



## ÁLGEBRA LINEAR NA COZINHA

Valéria S. Motta - [valeria@aquarius.ime.eb.br](mailto:valeria@aquarius.ime.eb.br)

Departamento de Ciências Fundamentais, Radiações e Meio Ambiente.  
Instituto Militar de Engenharia  
Praça General Tibúrcio, 80  
Rio de Janeiro - RJ

**Resumo:** *Este trabalho é a narrativa de uma experiência desenvolvida na disciplina de Álgebra Linear do primeiro ano básico do curso de Engenharia, no Instituto Militar de Engenharia. Álgebra Linear na Cozinha é parte do projeto Álgebra Linear e Cotidiano, que vem se desenvolvendo com vários desdobramentos.*

*Temos como objetivo inserir o educando em uma situação ativa de aprendizagem, pois acreditamos que se partimos da realidade do aluno conseguiremos estabelecer uma relação melhor entre aluno-conteúdo-professor. Sendo assim, a pergunta “Para que serve o conteúdo que estou estudando?” é naturalmente respondida pelos próprios alunos.*

*A cozinha foi o local sugerido para que as aplicações de Álgebra Linear sejam estudadas. Este local insólito, sob o ponto de vista dos alunos, na verdade é um grande laboratório de Matemática. Então o inusitado faz com que a capacidade criativa apareça e se desenvolva, como resultado temos a maior compreensão do conteúdo abordado ao longo do curso de Álgebra Linear.*

**Palavras chave:** *Álgebra Linear, Cotidiano, Aplicações.*

### 1. INTRODUÇÃO

O que se pretende é saber como buscar uma resposta para a pergunta “ para que serve tal conteúdo?” dentro de um curso de Álgebra Linear. O que se espera da "resposta" obtida, é que ela possa ser um caminho para que a compreensão do conteúdo se realize de forma mais eficiente.

Antes de se começar a descrever o trabalho em si e seu desenvolvimento, é bom que fique claro o que entendo como sendo a definição de um conceito e uma imagem conceitual. "A definição de conceito é a forma das palavras usadas para especificar tal conceito."(Tall,1988). Podemos usar o termo imagem conceitual para descrever a total estrutura cognitiva que é associada com o conceito, que inclui todas as fotografias mentais e propriedades associadas e processos... Como a imagem conceitual desenvolve isso não precisa ser coerente o tempo todo..."(Tall&Vinner, 1981). Tendo essas duas definições de forma clara, temos que o nosso objetivo é fazer com que os alunos consigam formular a imagem conceitual ao longo de um curso de Álgebra Linear, para que ao seu término tenhamos uma imagem conceitual o mais completa possível a respeito dos principais conceitos desenvolvidos ao longo do curso. Para realizar essa proposta, vamos trabalhar os conceitos a partir de uma aplicação da Álgebra Linear.

Sempre estive ligada ao curso de Engenharia e, embora existam características particulares em cada instituição de ensino, algumas demandas em relação ao curso de Álgebra Linear se mantêm as mesmas por parte dos alunos. Eles nos solicitam maior contextualização e



aplicabilidade do conteúdo ministrado a cada momento do curso, se compararmos com aulas ministradas em um curso de Matemática.

O Instituto Militar de Engenharia se coloca no cenário brasileiro como uma instituição respeitada. Os cursos de Álgebra Linear são ministrados de forma clássica, dando uma visão fortemente teórica ao aluno. Ao longo do curso existe a preocupação de exemplificar, identificar conexões que existam com outras teorias, bem como a utilização de um software algébrico (MAPLE V), mas há uma limitação decorrente da duração dos períodos letivos.

Procurando criar uma oportunidade de estabelecer novas idéias e aplicações, afim de compreender de forma mais integral os conteúdos que já estejam internalizados, um desafio foi lançado aos alunos: o trabalho Álgebra Linear na Cozinha, que foi desenvolvido no primeiro ano básico do curso de Engenharia

No segundo semestre, no curso de Álgebra Linear II, os alunos se organizaram em grupos de quatro a cinco integrantes. Usando uma cozinha residencial, eles deveriam identificar uma aplicação de um dos tópicos estudados ao longo dos cursos de Álgebra Linear I e II (segue em anexo o conteúdo dos dois cursos mencionados). Depois disso, preparar uma apresentação, um material com a parte teórica utilizada e a narrativa da aplicação escolhida, fazendo uso do software computacional MAPLE V, caso fosse necessário.

Os grupos de alunos, ao desenvolverem a parte teórica do trabalho, passam por um processo importante na aprendizagem. Ao rever os conteúdos abordados, eles vão verificando o quanto aprenderam e de que forma. É um excelente momento para que algumas lacunas que ficaram sejam preenchidas.

