UMA PROPOSTA METODOLÓGICA E SUA CONTRIBUIÇÃO PARA A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE ENGENHEIROS

Isolda G. de Lima – ninnc@terra.com.br
Universidade de Caxias do Sul – Departamento de Matemática e Estatística
Rua Guia Lopes, 670/51 – Bairro Centro.
CEP 95020-390 Caxias do Sul – RS
Laurete Z. Sauer - lzsauer@terra.com.br
Rua Tarquínio Zambelli, 164 – Bairro Nossa Senhora de Lourdes
CEP 95054-410 Caxias do Sul – RS

Resumo: *O projeto MECAM - Melhoria das Condições de Aprendizagem da Matemática, originou-se de pesquisas que visaram fundamentar ações pedagógicas diferenciadas, frente ao elevado número de reprovações e desistências nas disciplinas iniciais de Matemática para a Engenharia. O artigo "Melhoria das Condições de Aprendizagem de Matemática para a Engenharia" - Cobenge 2001, apresenta resultados dessas pesquisas como origem do projeto. Visamos a implementação de um programa para alunos reprovados em disciplinas cursadas na forma presencial tradicional. Os estudantes nesta condição, e que não são desistentes, realizam um curso a distância, num ambiente de aprendizagem na web. A metodologia do curso considera noções e conceitos já adquiridos, como elementos iniciais de um processo de (re)construção dos conhecimentos requeridos e o desenvolvimento de condutas que auxiliem os futuros engenheiros a superar dificuldades relacionadas à Matemática e adquirir nova postura e responsabilidade frente à construção de seus conhecimentos. Na primeira edição experimental do programa, realizamos o curso Estudos Complementares de Cálculo Diferencial e Integral I, que contou com a participação de alunos de Engenharia, reprovados no segundo semestre de 2002. Neste artigo apresentamos os principais aspectos da metodologia do programa como forma de promover discussões que envolvam os interessados na adoção de práticas didático-pedagógicas diferenciadas.*

Palavras-chave: Programa MECAM, Educação a distância, Proposta metodológica, Aprendizagem da Matemática, Cálculo Diferencial e Integral**.**

1. INTRODUÇÃO

A preocupação com os resultados do ensino, nos níveis da educação básica e superior, tem marcado nossa época com o surgimento de profundas reflexões, de educadores e alunos, sobre a realidade das instituições e sobre a relação do ensino com a qualidade do produto gerado como fator de colaboração no desenvolvimento dos indivíduos. A velocidade crescente com que são geradas e disponibilizadas as informações impõe, cada vez mais, a necessidade de que nos tornemos capazes de lidar com a novidade, de transformar e criar a partir do que dispomos e sabemos. O mercado de trabalho pouco tem a oferecer a quem não se apresenta com capacidade de compreender, criticar, gerar e defender novas idéias. E a velocidade, também crescente, de carências sociais de todas as ordens, trabalho, saúde, segurança, lazer e escola, clama por indivíduos conscientes e comprometidos com a qualidade do seu saber e com valores éticos e morais.

Que parcela nos cabe como educadores nesta realidade? Certamente a de não nos acostumarmos com as "dores da nossa nação" a ponto de não mais nos sensibilizarmos ou de nos acomodarmos como mais um neutro misturado na multidão. Nosso compromisso deve ser, pelo menos, com a tentativa de minimizar os problemas do ensino, que precisa sim ser mais eficiente e colaborador com a formação dos cidadãos, para a sociedade que almejamos ajudar a formar. "Nossa tarefa, como educadores, é gerar condições que alicercem o crescimento de indivíduos aptos a viver de forma plena; de modo que possam ser capazes de se integrarem no convívio social, não simplesmente como coexistentes de um mesmo espaço, mas com capacidade de agirem e reagirem em benefício próprio e coletivo". (Maturana, 1999)

O foco sobre um ensino melhor não implica olhar unilateralmente para o ato de ensinar e sim para o processo da aprendizagem. Só quem aprende pode aproveitar do ensino. É inquestionável a afirmação de que a habilidade mais importante atualmente é a capacidade de aprender e de lidar com o inesperado. É preciso entrar no mar das oportunidades com um bom diploma e ter sempre em mente que o importante é aprender a aprender (Roberto Macedo – professor e ex-secretário de política econômica do Ministério da Fazenda, 1999).

Com certeza, não cabe somente à universidade a tarefa de formar profissionais competentes para atuar num mercado de trabalho cada vez mais exigente e competitivo. Mas é imperiosa a sua função de despertar os estudantes e seus professores para o compromisso mútuo de buscar alternativas que auxiliem a implementar ações que qualifiquem a construção do saber.

Neste sentido, uma atenção especial ao aprender começa a ganhar espaço nos sistemas educacionais, como tema de interesse por um fazer educativo voltado ao desenvolvimento psicológico e cognitivo, de preocupação com os altos índices de evasão e reprovação, de estudos sobre a aprendizagem, de experiências em sala de aula para aprender a fazer diferente, e de pesquisas para avançar frente à realidade que se apresenta.

