



SIMULADOR PARA PROJETOS DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS

Thiago Pontin Tancredi – thiago.tancredi@poli.usp.br

Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Estruturas.

Avenida Prof. Luciano Gualberto, travessa3 nº 380 - CEP - 05508-900 - São Paulo/SP

Oscar Brito Augusto – oscar.augusto@poli.usp.br

Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Estruturas.

Avenida Prof. Luciano Gualberto, travessa3 nº 380 - CEP - 05508-900 - São Paulo/SP

***Resumo:** Este trabalho apresenta o programa SimuEstrut para a simulação do comportamento de estruturas treliçadas quando submetidas a carregamentos externos. Servindo como ferramenta didática, este programa desafia o aluno a desenvolver importantes percepções sobre o comportamento de estruturas além de instigar o aprendizado da teoria que da sustentação ao programa, servindo como complemento as atividades laboratoriais e as aulas clássicas sobre o assunto.*

***Palavras Chaves:** Estrutura, Treliça, Simulação, Elementos Finitos, Vigas.*

1.0 Introdução

É fato que o aprendizado de alguns conteúdos básicos de engenharia, alicerçado nos moldes clássicos de aulas teóricas e exercícios, sem a prática laboratorial, é extremamente ineficiente. Entre estes conteúdos encontram-se aqueles voltados ao aprendizado da Teoria das Estruturas. Tais conteúdos, por serem muito abstratos, requerem um elevado grau de maturidade do aprendiz, que nem sempre é atingido ao mesmo tempo para todos os alunos de uma mesma turma, o que acaba incluindo disciplinas como Resistência dos Materiais no roll daquelas que apresentam altos índices de reprovação nos currículos de engenharia.

Embora desejáveis, a introdução de experimentos laboratoriais na disciplina nem sempre auxilia os alunos no aprendizado dos conteúdos uma vez que a sofisticação dos aparatos eletrônicos necessários para se medir as grandezas envolvidas nos experimentos acabam desfocando a questão conceitual do que está sendo ensaiado.

Nestas condições, um simulador de experimentos virtuais poderia contribuir significativamente para a compreensão e sedimentação de conteúdos conceituais trabalhados em classes ou em estudos dirigidos. Tais simuladores formam uma ponte entre o aprendizado em sala de aula e os experimentos em laboratório.

Estes simuladores não substituem os laboratórios reais, mas por terem um custo extremamente reduzido, quando comparados aos equipamentos necessários aos laboratórios de estruturas, seriam alternativas intermediárias no apoio ao aprendizado.

Neste trabalho, apresentamos um simulador que permite ao aluno:



- Realizar experimentos computacionais virtuais e facilmente estabelecer relações entre causa e efeito;
- Estimular sua criatividade ao tentar resolver problemas abertos onde ele busque soluções eficientes, do ponto de vista de custo e/ou peso para os problemas propostos;
- Sentir-se estimulado a estudar a teoria que dá a base ao simulador, vislumbrando a extensão dos conceitos utilizados para alicerçar o projeto do simulador para a prática do projeto e análise de estruturas na engenharia;
- Quebrar o paradigma de que os conceitos relacionados à Teoria das Estruturas são complexos e difíceis;
- Quebrar o paradigma de que o conhecimento só pode ser buscado junto às aulas presenciais e com o professor especialista;
- Interagir em seu processo de aprendizagem, participando, discutindo e opinando em questões envolvendo metodologias de ensino/aprendizado que o auxiliariam no entendimento de conteúdos conceituais.

No simulador computacional os alunos (ou outros usuários interessados no assunto) são desafiados a projetar o arranjo estrutural adequado para se resolver um determinado problema (podem ser propostos mais que um problema). A montagem da estrutura é gráfica, iterativa e fácil, propiciando que este trabalho não consuma mais do que uns poucos minutos, mesmo para alunos que não tenham qualquer intimidade com a engenharia. Ao problema podem estar associadas restrições a serem respeitadas e objetivos a serem atingidos: a solução que leve a um mínimo peso, por exemplo.

A simulação se dá, com a visualização gráfica animada da estrutura sendo carregada e se deformando, até se atingir a falha que caracterizará o seu colapso, mostrando ao aluno, em tempo real, onde estão as partes sujeitas a maiores e menores solicitações, permitindo que ele atue nestes pontos, auxiliando-o no entendimento das relações entre causas e efeitos.