Eles ficam muito entusiasmados com a Álgebra Linear, pois se estabelece um comprometimento e responsabilidade maiores em relação ao próprio aprendizado.

Serão apresentados três exemplos de trabalhos realizados. Transcrevemos a introdução ou a conclusão de cada um deles, para que possamos ter uma idéia da proposta da Álgebra Linear na Cozinha. Vejamos a introdução de um dos trabalhos desenvolvido pelos alunos: 1º Ten Élson, 1º Ten Milanezi e 1º Ten Soares Paiva.

"Leonardo Jayme de Paiva, um aluno do IME, preparando o seu café da manhã na cozinha de sua casa, retira o leite que está numa tigela redonda dentro da geladeira e coloca-o no prato giratório do aparelho de microondas para fazer o aquecimento daquele líquido. A partir do momento em que L.J.P liga o forno de microondas, a tigela de leite começa a girar, com velocidade angular constante, característica normal de todos aparelhos de microondas. Ele observa que o leite sofre uma perturbação inicial do seu estado de repouso até atingir, milésimos de segundos depois, uma situação de equilíbrio dinâmico. Léo Jayme observa, também, que a região central da superfície de leite fica ligeiramente mais baixa que a borda circular do recipiente.

Fascinado por tal fenômeno e empolgado com seu curso de Álgebra Linear, L.J.P resolve estudar a forma descrita pela superfície de um líquido que gira com velocidade angular constante sobre um prato móvel. Léo Jayme prova, matematicamente, que a forma da superfície do líquido é parabólica".

A partir dessa introdução são desenvolvidos os seguintes sub-itens:

- "Forma da Superfície de um Líquido que Gira"
- "Equação do Movimento em Coordenadas Cilíndricas para um Fluido Newtoniano."
- "Apêndice: Aplicação para Fluido Gasosos"
- "Conclusão"

Vejamos o que nos diz a conclusão desse trabalho:

" No presente trabalho utilizamos os operadores diferenciação e integração (da Álgebra Linear), comumente utilizado nas resoluções de equações diferenciais parciais, para



comprovar que o movimento descrito pela superfície de um líquido que gira é uma superfície parabólica.

Ou seja: verificamos a importância da Álgebra Linear como ferramenta matemática essencial na descrição dos mais diversos fenômenos da natureza. Ademais, concluímos que a Álgebra encontra-se presente nas mais diversas situações do nosso cotidiano, até mesmo na cozinha de nossas casas!"

Vejamos agora um segundo exemplo desenvolvido pelos alunos: Goulart, Mateus, Olinda e Taciana. Segue a introdução do trabalho :

"A Batedeira é uma das aplicações da Álgebra Linear na cozinha por envolver principalmente o movimento rotacional. Tem-se um modelo especial de batedeira ( Batedeira Planetária ) , que funciona da mesma maneira que o sistema planetário , ou seja , usa a rotação e a translação.

Em nosso trabalho iremos analisar a quantidade de movimento de um corpo rígido - associando certos conceitos da Física com transformações lineares, autovalores, autovetores e curvas, como é o caso da elipsóide de inércia, e no caso especial, a epiciclóide - para explicar a relação do funcionamento da batedeira dentro da Álgebra Linear".

O trabalho segue desenvolvendo os seguintes tópicos:

- "Análise da Quantidade de Movimento Angular de um Corpo Rígido em Três Dimensões"
- "Elipsóide de Inércia"
- "Apêndice (Epiciclóide)"
- "Bibliografia"

Apresentamos a seguir um terceiro exemplo de trabalho realizado pelos tenentes: 1º Ten Maurício Costa, 1º Ten Morett, 1º Ten Abraão e 1º Ten Riva. Vejamos a introdução desse trabalho:

"O trabalho destina-se a mostrar de forma prática propriedades, operações e interpretações geométricas das transformações de matrizes, sendo utilizadas, ainda que intuitivamente, no ato de fritar um produto com três dimensões. Pretende-se demonstrar com isso, que as rotações de eixo não são comutáveis".

Após a introdução os seguintes tópicos são desenvolvido:

- "Transformações lineares no espaço"
- "Rotação"
- "Comutatividade de matrizes"
- "Conclusão:Aplicação Prática na Cozinha"

Temos a seguinte conclusão:

" Ao se fritar um alimento , executam-se rotações, para que todos os lados fiquem igualmente fritos.

Mesmo que haja rotações sobre os mesmos eixos , o corpo será frito de forma diferente se a ordem dos eixos for alterada".

Podemos observar algumas mudanças ao final de todo o processo de geração desses trabalhos. Os alunos se sentem muito realizados e motivados, o que os leva a continuar pesquisando aplicações. Com isso eles naturalmente se aprofundam nos conteúdos já desenvolvidos.