Na Universidade de Caxias do Sul, a preocupação com o processo da aprendizagem vem, aos poucos, inserindo-se na vida de um número crescente de educadores e estudantes. Em relação à Matemática, área do nosso fazer docente, alguns avanços já se apresentam como benefícios à qualidade da aprendizagem, gerados por estudos e, especialmente, por pesquisas sobre processos pedagógicos com utilização de *softwares*, e sobre a criação de ambientes de aprendizagem na *web* para ensino à distância ou como apoio ao ensino presencial ou semipresencial.

Nossas discussões e estudos sobre causas e propostas de solução para os problemas relacionados à aprendizagem nas disciplinas de Matemática, especialmente nos cursos de Engenharia, intensificaram-se a partir de 1996 quando da participação no projeto Novas Metodologias para o Ensino de Engenharia – NOMENGE, sub-programa do projeto em nível nacional, Reengenharia do Ensino de Engenharia – REENGE, de apoio às unidades universitárias das áreas da Engenharia e das disciplinas básicas, no sentido de promover a reestruturação da educação superior, estimulando a realização de diferentes experiências de ensino, fundamentadas em atividades de pesquisa e desenvolvimento experimental, na prática profissional moderna e na interação com os setores de produção, visando a formação de engenheiros com perfil mais competitivo e criativo. (Lima e Sauer, 2001)

Atualmente, com nossos estudos e pesquisas, visamos fundamentar uma ação pedagógica diferenciada que faça frente ao elevado número de reprovações e desistências que ocorrem nas disciplinas iniciais de Matemática para a Engenharia. No artigo Melhoria das Condições de Aprendizagem de Matemática para a Engenharia – Cobenge 2001, apresentamos os resultados de uma pesquisa preliminar realizada com o propósito de analisar e justificar as possibilidades de interferir nas condições de aprendizagem e no aproveitamento dos alunos em disciplinas iniciais de Matemática, além de um histórico das ações que deram origem projeto MECAM – Programa em Educação a Distância para a Melhoria das condições de aprendizagem da Matemática, em desenvolvimento na Universidade de Caxias do Sul.

Compartilhamos, no presente trabalho, a metodologia para o ensino da Matemática, que constitui parte da proposta pedagógica que vem sendo elaborada no projeto de pesquisa MECAM e apresentamos, como ilustração, um relato de uma prática desenvolvida na primeira edição experimental do programa, quando realizamos o curso Estudos Complementares de Cálculo Diferencial e Integral I para os alunos que freqüentaram, mas que não foram aprovados nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I dos Cursos de Engenharia Mecânica e Química, no segundo semestre de 2002.

O programa MECAM surge, neste contexto, como uma possibilidade de, ao mesmo tempo em que oferecemos nova oportunidade para alunos refazerem seus estudos, proporcionarmos que reflitam sobre o papel que lhes cabe na construção de seu conhecimento.

Na metodologia consideramos, como elemento central, a reflexão e a tomada de consciência sobre o fazer e o aprimoramento do mesmo, por questionamentos que auxiliem na busca da compreensão dos conceitos e no desenvolvimento de aprendizagens significativas. Sua implementação prática é possibilitada pela utilização do computador e das tecnologias de comunicação e, em especial, de um *software* matemático, que permite tratar dos conceitos nas diversas abordagens da comunicação matemática: verbal, algébrica, numérica e geométrica.

Nossa expectativa é de que as estratégias e suporte programados para acompanhar os estudantes, em relação às suas dificuldades, colaborem para melhoria do desempenho acadêmico e também promovam novas formas de ensinar e aprender. O professor e aluno podem aprender que dúvidas, erros ou conhecimentos demonstrados, a partir de respostas apresentadas, podem ser transformados em algo que faça sentido e, conseqüentemente, transformá-los em conteúdos. Ao criar situações de discussão, incentivando diferentes maneiras de pensar sobre um mesmo assunto, perguntando "clinicamente", aproveitando todas as oportunidades para aprofundar os conhecimentos que eles demonstram, podemos manter nossos alunos "envolvidos" em processos de reflexão e tomada de consciência das próprias ações.

2. PRINCÍPIOS QUE ORIENTAM A PROPOSTA METODOLÓGICA DO PROGRAMA MECAM

2.1 A aprendizagem significativa

A aprendizagem significativa, de acordo com Ausubel (1980), envolve a aquisição de novos significados e esses novos significados são o produto da aprendizagem significativa, que só ocorre quando o estudante relaciona, de forma não arbitrária e substancial, uma nova informação a outras, com as quais o estudante já esteja familiarizado, ou seja, a nova idéia é relacionada a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição (Lima e Sauer, 2003b).