Os resultados, em termos de peso/custo da estrutura projetada pelo aluno, são comparados com os resultados da estrutura considerada padrão, projetada pelo professor ou especialista, indicando se aluno conseguiu projetar algo pior ou melhor do que o paradigma sugerido pelo professor, estimulando-o à busca de uma solução melhor ou elevando sua auto-estima por ter superado um paradigma proposto.

2.0 O Algoritmo

Embora o Método dos Elementos Finitos (MEF) seja em sua essência relativamente comum, o objetivo deste trabalho não está no algoritmo em si, mas no viés que é dado a sua utilização. Enquanto que a maioria dos trabalhos tem como finalidade maior a resolução de uma situação pré-determinada, o programa SimuEstrut (Simulação Estrutural) utiliza-se do MEF e da capacidade operacional dos computadores; para instigar o aluno a desenvolver diferentes arranjos estruturais para o mesmo problema, comparando a eficiência de cada solução propiciando ao estudante a busca da “melhor solução”.

Na atividade lúdica da busca da “melhor solução” deseja-se que o aluno construa uma “experiência” que lhe permita inferir, mesmo que de forma inconsciente, o resultado da ação de um carregamento sobre uma estrutura. Experiência esta, que resulta da resposta inconsciente de importantes questões tais como: - Quanta força essa estrutura será capaz de suportar? Qual o elemento que falhará primeiro? Quais elementos estarão sujeitos a compressão? E quais estarão sujeitos a tração? Como evitar a flambagem de determinados elementos? Como será a deformação da estrutura? Esses são exemplos dos muitos



questionamentos levantados pelo estudante a cada simulação realizada e que são fundamentais no aprendizado do cálculo estrutural.

A interface visual simples permite ao estudante realizar muitas simulações em um curto espaço de tempo, mesmo para aqueles que não são familiarizados com programas baseados em MEF, garantido um bom nível de aprendizado.

Por trás da interface gráfica do programa SimuEstrut, existe um algoritmo de Elementos Finitos.

Basicamente, um algoritmo baseado no Método dos Elementos Finitos permite levantar o campo de uma propriedade (temperatura, velocidade, tensão, etc.) determinando seu valor em pontos específicos denominados nós. Em geral, o algoritmo utiliza-se de um método energético, como a minimização da energia potencial, para determinar a solução.

Conhecida a solução nos nós, pode-se interpolar todo o campo através do estudo de cada elemento.

A escolha do tipo de elemento utilizado pelo algoritmo é fundamental e está intimamente ligada ao problema que se quer resolver. Cada elemento possui um comportamento único que pode fornecer resposta mais ou menos precisas dependendo do problema analisado.

O algoritmo usado no programa foi desenvolvido em 1993, Augusto [3]. Embora este algoritmo seja bastante genérico, o programa utiliza-se apenas de elementos do tipo barra para descrever as diversas estruturas de treliças a serem simuladas.

A escolha do elemento tipo barra é natural já que uma estrutura treliçada é por definição composta de barras.

2.1 Analise Matricial

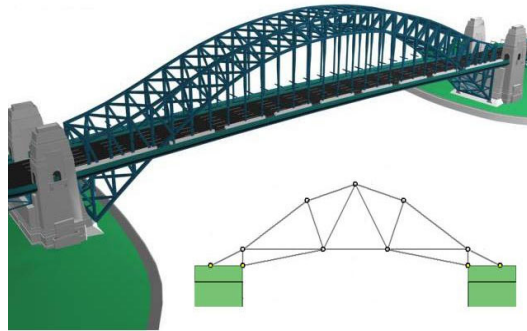
A análise estrutural costuma manipular grandes quantidades de dados, pois quanto mais discretizada a estrutura, mais precisa será a resposta obtida. Neste caso a álgebra matricial tem-se mostrado perfeitamente adequada justamente pela facilidade com que esta lida com grandes volumes de dados.

O primeiro passo para uma análise estrutural é discretizar a estrutura usando-se nós e elementos.

Na análise matricial toda informação da relação causa/efeito é expressa em relação aos nós. As forças que representam o carregamento externo atuante na estrutura são aplicadas nos e somente nos nós. E os deslocamentos da estrutura são descritos em termos dos deslocamentos nodais.

