deve ficar bem claro que é um processo gráfico, alternativo para facilitar e agilizar os resultados provenientes das equações do estado de tensões. Além de fornecer os resultados de tensões máximas, o círculo permite localizar a posição exata onde elas se encontram.

Os resultados fornecidos pela correta construção do Círculo de Mohr, devem ser levados à comparação com dados já conhecidos e oriundos dos ensaios de corpos de prova submetidos à tração/compressão e cisalhamento.

Na ótica dos autores, a demonstração do mecanismo de construção e rotação a que deve ser submetido o círculo, na busca das tensões máximas e seus pontos de verificação, deve seguir o procedimento apresentado por BEER e JOHNSTON (2002). A exposição do tema é bastante clara e simples, proporcionando ao aluno uma rápida assimilação. Já outros autores, o fazem de maneira confusa e/ou complexa, para o aluno iniciante. BEER e JOHNSTON (2002) exploram a simplicidade e a objetividade na construção do círculo de Mohr.

Quanto da exposição do tema aos alunos, baseados em BEER e JOHNSTON (2002), o professor deve, com sua criatividade, explorar os detalhes relacionados com a rotação que deve ser ao círculo, demonstrando que a cada passo, a cada nova posição, há uma alteração nas tensões, conforme ilustrado na figura 1. Neste particular repousam as principais preocupações dos autores, frente ao ensino/aprendizado do tema.