A aprendizagem significativa requer como condição que o estudante demonstre disposição em adotar estratégia para estabelecer relações entre o conceito em (re)construção e o que já possui como suporte para a compreensão do novo. Além disso, o material a ser aprendido deve ser potencialmente significativo, que implica poder ser relacionado a uma estrutura cognitiva apropriada, com sentido lógico, e que as idéias básicas relevantes às novas informações sejam componentes da estrutura cognitiva do estudante.

Ocorre, no entanto e muito freqüentemente, que muitos conhecimentos entendidos como prévios, como suporte para a aprendizagem de novos conceitos, não estão, pelo menos totalmente, no domínio das estruturas cognitivas do aluno e, assim, é parcial o significado que consegue atribuir ao que está aprendendo. Por este argumento, Salvador (Morelatti, 2002) entende que a significância não é questão de tudo ou nada e sim de grau e sugere que ao se propor, como embasamento teórico, aprendizagens significativas, não se almeje a condição plena, mas o que é mais próximo de conquistar, que em cada grau de escolaridade, a aprendizagem seja a mais significativa possível.

2.2 A Matemática e suas características próprias de fazer e pensar

Na Matemática os atos de aprender e ensinar podem auxiliar no desenvolvimento intelectual se suas características próprias são tomadas como referência, e não como barreiras que impedem de avançar, no planejamento da ação docente.

A Matemática possui fundamentação lógica e exige a formalização dos conceitos construídos em cada etapa, adequada a cada nível de desenvolvimento cognitivo. Assim, não faz sentido tratar dos conhecimentos matemáticos como um conjunto de regras e fórmulas praticadas em situações modelos de aplicação. Mais importante que aplicar corretamente uma determinada regra é reconhecer primeiro sua devida aplicação.

O conhecimento matemático é, por sua natureza, encadeado e cumulativo, do mesmo modo que na evolução das idéias. Portanto, é expressivo como possibilidade de significação respeitar a lógica própria dessa construção ao introduzir novos conceitos e auxiliar o aluno na (re)construção dos conceitos prévios, de acordo com as necessidades de estruturas que suportam um novo conhecimento. A essência não está no conhecimento em si, ao nível de informação, mas na compreensão do seu significado;

Os conceitos matemáticos se traduzem por fórmulas ou algoritmos práticos que permitem calcular mais rapidamente os resultados. Porém, estes instrumentos práticos não podem tomar o lugar do conceito, como se somente eles fossem os objetos novos a serem assimilados. Uma fórmula, por exemplo, deve ser a tradução simbólica de uma idéia viva. Dessa forma, não pode ser desvinculada do entendimento do fenômeno que representa (Lima e Sauer, 2003b);

Os conceitos matemáticos introduzidos nos primeiros níveis de escolarização são realmente fundamentais, pois estarão infalivelmente presentes em etapas subseqüentes onde se estuda Matemática. Mas não é por conta do tempo cronológico que se dá o desenvolvimento cognitivo e nem pela passagem na escolarização anterior. O fato de o aluno estar na universidade não garante que tenha habilidade de lidar com conceitos supostamente adquiridos anteriormente;

É na qualidade das ações que o conhecimento matemático pode ser visto como capacidade organizadora do conhecimento humano, que provem, precisamente, da capacidade de retirar as qualidades da coordenação das próprias ações. "Uma das formas de abstração reflexionante, apontada pela epistemologia piagetiana como horizonte de desenvolvimento, dá-se apenas por tomada de consciência, esta vista como apreensão dos mecanismos da própria ação”.(Becker, 2001). Mas os atos próprios do “fazer matemático” como experimentar, visualizar e interpretar, prever, induzir, generalizar, abstrair e demonstrar nem sempre se constituem como apropriações para os estudantes. Não podemos, portanto, deixar de oferecer diferentes possibilidades de gerar e organizar idéias. Aproveitamos pouco do potencial da Matemática para o desenvolvimento e organização do pensamento se tratamos apenas o seu lado calculista em treinamento de resoluções numéricas.

2.3 A verbalização sobre o que fazemos, por que fazemos ou como fazemos aprimora a elaboração de idéias e significados

Nossa atenção volta-se para os benefícios que podem decorrer da utilização adequada de computadores e das tecnologias de comunicação para a aprendizagem da Matemática e para a criação de ambientes de aprendizagem mediados pela *web*, como apoio ao ensino à distância, presencial ou semipresencial.

As limitações geradas pela carência de ferramentas tecnológicas que permitam utilizar a simbologia da Matemática impõem a necessidade de que nos expressemos traduzindo em palavras idéias representadas simbolicamente. E é comum, frente a essas necessidades, nos depararmos com a dificuldade de expressão dos nossos alunos.