Embora na prática dificilmente trabalhe-se com estruturas apenas com carregamentos nodais concentrados, qualquer carregamento externo pode ser substituído por um carregamento nodal equivalente. Essa possibilidade permite que o simulador tenha maior aplicação didática, instigando aprendiz e professor a discutirem a quais carregamentos reais o carregamento nodal pode ser referido.

Figura 1 – Discretização da Estrutura



Exemplo de uma ponte discretizada para uma análise bem simplificada por elementos finitos.

Como pode ser visto na figura 1, a ponte a ser analisada foi discretizada em nós interligados por elementos do tipo barra, permitindo ao programa SimuEstrut realizar uma análise simplificada da estrutura treliçada plana.

Discretizada a estrutura, o programa constrói duas matrizes importantes para o algoritmo de Elementos Finitos: A matriz de coordenadas nodais (“C”) e a matriz de incidência (“I”).

A matriz de coordenadas nodais enumera todos os nós existentes na estrutura e suas respectivas coordenadas x e y, sendo, portanto, uma matriz de 3 colunas e n linhas. (Onde n é o número de nós da estrutura).

A matriz de incidência descreve os elementos que constituem a estrutura indicando o nó de origem i e o nó de término j de cada elemento, sendo, portanto, uma matriz de 3 colunas e m linhas. (Onde m é o número de elementos da estrutura).

Além das matrizes “C” e “I” o programa fornece ainda ao algoritmo as propriedades de cada elemento, que no caso do programa SimuEstrut são constantes para todos os elementos. Existem três propriedades importantes para a análise de estruturas treliçadas planas: a área da seção de cada elemento, o Módulo de Young (“E”) e o peso específico do material utilizado. (“ γ ”).

De posse das matrizes “C” e “I” e das propriedades dos elementos, o algoritmo monta a matriz de rigidez “K” da estrutura, com base na matriz de rigidez “k” de cada elemento barra.

Equação 1 – Matriz de Rigidez “k”

$$k = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & -\frac{AE}{L} \\ -\frac{AE}{L} & \frac{AE}{L} \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez “k” do elemento tipo barra. Onde A é a área da seção, E o módulo de Young e L o comprimento do elemento.

A matriz de rigidez “k” do elemento é quadrada de ordem 2, já que o elemento tipo barra, no plano, possui dois nós e cada nó só possui 2 graus de liberdade. No entanto a matriz de rigidez “K” da estrutura é quadrada de ordem m * 2, pois a estrutura terá o dobro de graus de liberdade em relação ao número de elementos.



Montar a matriz de rigidez da estrutura a partir da matriz de rigidez de cada um dos elementos é sem dúvida a parte mais importante do algoritmo de Elementos Finitos; pois, de posse da matriz de rigidez da estrutura, o algoritmo precisa resolver o conhecido sistema matricial a fim de determinar os deslocamentos nodais da estrutura. Esse sistema matricial é uma generalização da Lei de Hooke, observada pela primeira vez por Robert Hooke (1635-1703).

Essa resolução admite o princípio da sobreposição de efeitos e, portanto a estrutura deve apresentar comportamento elástico-linear entre tensão e deformação, motivando a utilização da hipótese de linearidade geométrica onde a estrutura deformada apresenta pequenos deslocamentos, pequenas deformações e pequenas rotações, confundindo-se com a estrutura antes da deformação.

Portanto o deslocamento exibido pelo programa é uma ampliação, que pode ser modificada, para tornar o efeito visual do programa mais interessante e perceptível ao usuário.

No entanto antes que se possa resolver o sistema matricial, o programa deve ainda restringir os deslocamentos referentes aos nós que apresentem vínculos. Caso estes nós não sejam restringidos a matriz de rigidez da estrutura apresentará determinante nulo, condição esta que levará ao movimento de corpo rígido.

Conhecido os deslocamentos nodais da estrutura, o programa pode determinar a deformação de cada elemento. Pois a deformação de um elemento é a relação entre o comprimento após o carregamento e o comprimento do mesmo elemento antes do carregamento.

Diretamente relacionada à deformação do elemento, está a tensão atuante naquele elemento, que é no fundo a informação mais relevante a ser determinada.

Finalizado o algoritmo de Elementos Finitos o programa SimuEstrut obtém, essencialmente duas informações: a tensão atuante em cada elemento, bem como os deslocamentos nodais.