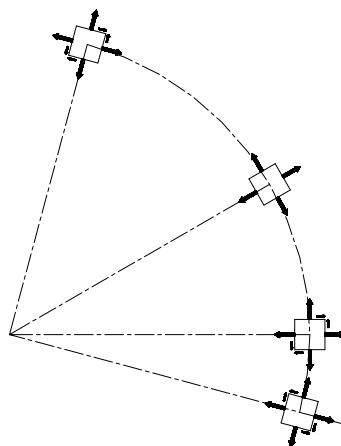




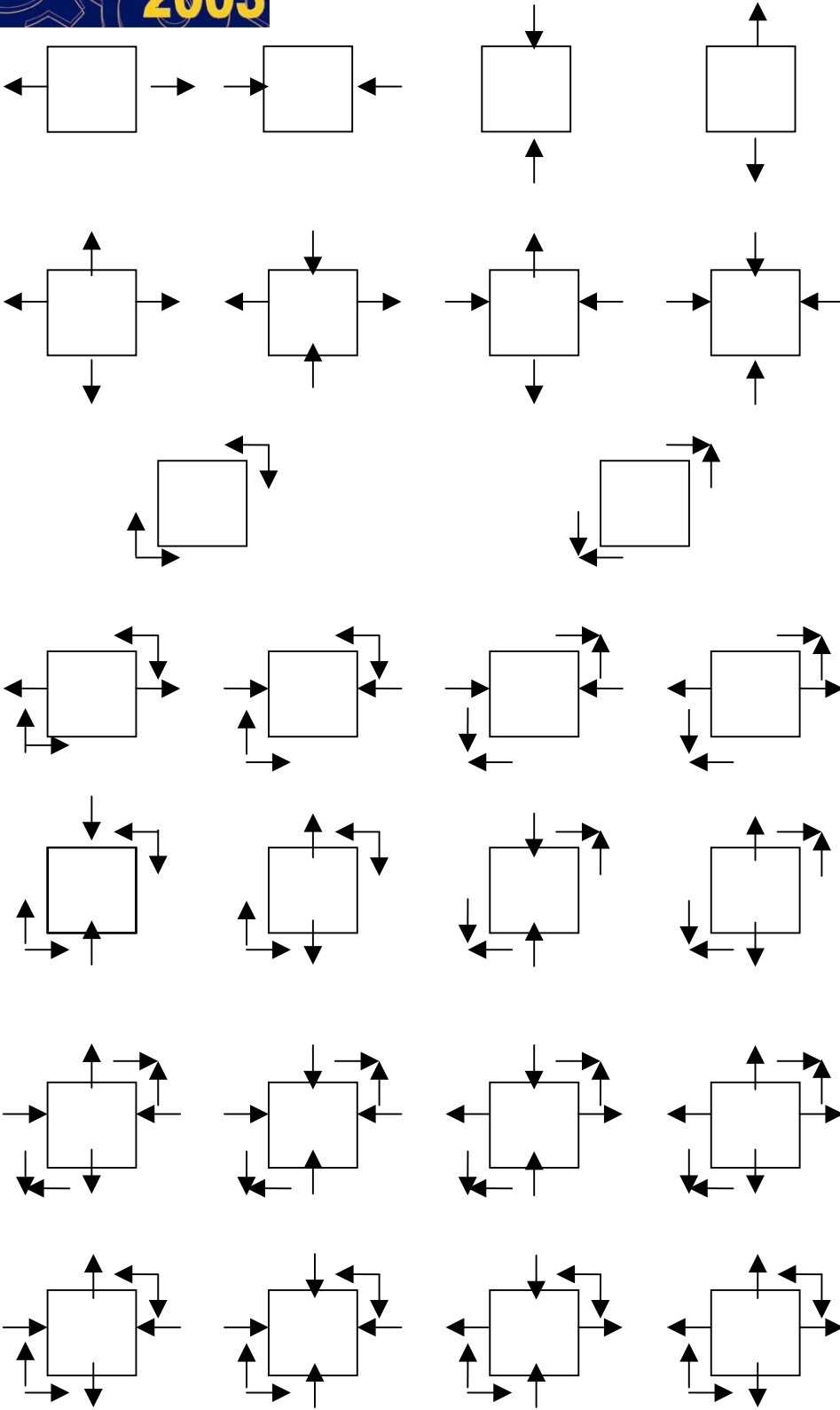
Figura 1

#### 4. A IMPORTÂNCIA DOS EXERCÍCIOS

A preparação de exercícios, a resolução em sala de aula, de modo participativo e interativo, a organização e meticulosidade na apresentação das soluções propostas são componentes vitais no sucesso da metodologia proposta.

A seguir são apresentados todos casos possíveis de carregamento em elementos estruturais. É necessário que os alunos saibam resolver todos os casos. O professor deve selecionar alguns, para exemplificar a construção do círculo, em sala de aula. Os demais deverão ser resolvidos pelos alunos em atividades extra-classe. No entanto, o professor deve se certificar de que todos fizeram a atividade proposta com aproveitamento. Caso necessário, os casos mais críticos deverão ser resolvidos participativamente em sala de aula, numa segunda oportunidade. Fica por conta da criatividade do professor dar valores as tensões propostas nos exercícios. Aconselha-se que, numa primeira rodada, todas as tensões sejam iguais (p. ex. 100 MPa). Numa segunda oportunidade o professor deverá propor valores diferentes para as tensões normais de tração e compressão, bem como para a tensão de cisalhamento. Exemplos de situações reais do cotidiano dos alunos e da engenharia deverão ser explorados.

Uma vez solidificadas as situações apresentadas a seguir, caberá ao professor selecionar lista de exercícios a serem extraídas da literatura já existente ou criados pelo próprio professor, a fim de propiciar ao aluno a completa compreensão de todas as alternativas de carregamento (e conseqüente soluções) possíveis. A resolução de tais listas deverá também ser relacionada às atividades extra classe, e incentivada a formação de pequenos grupo de estudos. A participação de monitores é recomendada e estimulada pelos autores.





## 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A importância de um eficaz aprendizado do Círculo de Mohr é fundamental na formação dos Engenheiros Cívicos e Mecânicos. Disciplinas que devem ser ensinadas após a Resistência dos Materiais, tais como Elementos de Máquinas e Teoria das Estruturas, entre tantas outras, só terão sucesso, se alicerçadas pelos fundamentos da Resistência. Portanto o sucesso no ensino do Círculo de Mohr, quer por intermédio da metodologia proposta quer por outra, é fundamental no processo de formação dos Engenheiros.

Os autores julgam o tema de fundamental importância. A metodologia aqui descrita está sendo implementada na Universidade Gama Filho, desde 2001. Os resultados preliminares estimulam o aperfeiçoamento da metodologia e seu detalhamento e aprofundamento. Pesquisas contínuas estão sendo levadas a termo, quer para avaliar a implantação já efetivada, quer para diagnosticar deficiências no ensino/aprendizado, ainda não detectadas.

Esta metodologia está em contínuo aperfeiçoamento. O próximo passo será a divulgação dos resultados tabulados, analisados e criticados, das pesquisas até aqui efetivadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARRIVABENE, V. **Resistência dos Materiais**. São Paulo: Makron, 1994.

BEER, F.R.; JOHNSTON, E.R. **Resistência dos Materiais**. São Paulo: McGraw-Hill, 2002.

DELORS, J. **Educação Um Tesouro a Descobrir**. São Paulo: Cortez, 2001.

HIBBELER, R.C. **Resistência dos Materiais**. Rio de Janeiro: Prentice-Hall, 2000.

HIGDON, A.; OHLSEN, E.H. et al. **Mecânica dos Materiais**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981

NASH, W. **Resistência dos Materiais**. Lisboa: McGraw-Hill, 2001.

POPOV, E.P. **Resistência dos Materiais**. Rio de Janeiro: Prentice-Hall, 1984.

## THE TEACHING METHODOLOGY OF THE MOHR CIRCLE

***Abstract:** The authors researched the relation between the teaching and the learning of the Material Resistance subject in the Mechanical Engineering courses. They also researched, within the approached topics by the various subjects that form the Material Resistance subject, which has the most difficult learning and definite assimilation. The uncontested result points straight to the Mohr Circle. The proposed methodology is based on the bi-dimensional Mohr Circle. It gathers the basic principles of didactics,*



*the active participation of the student, explores the creativity of the teacher, in the showing and development of the theme and also in the proposition of exercises and exams. Most of the books on this subject, edited in Brazil and even in Portugal, were examined by the authors in the search of a better and more efficient way of approaching the theme before the students. The exercises are fundamental part of the methodology and in them reside the efficiency and success of the learning. It is essential that they be well prepared and applied in an increasing, slow and gradual order of difficulty. The preliminary results of the direct application of the methodology are encouraging. Nevertheless, the method is still being wearisomely applied with the purpose of maturing and solidifying its concepts.*

*Key-words: Resistence, Materials, Mohr, Methodology*