Com o propósito de auxiliá-los no desenvolvimento da habilidade de escrever ou falar, organizando as idéias, adotamos a prática de solicitar justificativa verbal para as resoluções e uma análise da coerência das soluções obtidas, considerando o contexto no qual a questão está inserida. Percebemos, com isso, que ao escrever sobre suas idéias, justificando os procedimentos adotados e analisando os resultados obtidos, o estudante desenvolve também o próprio ato de pensar, reflete sobre seus pensamentos e pode tomar consciência das ações desenvolvidas, muitas vezes por atos mecânicos. Essa atividade reflexiva colabora para a compreensão e apropriação dos conceitos matemáticos. (Lima e Sauer, 2000)

O reconhecimento desses benefícios nos levou a investir no sentido de implementar nossa prática no desenvolvimento de uma metodologia que favorece a aprendizagem da Matemática. Falar é um exercício lógico-matemático fundamental. (Becker e Franco, 1999) A atividade da escrita, por sua vez, não se reduz ao desenvolvimento da habilidade de escrever corretamente, mas ao fato de manter o envolvimento intelectual do estudante em atividades de reflexão, o que enriquece notavelmente o conhecimento extraído. (Lima e Sauer, 2000). Ao escrever ou falar sobre o que está pensando, o sujeito pode agir sobre o meio, sobre algum objeto, algum conteúdo, sobre as próprias ações, interagindo com outros sujeitos e, ao fazer isso, ele tem condições de voltar-se sobre si mesmo e, por um processo de tomada de consciência, desenvolver-se. (Becker, 2001)

A essência da proposição pedagógica do MECAM considera as várias formas de abordagens, analítica, geométrica, verbal e numérica para a elaboração e aplicação dos conceitos matemáticos, acompanhados permanentemente de ações reflexivas, que derivam da verbalização fundamentada sobre os significados dos conceitos e da justificativa dos procedimentos adotados. (Lima e Sauer, 2003b)

3. A PROPOSTA METODOLÓGICA DO PROGRAMA MECAM

A primeira edição experimental do programa MECAM ocorreu no período de 20.12.03 a 12.02.03 com o curso Estudos Complementares de Cálculo Diferencial e Integral I, destinado aos alunos que freqüentaram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, dos Cursos de Engenharia Mecânica e Química, no segundo semestre de 2002. Contamos com a participação de 12 alunos, dentre os que não atingiram condição mínima para a aprovação na disciplina. Os alunos foram indicados por seus professores, por terem sido participativos no semestre, demonstrando interesse e preocupação por sua aprendizagem ao realizar as atividades de estudo com responsabilidade.

As tarefas de aprendizagem visaram a (re)elaboração dos conhecimentos estruturais do Cálculo Diferencial e Integral I. Os principais tópicos foram abordados através de um conjunto de cinco atividades, programadas para o desenvolvimento do curso. Com a finalidade de desencadear as discussões foram solicitadas as resoluções das atividades, a partir do que os alunos aprenderam quando cursaram a disciplina e com a implementação, o quanto possível, das resoluções com base na bibliografia recomendada, em especial do livro texto (Anton, 2000) utilizado quando realizaram a disciplina em sala de aula, de modo que apresentassem, em cada momento, o que julgassem ser o melhor de suas condições. Dessa primeira fase, com base nos conhecimentos então demonstrados, iniciamos a fase que visa o aperfeiçoamento ou aprofundamento dos conceitos de interesse na disciplina.

Um ponto de destaque da metodologia está relacionado à possibilidade de identificar as dificuldades de cada aluno, sem necessariamente exigir a repetição de etapas já vencidas, mas, em cada caso, buscar soluções para os problemas que causaram a reprovação. Além disto, em qualquer processo de aprendizagem, aprende-se do que já se aprendeu, por reestruturação, reciclagem, até porque somos seres com passado, memória e sentido. (Demo, 2002).

Fazem parte do processo de orientação a análise e discussão dos procedimentos adotados na resolução dos problemas e a proposição de novos questionamentos que utilizam os erros ou acertos como fontes de reconhecimento do que precisa ser (re)elaborado, para que sejam superadas as dificuldades ou como geradores de desafios que visam estabelecer novas relações e níveis mais elevados de compreensão. (Lima e Sauer, 2002)

Para cada aluno e em cada atividade, as propostas de estudo e o material de apoio têm caráter flexível, adequado aos diferentes níveis de desenvolvimento cognitivo. Assim, também as discussões ocorrem em diferentes níveis, dependendo da necessidade, interesse, e disponibilidade de cada um. Cada conquista traduz um entendimento a mais e alimenta o passo seguinte. “A motivação é impulsionada pelo motor afetivo, de tal forma que o sujeito esteja disposto a buscar respostas a suas dúvidas e seja capaz de construir conhecimentos a partir dos que possui”. (Maturana, 1999)

