

A RECEPÇÃO DO CONCEITO DE FASOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Um estudo de caso de Abstração Reflexionante

Profª Engª Liane Ludwig Loder - lludwig@iee.ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Departamento de Engenharia Elétrica da
Escola de Engenharia
Av. Osvaldo Aranha, 103 - sala 302
90035-190 Porto Alegre RS

***Resumo.** A adequação do uso do conceito de fasor, na análise e projeto de Circuitos Elétricos e no tratamento de Campos Eletromagnéticos irradiados, originou a inserção desse assunto em cursos regulares de graduação em Engenharia Elétrica. No entanto, verifica-se, na prática docente, uma significativa dificuldade de recepção deste conceito por parte dos alunos. Pretendemos, neste trabalho, à luz dos conceitos oriundos da Epistemologia Genética, mostrar nossa visão sobre a recepção e compreensão do conceito de fasor. Ao final apresentamos sugestões, objetivando com isso auxiliar os professores envolvidos nas mais diferentes disciplinas em que este assunto é abordado, na expectativa de propiciar elementos de reflexão que possibilitem uma efetiva mudança de paradigmas do processo educacional associado ao aprendizado desse conceito, mudança esta que, por extensão, entendemos ser aplicável a outras áreas de conhecimento de interesse dos Cursos de Engenharia.*

***Palavras-chave:** Educação em Engenharia, Fasor, Abstração Reflexionante.*

1. INTRODUÇÃO

A par da adequação e da enorme facilidade obtida com o uso do conceito de fasor na análise e projeto de Circuitos Elétricos e no tratamento de Campos Eletromagnéticos irradiados, fatos estes que originaram a inserção desse assunto em cursos regulares de graduação em Engenharia Elétrica, mundo afora, verifica-se uma significativa dificuldade na recepção deste conceito e, conseqüentemente, de sua aplicação por parte dos alunos.

Esta dificuldade de recepção se contrapõe à relativa facilidade observada no entendimento de outros conceitos, também usados em Eletricidade, e que envolvem relações de proporcionalidade, como por exemplo a Lei de Ohm que descreve a relação proporcional entre tensões e correntes elétricas em circuitos elétricos lineares. Em outras palavras, observa-se que os Alunos operam, com facilidade, relações que envolvem razões e proporções, mas apresentam grande dificuldade na aprendizagem de conceitos de outro nível de complexidade como é o caso do conceito de fasores, conforme veremos nesse trabalho e que motivou este estudo.

Tomamos como base teórica conceitos oriundos da Epistemologia Genética, em particular do estudo sobre Abstração Reflexionante de Piaget e colaboradores (1995) e a partir de nossa experiência pessoal como docente em disciplinas em que este assunto é abordado e de depoimentos de alunos, formulamos uma hipótese explicativa da situação analisada e, ao final, apresentamos sugestões.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 A Abstração

Na Epistemologia de Piaget, a Abstração consiste no ato de extrair significado de algo. Na conceituação por ele estabelecida, a Abstração se apresenta em duas formas distintas: na forma de uma Abstração Empírica e na forma de uma Abstração Reflexionante.

A Abstração Empírica. Esta forma de Abstração consiste em extrair informação dos objetos, retendo deles certas propriedades e excluindo outras, propriedades estas intrínsecas do objeto e que nele existiam antes de qualquer ação do sujeito epistêmico.

Esta forma de Abstração parte dos observáveis presos aos objetos, daí sua denominação. Não se limita, porém, a um simples registro de dados observados, uma vez que para abstrair de um objeto qualquer suas propriedades, faz-se necessário a utilização, por parte do sujeito, de instrumentos de assimilação (estabelecimento de relações, por exemplo) oriundos de esquemas sensório-motor ou conceituais já construídos, isto é, internalizados por ele.

É a forma predominante de Abstração do sujeito no nível sensório-motor e é típica dos processos experimentais da Ciência.

Reflexionamento e Reflexão. Reflexionamento indica ação reflexionadora (reflexão \Leftrightarrow reorganização de esquemas), ação esta que se dá subjetivamente a partir da interação do sujeito epistêmico com o mundo que o cerca.

O Reflexionamento mais elementar se dá a partir de um movimento sensório-motor e culmina com uma representação (fala, descrição) da ação executada. Em um segundo momento o sujeito já é capaz de reconstituir (com ou sem narrativa, oral ou escrita) a seqüência de ações executada no caminho da construção de seu conhecimento sobre algo. Em terceiro patamar, o reflexionamento envolve comparações com situações análogas vivenciadas. Em quarto nível se estabelecem reflexões sobre as reflexões precedentes e o desenvolvimento cognitivo do sujeito continua acontecendo em patamares de reflexionamento sucessivos.