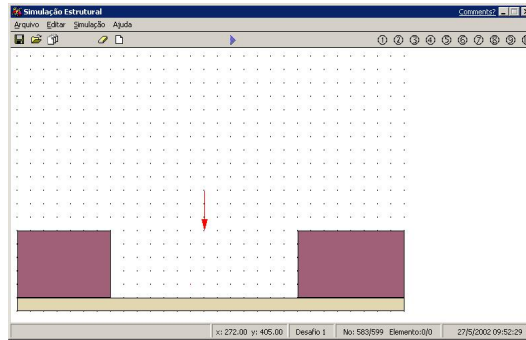
2.2 A interface gráfica

A interface gráfica foi desenvolvida em ambiente *Delphi 6.0*, sendo, portanto, compatível com qualquer sistema 32 bits atualmente existente e tem como principal objetivo facilitar o trabalho de inserção de dados bem como visualização de resultados obtidos a partir do algoritmo de *Elementos Finitos*.

Funcionando diretamente do cd-rom ou a partir da internet, o programa funciona com dois arquivos executáveis que devem estar localizados na mesma pasta: o *simula.exe*, responsável pela interface gráfica e o *fem.exe* que realiza os cálculos relativos ao algoritmo de Elementos Finitos.

O programa SimuEstrut requer aproximadamente 8 *megabytes* de memória *ram* e 4 *megabytes* de espaço no disco rígido e ao ser inicializada, a interface gráfica será semelhante a:

Figura 2 – Interface Gráfica



Cópia de tela feita a partir da execução do programa SimuEstrut.

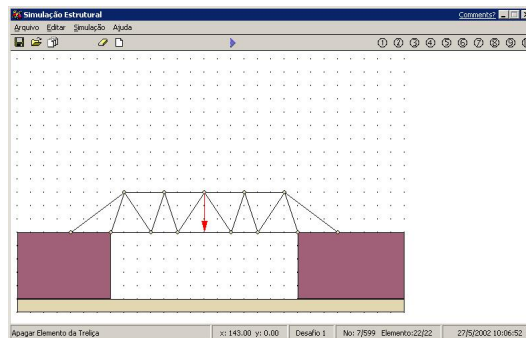
A interface com o usuário é feita quase que exclusivamente com o auxílio do mouse sobre o conceito de *drag and drop* (arrastar e soltar).

O programa inicializa exibindo o primeiro de um total de 10 desafios diferentes, que podem ser acessados através dos ícones localizados no canto superior direito da barra de ferramentas.

A flecha em vermelho representa a força que deve ser sustentada pela estrutura, enquanto as regiões na cor vinho indicam locais onde a estrutura pode ser apoiada. Por fim as regiões na cor salmão representam as regiões onde não é permitida a colocação de elementos da estrutura.

O tamanho de um elemento da estrutura é limitado a três unidades e devem ser dispostos de forma a constituírem uma estrutura treliçada plana. Observe:

Figura 3 – Exemplo de estrutura válida



Cópia de tela feita a partir da execução do programa de simulação estrutural ilustrando uma treliça plana válida.

Quando o usuário estiver disposto a testar sua estrutura deve utilizar o ícone central localizado na barra de tarefas, indicando o início da simulação.

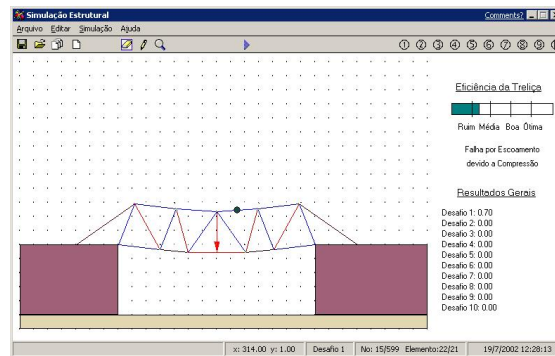
A simulação será realizada uma única vez para um pequeno carregamento, e será linearmente repetida até a falha da estrutura. A barra de progresso azul indica quantas vezes o carregamento foi repetido, enquanto a animação descreve a deformação da estrutura, com base nos deslocamentos nodais fornecidos pelo algoritmo de Elementos Finitos.

Existem dois tipos de falhas que podem levar ao colapso da estrutura e, portanto, ao fim da simulação. A primeira é a falha por escoamento, onde o módulo da tensão atuante em um elemento é superior a tensão última do material adotado pelo programa. A segunda é um

modo de falha que só atinge os elementos submetidos à compressão, é a chamada falha por flambagem. Neste caso, a tensão atuante em um elemento é superior a tensão crítica de flambagem desse elemento.