Creio que esse trabalho contribui para uma mudança de comportamento frente ao aprender. O aluno deixa de se comportar de forma passiva e interage com o conteúdo e com seus companheiros de forma construtiva. Gerando uma postura responsável e fortalecendo a parceria que se estabelece com o professor e disciplinas.

## **2. JUSTIFICATIVA**



Sabemos que todo aquele que entre em contato com o ensino vai se deparar em algum momento com a questão de como abordar as dificuldades de aprendizagem dos alunos e nossas limitações como professores. No trabalho *An Abstract Algebra Story* (Leron, U. e Dubinsky, E., 1995) aparece este questionamento sobre a dificuldade de se ensinar Álgebra Abstrata. Em relação a essa dificuldade é ressaltada a resposta que muitas vezes obtemos por parte de alguns professores “os alunos não estão preparados e não estão dispostos a fazer grandes esforços para aprender matéria tão difícil”. Essa resposta é muito simplista, pois delegamos ao aluno toda e qualquer dificuldade que possa existir. Por outro lado, muito frustrante se nos estagnarmos nessa argumentação, pois dessa forma deixamos de nos preocupar com o processo de ensino-aprendizagem. Os autores Leron e Dubinsky apresentam uma proposta de desenvolver alguns tópicos de Álgebra Abstrata usando o um novo programa computacional como forma de melhorar a aprendizagem em relação a esta disciplina.

Os autores acima relatam que "substituindo o método tradicional pelo construtivo, pelo método interativo envolvendo atividades computacionais e aprendizado cooperativo, pode-se mudar radicalmente o significado de aprender para a maiorias dos estudantes". As aulas tradicionais são definitivamente substituídas por esse novo método. Leron e Dubinsky reconhecem que têm uma série de dificuldades a serem vencidas nesse novo método mas que o resultado é compensador.

Penso que a proposta de Leron e Dubinsky, de fato realiza um crescimento e uma reformulação dos conceitos que cada aluno desenvolveu ao longo de sua trajetória. É importante que tenhamos consciência que uma inovação nos métodos de ensino – aprendizagem traz consigo pontos positivos e outros negativos. A proposta de um novo trabalho visa acrescentar subsídios para que os conteúdos sejam compreendidos da melhor forma possível. Concordando com a proposta do trabalho citado, o confronto entre conteúdos e a interação entre eles é que vai trazer a reformulação de idéias. A partir dessa reformulação alguns problemas com respeito a aprendizagem são sanados.

O trabalho citado a seguir apresenta uma análise mais geral sobre o problema do ensino de Álgebra Linear, em *Some Thoughts on a First Course in Linear Algebra at the College Level* (Dubinsky, E., 1997), é abordada a forma de desenvolver um curso de Álgebra Linear. Em tal curso os alunos desenvolvem os conceitos de espaços vetoriais, dependência e independência linear, matrizes, enfim, alguns dos principais conceitos de Álgebra Linear. Eles têm como ferramenta linguagens de programação e fazem uso extensivo de aprendizagem cooperativa, desenvolvendo métodos alternativos de seminários.

O autor diz: “ Estou convencido que os estudantes desenvolvem a compreensão dos conceitos como um resultado para responder a situações problemas, fazendo construções mentais de objetos matemáticos e processos, e usando-os para além desses problemas e ainda resolvendo os problemas considerados inicialmente”. Essa proposta vem ao encontro das idéias que estão sendo desenvolvidas ao longo do trabalho Álgebra Linear na Cozinha. Quando o aluno busca uma aplicação para conteúdo estudado, ele se depara com uma situação problema. Ao escolher e desenvolver a aplicação, ao longo do trabalho seus conceitos serão revistos e consolidados. Ao final do trabalho o que temos formada é uma imagem conceitual mais sólida e abrangente do tópico abordado. “O que é necessário são algumas idéias, não somente de como ser concreto, mas sobre como levar os alunos do concreto para o abstrato”(Dubinsky, E.1997).

Não podemos desconsiderar o importância do aspecto lúdico desse trabalho. O fato da escolha do local para se encontrar aplicações de Álgebra Linear ser uma cozinha é no mínimo surpreendente para os alunos. Essa surpresa instiga a curiosidade e com isso muitas das resistências que existem em relação a alguns conteúdos teóricos são em parte superadas.



A maioria dos alunos não percebe o quanto estão envolvidos. Isso faz com que seja muito prazeroso o aprendizado. A descoberta desse prazer e o crescimento da consciência crítica em relação à forma como se pode aprender, gera amadurecimento pessoal e científico.

Outro fato importante é a troca de experiências, pois cada um aprende com o trabalho apresentado por seus colegas.