A formação de cada um destes patamares acarreta novas reflexões (tomadas de consciência, interiorização das ações) uma vez que se trata de reconstruir sobre novo plano de entendimento o que foi projetado do plano precedente. Este processo de Reflexionamento dá-se em espiral: todo o Reflexionamento de conteúdos (observáveis) supõe a intervenção de uma forma (reflexão), e os conteúdos assim transferidos de um patamar para outro de conhecimento exigem a construção de novas formas devido à reflexão. Consequentemente, o processo de Abstração Reflexionante ocorre por uma alternância ininterrupta entre Reflexionamentos e Reflexões, de domínios cada vez mais amplos, significando que conteúdos, em um determinado patamar, são transformados em formas, que por sua vez vão dar origem a conteúdos reelaborados em novo patamar, que resultarão em novas formas em um patamar subsequente superior e assim sucessivamente, sem fim e sem começo absoluto, nisto consiste o desenvolvimento da Abstração Reflexionante.

Este movimento em espiral, característico do desenvolvimento cognitivo do sujeito epistêmico, se caracteriza por alcançar formas cada vez mais ricas e, por conseqüência, mais

importantes em relação ao conteúdo. Disto resulta que, nos níveis superiores, a Reflexão predomina em relação aos Reflexionamentos, reduzindo-se então, na evolução do processo de Abstração Reflexionante, às tematizações (operações do sujeito que se tornam objetos de pensamento). Em outras palavras, o desenvolvimento da Abstração Reflexionante implica, cada vez mais, a construção de formas em relação aos conteúdos, formas estas que podem resultar na elaboração de estruturas lógico-matemáticas ou na elaboração de teorias, forma de proceder característica da Ciência.

A Abstração Reflexionante. Esta forma de Abstração procede das coordenações das ações que o sujeito exerce sobre os objetos, e não propriamente dos objetos, isto é, procede das operações em geral do sujeito.

Consiste em refletir, primeiramente na forma de um reflexionamento (processo dinâmico e contínuo), projetando sobre um patamar superior de entendimento aquilo que é retirado de um patamar inferior, e, ato contínuo, na forma de uma ação mental de reflexão, interna ao sujeito, neste novo patamar, de reconstrução sobre este novo plano de entendimento daquilo que é projetado do precedente. Desta reorganização surge uma estrutura nova de pensamento (forma) que pode ser usada como conteúdo para novas Abstrações Reflexionantes.

Este tipo de Abstração já aparece, de forma bastante elementar, no nível sensório-motor, adquirindo um nível de complexidade crescente nos níveis subseqüentes, quando então surge a possibilidade de reflexões sobre reflexões, isto é reflexão como obra do pensamento. Neste patamar, podemos identificar dois tipos de Abstração Reflexionante: a Abstração Refletida e a Abstração Pseudo-Empírica.

A Abstração Refletida. É a Abstração Reflexionante que se tornou objeto de tomada de consciência. Ocorre nos diferentes patamares do Reflexionamento, dando possibilidade a novas Reflexões, é típica das experiências lógico-matemáticas.

À medida que o pensamento, com a evolução da Abstração Reflexionante, distancia-se dos apoios concretos, a Abstração refletida desempenha um papel cada vez mais importante, até tornar-se, ao nível das operações formais, predominante. A Abstração refletida está na base do pensamento responsável pela formação de conceitos.

A Abstração Pseudo-Empírica. Como o nome diz, é uma Abstração Empírica falsa, parte de observáveis mas não se limita a eles porquanto resulta de uma ação do sujeito sobre estes observáveis. A Abstração Pseudoempírica é realizada a partir de hipóteses, formuladas, por sua vez, a partir de uma ação empírica.

2.2 A Abstração Reflexionante como fonte de novidades

A criatividade é própria da Reflexão e, portanto, pode-se dizer que a Abstração Reflexionante é criadora de novidades uma vez que engendra, na sua evolução, uma crescente riqueza de formas, senão vejamos:

A Diferenciação. O primeiro resultado perceptível da Abstração Reflexionante é de provocar seja a diferenciação de um esquema de coordenação para aplicá-lo de maneira nova, seja a objetivação de um processo coordenador que se torna então objeto de

representação ou de pensamento, promovendo um aumento do conhecimento do sujeito, alargando seu campo de consciência e enriquecendo conseqüentemente sua conceituação.

Mesmo se a coordenação, transferida por Reflexionamento, do plano da ação ao da conceituação, permanecer a mesma, este Reflexionamento provoca uma nova forma (nova correspondência entre o conceito e a situação prática, nova coordenação de ações). O processo de esclarecimento através das narrativas é um exemplo ilustrativo do que acabamos de dizer.

A *noção de ordem*. Dentro do processo de desenvolvimento cognitivo do sujeito, a noção de ordem tem lugar de destaque. É uma construção tipicamente associada ao processo de Abstração Reflexionante. Mesmo para constatar, empiricamente, a existência de ordem numa série de objetos é preciso utilizar ações que por si só são ordenadas. É difícil imaginar a relação de dependência ordenada como extraída de outra fonte que não a das coordenações da própria ação. É difícil imaginá-la, por exemplo, como extraída diretamente dos observáveis físicos.

A *comparação*. A comparação entre coordenações análogas também é resultado de um Reflexionamento e produz novidades. Primeiramente se dá por diferenciação dos conteúdos, procede estabelecendo correspondências entre as ações e só tardiamente centra-se nas analogias de estrutura, desta forma concluindo o processo de comparação através de Abstrações Refletidas. As comparações podem conduzir ao estabelecimento de modelos, isto é, estruturas qualitativas comuns que servem para solução de um sem número de problemas, procedimento comum na Ciência.