Após a ocorrência da falha, caracterizada por um sinal sonoro, o programa exibe os principais resultados no lado direito da tela.

Figura 4 – Fim da simulação



Cópia de tela feita a partir da execução do programa de simulação estrutural ilustrando o fim da simulação de uma treliça plana válida.

Além da estrutura deformada e do elemento que sofreu a falha (caracterizado por um círculo preto) o programa exibe o nível de tensão de todos os elementos que constituem a estrutura. Quanto mais viva a cor, maior o nível de tensão atuante, enquanto que quanto mais próximo do preto, menos carregado está o elemento. A cor azul indica elementos submetidos à compressão, enquanto a cor vermelha indica elementos submetidos à tração.

No exemplo da figura 4 a estrutura sofreu uma falha por escoamento em compressão. Mas, no entanto, algumas estruturas sofrem falha por flambagem muito antes de escoarem, pois quanto maior for o elemento, mais sujeito este estará a flambagem. Portanto, elementos levemente azulados podem falhar antes de elementos com fortes cores vermelhas.

Além do nível de tensão atuante em cada elemento, e do tipo de falha, o programa exibe um índice comparativo padrão, que relaciona a eficiência da estrutura simulada com o paradigma proposto pelo professor ou especialista. Quanto maior esse índice, mais eficiente é a estrutura simulada, sendo, portanto, objetivo do aluno maximizar esse coeficiente ou ao menos atingir o valor unitário que corresponde à exata estrutura proposta.

De resto, o programa é similar a qualquer aplicativo no padrão Windows permitindo ao usuário salvar, abrir, reiniciar, apagar elementos e finalizar o programa. A inexistência da opção de desfazer uma ação não chega a ser problemática uma vez que as estruturas podem e devem ser rapidamente reconstruídas e o objetivo é que o aluno construa o maior número delas possível.

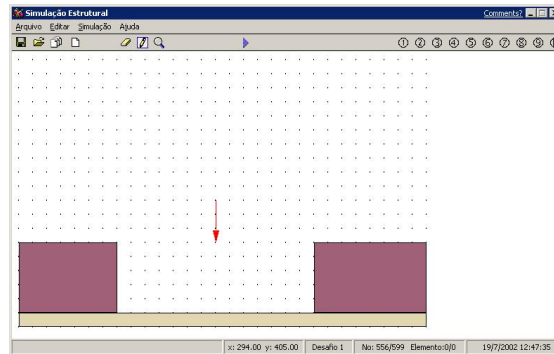
2.3 Simulações Propostas

O programa, originalmente, propõe 10 desafios que devem ser resolvidos pelo aluno.

Estes desafios dividem-se em dois grupos, desafios com modelos simplificados de situações reais e modelos com grande importância conceitual.

Misturando estes dois grupos de desafios, o aluno é instigado tanto a compreender os conceitos fundamentais do cálculo estrutural quanto a vincular estes conceitos a situações reais, vividas em seu próprio cotidiano. O desafio 1 é o primeiro exemplo desta materialização dos conhecimentos teóricos em situações reais do cotidiano. Neste desafio o aluno é instigado a propor uma estrutura similar a uma ponte apoiada em dois pontos.

Figura 5 – Simulação de uma Ponte



Desafio 1 - Exercício de simulação de uma ponte apoiada em dois pontos.

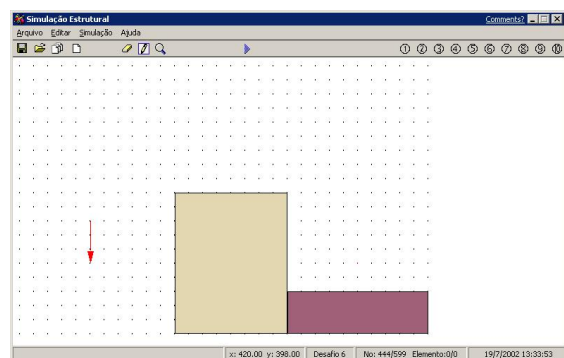
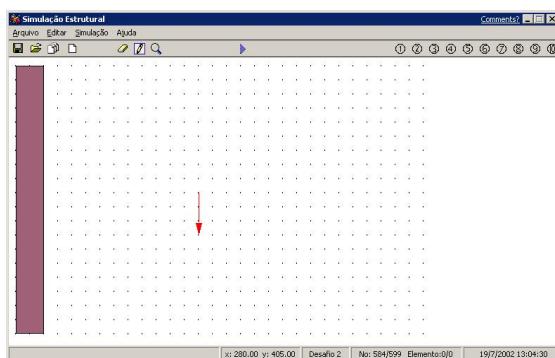
No desafio ilustrado na figura 5, o aluno pode propor diversos modelos de estruturas, os quais devem ser simulados em busca da melhor eficiência.