4. COMO A METODOLOGIA OCORRE NA PRÁTICA

Apresentamos, a seguir, alguns trechos das discussões iniciais de uma das atividades, proposta com o principal objetivo de (re)construir o conceito de derivada. Nesta, foi dada especial atenção às taxas de variação, cujo significado está fortemente relacionado ao mesmo, um dos fundamentos básicos do Cálculo Diferencial e Integral. A atividade era composta de cinco ítens que exploravam, desde o cálculo de uma taxa de variação média, em intervalos cada vez menores do domínio de uma dada função, chegando-se ao conceito de taxa de variação instantânea. A intenção, de acordo com os pressupostos didático-pedagógicos assumidos, era acompanhar os estudantes a partir do que apresentassem como ponto de partida em cada resposta e orientá-los no aperfeiçoamento da atividade. Com os trechos que selecionamos para comentar neste artigo, queremos atentar para a diversidade de níveis de conhecimentos que encontramos em um curso de Cálculo Diferencial e Integral I, os quais não podemos ignorar. Porém, chamam-nos a atenção, também, as possibilidades que vislumbramos como condições de aprendizagem e progresso por parte daqueles que, seja qual for o nível em que se encontram, concordarem com os benefícios de seu envolvimento e estiverem dispostos a enfrentar o desafio.

As discussões iniciais relacionadas às perguntas feitas nos ítens **(a)** até **(e)** estão relatadas, a partir da questão proposta, seguida das respostas apresentadas e os respectivos comentários da professora. As “falas” estão sempre em itálico. Omitimos, neste relato, as observações em relação aos erros de português que aqui não foram corrigidos. Porém, ressaltamos que durante as discussões tivemos oportunidade de comentá-los, sublinhando-os ou solicitando esclarecimentos sempre que a resposta não estava clara por este motivo.

(a) Dada a função f, definida por $f(x) = 320 + 140x - 10x^2$, complete a Tabela 1 com a **taxa de variação média** de y em relação à x nos intervalos dados e, a seguir, explique o seu significado em um dos intervalos.

Tabela1

Intervalo	TVM
[5;7]	
[5;6]	
[5;5,5]	
[5;5,1]	
[5;5,01]	
[5;5,001]	

***Discussão* 1**
(And)

Intervalo	TVM
[5;7]	20
[5;6]	30
[5;5,5]	35
[5;5,1]	39
[5;5,01]	40
[5;5,001]	40

$$m_{\sec} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

(Omitimos os cálculos que apresentou, neste ponto, como justificativa para os resultados obtidos, utilizando a fórmula mencionada).

Os valores encontrados indicam a taxa de variação média de y em relação à x no intervalo dado, que é a inclinação da reta secante.

Desta forma entendemos que, por exemplo, no intervalo [5;7] *o coeficiente da reta secante é igual a* 20.

(Prof[a].) *... uma questão a ser observada é: os arredondamentos apresentados não nos permitem ver com detalhes a "tendência" da TVM quando a variação de x se aproxima de zero, no intervalo* [5;5+x_0]. *O que queremos dizer é que precisamos utilizar mais casas decimais para que fique perceptível a variação de y quando a variação de x se aproxima de zero. O software pode facilitar este trabalho de obter os quocientes indicados. Verá, então que, por exemplo, o quociente* $\frac{f(5{,}001) - f(5)}{5{,}001 - 5}$ *não é igual a* 40*, bem como nenhuma das TVM calculadas. Verifique!*

(And)

Intervalo	TVM
[5;7]	20
[5;6]	30
[5;5,5]	35
[5;5,1]	39,0
[5;5,01]	39,9
[5;5,001]	39,99

Discussão 2

(Ass) Completou a tabela seguida de todos os cálculos realizados, também apresentados em detalhes e utilizando a fórmula $m_{\sec} = \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$, assim como **And**.

Intervalo	TVM
[5;7]	20
[5;6]	30
[5;5,5]	35
[5;5,1]	39
[5;5,01]	39,9
[5;5,001]	39,9

Escolho o intervalo [5;7]. *Neste intervalo, a taxa de variação média é* 20. *Isto significa que esta é a inclinação da reta secante ao gráfico da função f, que passa pelos pontos* (x_0, $f(x_0)$) *e* (x_1, $f(x_1)$). *No caso do intervalo* [5;7], *os pontos são* (5,770) *e* (7,810). *Ainda podemos dizer que a Taxa de Variação Média, é a taxa média segundo a qual y varia com x* (*se tivermos* $y = f(x)$). *Sei que poderia ter optado por definir a função no software e ter tornado o trabalho mais simples. Fiz desta maneira, pois prefiro deixar todos os cálculos a mostra.*

(Prof^a.) *OK! Na verdade, se utilizarmos mais casas decimais podemos perceber diferenças também entre as TVM nos dois últimos intervalos. Veja que eles nunca são "iguais".*

(b) A partir dos dados da Tabela 1, o que podemos concluir a respeito da **taxa de variação instantânea** de y em relação à x, em x = 5? Explique o seu significado em termos de limite e quanto à rapidez de mudança da imagem num determinado "instante".

Discussão 1

(And) *A taxa de variação instantânea de x* = 40.