Do ponto de vista do professor é gratificante constatar como os alunos são capazes de construir seu conhecimento e celebrar junto a eles o prazer de aprender. E agradecer, o quanto nós professores, temos a oportunidade de aprender em um trabalho como esse.

Ainda não foi possível avaliar de forma qualitativa o trabalho, pois os critérios para uma avaliação não foram estabelecidos previamente e nem realizadas entrevistas ou quaisquer outros tipos de registros. Em um segundo momento pretendo fazer um registro das experiências relatadas pelos alunos ao longo do desenvolvimento de trabalhos que sejam estabelecidos nessa mesma linha. Tais registros serão obtidos por entrevistas e questionários, nesse processo estarei inserida como observador participante.

### 3. CONCLUSÃO

Creio que tanto para o professor quanto para o aluno, o resultado do trabalho ao final do curso é muito compensador. A interação que passa a existir, as imagens conceituais bem formadas, enfim o entendimento maior dos conteúdos passam a substituir a sensação de frustração por não conseguir construir uma ponte entre o conhecimento e realidade.

O presente trabalho cria condições para que o aluno perceba que o conteúdo teórico está inserido em um contexto maior que o da sala de aula. Dessa forma os tópicos podem ser compreendidos de forma mais abrangente.

Esse trabalho visa contribuir de alguma forma para solucionar os problemas ao longo do curso Álgebra Linear. Longe de apresentar uma solução finda, buscamos um caminho comum a ser adotado se houver uma afinidade com a proposta aqui apresentada.

### 4. BIBLIOGRAFIA

BOGDAN, R. & BIKLEN, S. K. **Qualitative Research for Education**. Boston, Allyn and Bacon, Inc., 1982.

DORIER, Jean-Luc. Sur l'enseignement des concepts élémentaires d'algèbre linéaire à université, **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 11, 2, 325-364, 1991.

DUBINSKY, Ed. Some Thoughts on a First Linear Algebra Course, in (D. Carlson, C.R. Johnson, D.C. Lay, R.D. Porter, A. Watkins, and W. Watkins, Eds) **Resources For Teaching Linear Algebra**, MAA Notes, 42, pp. 85-106, 1997.

LERON, Uri & DUBINSKY, Ed. An Abstract Algebra Story. **American Mathematical Monthly**, 102, 3, pp. 227-242 March 1995.

LUDIKE, Menga & ANDRÉ, Marli E. D. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MORTIMER, Eduardo Fleury. **Construtivismo, Mudança Conceitual e Ensino de Ciências : Para Onde Vamos?**. Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, 1995.

TALL, David. The Mutual Relationship Between Higher Mathematics and a Complete Cognitive Theory for Mathematical Education. University of Warwick, U.K. **Actes du Cinquième du Groupe Internationale P.M.E.**, 316-321, Grenoble, 1981



TALL, David. Concept Image and Concept Definition. University of Warnik, U.K. **Senior Secondary Mathematics Education**, (ed. Jan de Lange, Michiel Doorman), OW&OC Utecht, 37-41, 1988.

TALL, David. Concept Images, Computers, and Curriculum Cahange. University of Warnik, U.K. **For Learning of Mathematics**, 9,3 37-42, 1989.

## APÊNDICE

Abaixo, segue a lista dos conteúdos abordados ao longo dos cursos de Álgebra Linear I e Álgebra Linear II.

### Álgebra Linear I

Geometria analítica

Álgebra vetorial

Matrizes, Determinantes e Sistemas de equações lineares

Espaços vetoriais

### Álgebra Linear II

Transformações lineares

Autovalores e autovetores

Espaços vetoriais Euclidianos

Operadores lineares

Formas bilineares

Temos como bibliografia do curso os seguintes livros:

ANTON, Howard & RORRES, Chris. **Elementary Linear Algebra**. Eighth Edition. John Wiley and sons, 2000.

APOSTOL, Tom M.. **Calculus**, vol I and vol II.- Second Edition. John Wiley and sons, 1969.

## Linear Algebra in the Kitchen

**Abstract:** *This work is to describe an experiment developed by the Engineering students in their first term at Instituto Militar de Engenharia, in Rio de Janeiro, Brazil. Linear Algebra in the Kitchen is part of the project Linear Algebra and Everyday Life. During the development of this project several new matters came up.*

*Our intention throughout the project is to make the students live an active learning situation as we believe that by considering a student's real life we are able to establish a better relation student-contents-teacher. All said and done the question "Why are the contents of the subject I am studying useful to me?" is easily answered by the students themselves.*

*The kitchen was the place suggested for the applications in Linear Algebra to be studied. This unusual chamber in the students' point of view is in fact a great Math lab. The unexpected drives the students to use and develop their creative skills and as a result we have a better comprehension on the contents broached throughout the course of Linear Algebra.*

**Key words:** *Linear Algebra, Everyday life, Applications.*