Outro exemplo de aplicabilidade prática pode ser visto no desafio 2, onde uma situação comum ao dia-dia do aluno como pendurar um objeto (por exemplo, uma televisão) na parede é transformado em um desafio virtual.

Finalmente o desafio 6 simula o comportamento de um guindaste, sendo mais uma simulação virtual com interessante aplicabilidade prática.

Além destes desafios o programa SimuEstrut permite adicionar facilmente outros desafios, adequando-se a necessidade específica do professor ou especialista.

Figura 5.1 – Simulação de apoio em parede e de um guindaste

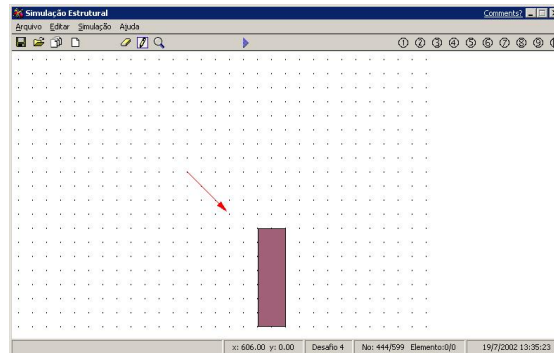


A esquerda o desafio 2, exercício de simulação de um objeto apoiado em uma parede.

A direita o desafio 6, exercício de simulação de um guindaste feita no SimuEstrut.

Pertencente ao segundo grupo de desafios, o desafio 4 permite que o aluno desenvolva e fortaleça o conceito de compressão e flambagem de elementos.

Figura 5.2 – Simulação de compressão



Desafio 4 - Exercício de simulação de uma estrutura submetida à compressão.

Estes são alguns exemplos de simulações virtuais que podem ser encontradas na versão padrão do SimuEstrut.

2.4 Mensagem de erros orientando o aluno

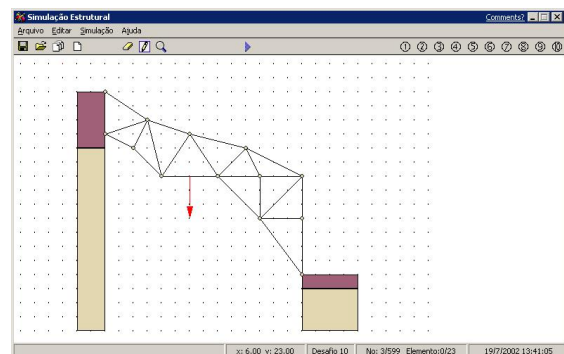
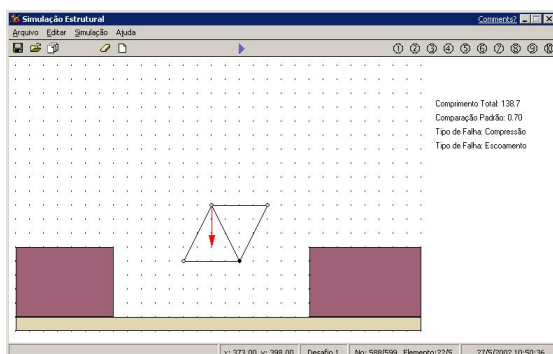
O simulador foi desenvolvido para o estudo de estruturas treliçadas planas, não admitindo, portanto, que sejam realizadas simulações envolvendo outros tipos de estruturas.

Um usuário pouco experiente pode gastar algum tempo até adquirir a noção exata do que venha a ser uma estrutura treliçada, mas o programa tentará de alguma forma ajudá-lo.

Para evitar que o programa permita que sejam simuladas estruturas que resultem em erros, foram incorporados alguns algoritmos para verificação.