(Prof^a.) *Não é a "taxa de variação instantânea de x", mas como foi escrito no enunciado! Reflita sobre o que escreveu; da forma como está não faz sentido.*

(And) *A taxa de variação instantânea é igual a* 40, *em x* = 5.

E apresentou os seguintes cálculos:

$$m_{tag} = \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$m_{tag} = \lim_{5{,}001 \to 5} \frac{f(5{,}001) - f(5)}{5{,}001 - 5} = \frac{770{,}04 - 770}{5{,}001 - 5} = 40{,}0$$

(Prof^a.) *As igualdades acima não são verdadeiras. Mas, de fato, vamos encontrar* 40 *como resultado numérico para a pergunta feita. Vamos ler um pouco mais sobre taxas de variação instantânea na p.* 173/174. *Aperfeiçoe sua argumentação nesta resposta.*

(And) *A taxa de variação instantânea de y em relação à x no ponto* x_0 *é a inclinação da reta tangente ao gráfico de f nesse ponto.*

$$TVI = m_{\tan} = \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

Discussão 2

(Ass) *Podemos concluir que a taxa de variação instantânea será o limite da inclinação da reta secante. Ou melhor, a inclinação da reta tangente é o limite da inclinação da reta secante.*

Taxa de Variação Instantânea = $\lim_{x_1 \to x_0} \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$.

(Prof**[a]**.) *Sugerimos, aqui, procurar esclarecer melhor, referindo-se aos dados da Tabela* 1, *mesmo. Tente explicar com suas palavras o que observa analisando-a. Veja a tabela* 3.1.1 *na p.* 172 *e leia as considerações apresentadas em relação aos seus dados.*

(Ass) *Através da Tabela* 1 *notamos que a taxa de variação instantânea de y em relação a x é representada geometricamente pela inclinação da reta tangente a curva naquele ponto. Isto se dá através do limite da inclinação da reta secante, que é* $\lim_{x_1 \to x_0} \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$.

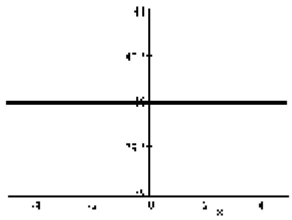
(c) Apresente uma interpretação geométrica da resposta dada em **(b)** e ilustre-a numa figura.

***Discussão* 1**

(And) *Quanto menor for o intervalo para calcular a taxa de variação média, mais aproximamos da taxa de variação instantânea da função.*

(Prof**[a]**.) *Muito bem!*

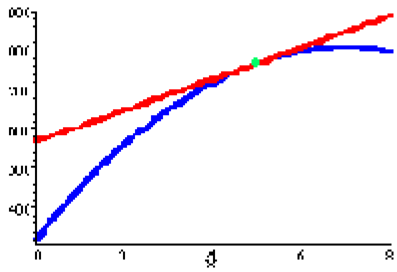
(And) *Apresentou o gráfico de* $\dfrac{f(5{,}001) - f(5)}{5{,}001 - 5}$, *ou seja:*



(Prof**[a]**.) *Mas veja: essa expressão da qual você construiu o gráfico, não é aproximadamente igual a* 39,99*? E o que é y* = 39,99*? Não é uma reta paralela ao eixo x? Você concorda que não é essa a "interpretação geométrica da taxa de variação instantânea"? Leia sobre isto no livro ou no material de apoio e reescreva sua resposta.*

(And) *A taxa de variação instantânea é representada geometricamente pelo coeficiente angular da reta tangente em x* = 5.

E apresentou o seguinte gráfico:



$f(x) = 320 + 140x - 10x^2$

***Discussão* 2**

(Ass) *Geometricamente isto vai nos mostrar o limite da inclinação da reta secante, que é a inclinação da reta tangente ao gráfico da função.*

(Prof**[a]**.) *Correto! Qual é, então, a inclinação da reta tangente ao gráfico da função e em que ponto?*

(Ass) *A inclinação da reta tangente é 40 no ponto x = 5. Pela fórmula, vamos encontrar o valor da inclinação:*

$x = 5$

$m_{tan} = f'(x)$

$f'(5) = 40$

$m_{tan} = 40$

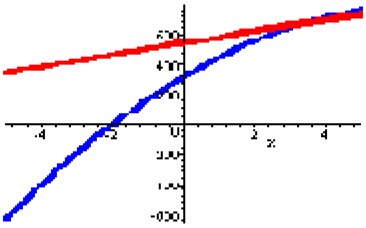
Professora, não consigo fazer o gráfico. Espero alguma sugestão no aperfeiçoamento.

(Prof^a.) *Você saberia determinar a "equação" desta reta tangente a que se refere? Com isto, você pode representar geometricamente a curva, a reta tangente em um de seus pontos, como na figura* 3.1.6 (*b*) *da p.* 174. *Vamos tentar?*

(Ass) (5, 769,13)

$m_{tan} = 40$

$y - y_1 = m(x-x_1) \Leftrightarrow y - 769{,}13 = 40(x - 5) \Leftrightarrow y = 40x + 549{,}13$



$f(x) = 320 + 140x - 10x^2$

(d) Considere, agora, que $f(x)$ representa a posição (em metros), em cada instante x (em segundos), de um móvel que se desloca numa trajetória retilínea, de acordo com a função f, dada em **(a)**. Qual é a sua **velocidade média** entre os instantes 5s e 7s?

***Discussão* 1**

(And) *A velocidade média entre* 5*s e* 7*s é* 20*m/s.*

(Prof^a.) *Muito bem! Como aprofundamento, apresente um argumento que justifique por que TVM é o mesmo que velocidade média.*

(And) *TVM é o mesmo que velocidade média porque em ambos conseguimos determinar o coeficiente angular da reta secante, obtida em um intervalo qualquer de x.*

***Discussão* 2**

(Ass) $f(x) = 320 + 140x - 10x^2$

$V_m = \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$; $x_0 = 5s$; $x_1 = 7s$; $f(7) = 810$; $f(5) = 770$

$V_m = \dfrac{f(7) - f(5)}{7-5} = \dfrac{810 - 770}{7-5} = \dfrac{40}{20} = 20m/s.$

(Prof^a.) *Está muito bem! Na verdade já tínhamos este dado, certo? Você sabe explicar por que a TVM pode ser interpretada como a velocidade média?*

(Ass) *Quando temos dois pontos distintos, por exemplo, A e B, sobre uma curva de um gráfico de uma função, e temos que o ponto B move-se ao longo da curva em direção ao ponto A, podemos traçar uma reta secante entre estes dois pontos. Em relação ao movimento de B para A, notamos que a reta secante terá de fazer uma rotação. Como a inclinação da reta secante é igual à TVM, podemos interpretar a velocidade média como a taxa de variação média.*

(e) Qual é a sua velocidade no instante 5s?

***Discussão* 1**
(And) *A sua velocidade no instante 5s é de 40m/s.*
(Prof[a].) *Isso mesmo! Aqui, também, aprofunde sua compreensão, procurando escrever um argumento que justifique por que TVI é o mesmo que velocidade instantânea.*
(And) *TVI é o mesmo que velocidade instantânea porque em ambos conseguimos determinar o coeficiente angular da reta tangente, obtida em um intervalo muito pequeno de x, ou seja, achando o limite para* $x \to 5$.

***Discussão* 2**
(Ass) $s(x) = 320 + 140x - 10x^2$
$V_{inst} = s'(x)$
$s'(x) = 0 + 140 - 20x = 140 - 20x$
$s'(5) = 140 - 20.5 = 40m/s$
(Prof[a]) *OK! Você já está utilizando a derivada, aqui! Explique qual a relação entre a derivada e a velocidade no instante 5s.*
(Ass) *A derivada da função nos dá a velocidade instantânea para um instante qualquer, no nosso caso, no instante 5s.*

Os trechos acima apresentados são partes de discussões iniciais, ocorridas entre aluno e professora, quando da apresentação da atividade. Simultaneamente, no fórum de discussões, as idéias principais eram compartilhadas. Além disto, no ambiente ocorria a divulgação das produções coletivas, selecionadas a partir das melhores sugestões relacionadas a cada atividade, sempre em aberto para novos questionamentos ou contribuições. Ao levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos, as discussões foram conduzidas com o objetivo de fazê-los progredir para níveis mais evoluídos e complexos. Nesta prática metodológica isto exigiu flexibilidade no encaminhamento das discussões, adaptando os questionamentos não somente aos conhecimentos, mas à disposição de envolvimento, demonstrados pelos participantes no decorrer das discussões. Isto implica também numa mudança de critérios de avaliação, procurando valorizar o progresso observado, pois os níveis de conhecimentos demonstrados nas conclusões apresentadas, também são variados.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A evolução desta proposta metodológica está em permanente elaboração à luz de nossa prática em sala de aula e dos propósitos do projeto, cuja fase atual é de organizando dos dados oriundos da primeira edição do programa e programação da segunda edição a ser realizada durante o próximo período de férias, no mês de julho de 2003. Mesmo não dispondo ainda da análise completa dos resultados do projeto, algumas evidências já apontam alguns resultados positivos em relação à proposta metodológica do programa, a partir de sua primeira edição.

Compartilhamos esses resultados, pois os julgamos animadores considerando, até este momento, a boa receptividade do programa junto aos alunos e colegas professores, a seriedade e estudo demonstrada pelos alunos participantes, o conhecimento matemático gerado com a realização do curso e, também, a mudança de estado do emocional, percebida, e muitas vezes declarada, pelos estudantes do MECAM, não somente pela aprovação, mas pela sua conquista, oportunizada pela possibilidade de avançar ao invés de recomeçar.