O primeiro exemplo é representado a esquerda da figura 6, onde apesar de ser construída uma estrutura treliçada plana, esta não está vinculada; apresentando, portanto, movimento de corpo rígido. Neste caso os deslocamentos nodais seriam infinitos. Já o exemplo a direita da figura 6 ilustra outra situação errada, onde a força foi aplicada no meio do elemento. Neste caso o programa dirá que existem forças não aplicadas, ou seja, é necessário aplicar o início da flecha em um dos nós da treliça.

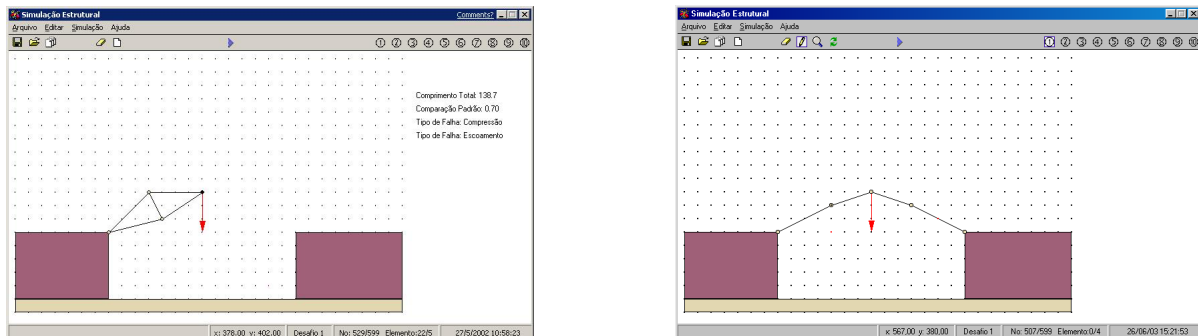
Figura 6 – Exemplo de Corpo Rígido e de Força não Nodal



*A esquerda cópia de tela de uma estrutura que apresenta movimento de corpo rígido.
A direita cópia de tela de uma estrutura com força não aplicada a um dos nós da treliça*

O último caso comum que impede o programa de realizar uma simulação válida é a existência de mecanismos ao invés de uma estrutura treliçada plana. Um mecanismo é uma estrutura que apresenta grande amplitude de movimento em pelo menos um dos graus de liberdade, saindo do conceito de pequenas deformações aplicado a este trabalho. A figura 7 exemplifica um mecanismo.

Figura 7 – Exemplos de Mecanismos



Cópia de tela de estruturas que apresentam comportamento de mecanismo.

O programa SimuEstrut é capaz de identificar estes mecanismos, alertando ao aluno que deve localizar e entender o motivo que leva a estrutura projetada a se comportar como um mecanismo, corrigindo o problema, realizando a simulação e desenvolvendo a habilidade de trabalhar com mecanismos.

3.0 Referências Bibliográficas

- [1] Popov, E.P., **Engineering Mechanics of Solids**, Prentice Hall, New Jersey, 1990, pp 361-373.
- [2] Augusto, O. B., **TRANSPLT Programa de Pré e Pós processamento gráfico para o programa TRANSFIN**, PNV-EPUSP, Relatório Pós-Doutoramento, University of Califórnia at Berkeley, 1992.
- [3] Augusto, O. B., **TRANSFIN Programa de Elementos Finitos para o Auxílio no Cálculo de Estruturas Transversais de Embarcações**, PNV-EPUSP, Relatório Pós-Doutoramento, University of Califórnia at Berkeley, 1992.
- [4] Augusto, O. B., Dias, C.A.N., **Síntese racional automatizada da estrutura transversal de embarcações**, IPEN Journal, N.14, June, 1994, pp 97-109.
- [5] Zienkiewicz, O. B., Taylor R. L., **The Finite Element Method**, Fourth Edition, Volume 1, Basic Formulation and Linear Problems, McGraw-Hill, 1989.



[6] Augusto, O. B., **Análise Matricial de Estruturas, Apostila: Teoria Básica de Estruturas Oceânicas II**, Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, v1.1 rev 1.1, Brasil, 2000.

SIMULATION OF TRUSS STRUCTURE

Abstract: *This paper presents the SimuEstrut program for simulation of behavior of truss structure subjected external forces, challenging and guideding the student in development of structure calcule concepts and stimulation the learning process of theory behind of simulation. Complete the laboratory and tradicional classes.*

Keywords: *structure, truss, simulation, Finite Element, Beam*