Apontamos como benefícios da metodologia proposta a possibilidade de:

- identificar as dificuldades próprias dos alunos, sem necessariamente exigir a repetição de etapas já vencidas e, em cada caso, buscar soluções para os problemas que causaram a reprovação;
- promover a (re)elaboração dos conceitos de matemática básica, que constituem condições prévias para as aprendizagens dos conceitos desenvolvidos na disciplina;
- tratar dos conceitos e suas aplicações avançando a prática das atividades manipulativas;
- detectar dificuldades nem sempre reconhecíveis num ambiente presencial, priorizando o processo de abstração do próprio aluno, a partir de suas próprias ações e da tomada de consciência das próprias ações e dos próprios erros;
- promover atividades que contribuam para o desenvolvimento de condutas de responsabilidade e autonomia nos processos de aprendizagem;
- incentivar o aluno a avaliar o seu próprio desempenho;
- desenvolvimento da habilidade de renovar conhecimentos através da reconstrução (Demo, 2002).

Salientamos ainda que a presença do professor, na função de coordenar as discussões, propondo novos questionamentos ou desafios, visando a compreensão e a construção dos conhecimentos, é fundamental. Uma qualidade de destaque da ação do professor está na capacidade de preservar a liberdade, no sentido de promover o desenvolvimento da aprendizagem a partir das respostas apresentadas.

A tarefa de orientação provocativa e questionadora não é fácil, requer, além de conhecimento, bom senso e experiência, facilidade na utilização dos recursos disponíveis no ambiente de aprendizagem e praticidade para adequá-los, modificando ou acrescentando, na medida da necessidade que se apresenta em de cada situação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, H. **Cálculo, um novo horizonte**. 6ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

AUSUBEL, D.P; NOVAK, J.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BECKER, F., FRANCO, S.R.K. et al. **Revisitando Piaget**. Porto Alegre: Mediação, 1999.

BECKER, F. **Educação e Construção do Conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

DEMO, P., Pesquisa como Princípio Educativo na Universidade. In: Moraes, R. & Lima, V.M.R. **Pesquisa em Sala de Aula - Tendências para a Educação em Novos Tempos**. Porto Alegre: EDIPUCRS, p. 51-86, 2002.

LIMA, I.G. e SAUER, L.Z. A Criação de Ambientes de Aprendizagem Matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 11, 2000, Maceió. **Anais**. Maceió: SBIE, 2000. 1 CD-ROM

LIMA, I.G. e SAUER, L.Z. Melhoria das condições de aprendizagem da Matemática para a Engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA, 29, 2001, Porto Alegre. **Anais**. Porto Alegre: COBENGE, 2001. 1 CD-ROM

LIMA, I.G. e SAUER, L.Z. Programa em Educação a Distância para a Melhoria das Condições de Aprendizagem da Matemática. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 6, 2002, Vigo. **Anais**. Vigo: RIBIE, 2002. 1 CD-ROM

LIMA, I.G. e SAUER, L.Z. Possibilidades de Aprendizagem em Matemática: Uma Prática Pedagógica em Educação a Distância. Submetido à publicação. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA. Porto Alegre, 01 a 05 de outubro, 2003a.

LIMA, I.G. e SAUER, L.Z. Uma proposta pedagógica para a (re)construção de aprendizagens em Matemática. Submetido à publicação. In: ENCONTRO DE ENSINO DE ENGENHARIA. Rio de Janeiro, 22 a 25 de novembro, 2003b.
MATURANA, H. **Emoções e linguagem na educação e na política**. Belo Horizonte: Editora da UFMG, 1999.
MORELATTI, M. R. M. A abordagem construcionista no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 6, 2002, Vigo. **Anais**. Vigo: RIBIE, 2002. 1 CD-ROM.

A Methodological Proposal and its Contribution to the Mathematical Learning for the Engineers' Formation

Abstract. *The MECAM project – Improvement in the Mathematical Learning Conditions, has originated from the research that aimed at founding differentiated pedagogical actions due to the high number of reproved students and their giving-ups in the first disciplines of Mathematics in the Engineering courses. The "Improvement of the Math Learning Conditions related to Engineering" article – Cobenge 2001 reports results of this research as basis of this project. Our goal was to implement a program for reproved students in disciplines taken in the traditional way, i. e., with the presence of the teacher in class. The students under this condition, and who haven't given up, take a course at distance in a learning web environment. The methodology of the course takes into consideration notions and concepts already acquired by the student as being the first elements of a process of (re)building of the required knowledge. It also considers the development of attitudes that may help the future engineers to overcome the difficulties related to mathematics and obtain a conduct and responsibility at the construction of their knowledge. In the first experimental edition of the program, we have given the Complementary Studies of Differential and Integral I Calculus course with the participation of Engineering students who were reproved in the second semester of 2002.*

We have reported in this article the main aspects of the program methodology as a way to promote discussions involving the teachers interested in the adoption of differentiated didactic pedagogical practices.

Key-Words: *MECAM Program, Education at Distance, Methodological Proposal, Mathematical Learning, Differential and Integral Calculus.*