A *construção da negação*. Seguindo na análise da influência da Abstração Reflexionante na construção do conhecimento, nos deparamos com o processo de generalização das negações ou inversões. É visível que, inicialmente predominam as afirmações, as características positivas, a presença. Não se percebe um aspecto negativo, uma ausência de propriedade. A negação exige de maneira efetiva uma construção nova que por sua vez é extraída, por Abstração Reflexionante, das diferenças.

A construção da negação, não só no plano formal, mas também no plano empírico (expectativas frustradas, previsões desmentidas), leva a uma nova etapa na construção do conhecimento que trata da quantificação das extensões. No plano formal, pode-se dizer que a capacidade do indivíduo para realizar operações numéricas está intimamente relacionada com a sua capacidade de operar a reversibilidade.

Com a construção das quantificações e da reversibilidade o indivíduo está apto a construir estruturas lógico-matemáticas, estruturas estas que possibilitarão reflexões sobre as reflexões anteriores, tornando possíveis o aparecimento de uma meta-reflexão sistemática. Em outras palavras, proporcionando o desenvolvimento cognitivo do sujeito na direção da busca da razão das coisas.

Resumidamente, podemos dizer que cada ato de Abstração Reflexionante se dá a partir de coordenações em curso, isto é, desde já existentes, mas com o acréscimo de novas características resultantes de uma construção criadora, inovadora. Este processo implica num constante desequilíbrio cognitivo, estado dinâmico este que se caracteriza por

constantes trocas, durante e após as quais o sujeito cresce cognitivamente, preservando sua integridade intelectual e se enriquecendo com novas estruturas cognitivas.

O processo de equilíbrio descrito comporta tres etapas: 1.Acomodação¹ dos esquemas² aos objetos (exteriores ou de pensamento); 2.Assimilação recíproca dos esquemas; 3.Integração de subsistemas em totalidades.

De modo geral, pode-se dizer que cada novidade endógena consiste na realização de possibilidades abertas pela construção dos níveis precedentes. Cada coordenação, uma vez realizada, possibilita novas assimilações recíprocas, com acomodações mútuas que diferenciarão os esquemas a coordenar e possibilitarão novas integrações.

A transposição de estruturas de um patamar inferior ao patamar seguinte de Reflexionamento é, por si só, fonte de múltiplos desequilíbrios. A necessidade de um equilíbrio entre Assimilação e Acomodação e o fato de ser esta a causa de diferenciações é fonte de novidades. Este processo pressupõe uma certa duração, é laborioso. A Abstração consiste por si só numa diferenciação que por sua vez acarreta a necessidade de integração em novas totalidades, sem as quais a Assimilação deixa de funcionar.

Concluindo, a Abstração Reflexionante conduz a generalizações e daí advém seu caráter construtivo, diferentemente do caráter simplesmente indutivo ou extensivo da Abstração Empírica.

2.3 O conceito de Fasor

Aproximando nossa análise do tema motivador desse estudo, iniciamos relembando o conceito de fasor (“phasor”, no original em inglês),. Este conceito, estabelecido na Matemática dos Números Complexos, foi transportado para a Engenharia como ferramenta de trabalho, para operar com grandezas variáveis harmônicamente no tempo, na primeira metade deste século. No caso da Engenharia Elétrica, estas grandezas podem ser tensões e correntes elétricas alternadas (AC) existentes em Circuitos Elétricos em geral, bem como campos elétricos e magnéticos associados a ondas eletromagnéticas irradiadas por uma antena, por exemplo.

O conceito está fundamentado na relação estabelecida no teorema de De Moivre que expressa uma exponencial complexa em uma soma de sinusóides :

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j \operatorname{sen}\theta$$

esta relação em termos de funções sinusoidais no tempo pode ser escrita como:

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \operatorname{sen} \omega t$$

Caso considerarmos só a parte real deste número complexo, teremos expresso na forma exponencial uma função co-senoidal no tempo, caso considerarmos só a parte imaginária deste número complexo, teremos a expressão matemática de uma função senoidal no tempo.

Por estudos atribuídos ao matemático Fourier, é possível interpretar um sinal variável no tempo como uma soma de sinais harmônicos adequadamente selecionados, a expressão

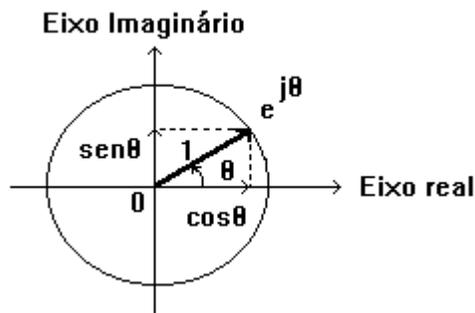
¹ Acomodação é a resposta do sujeito aos desafios do meio integrados por assimilação. É uma resposta estruturada. O sujeito assimila novos objetivos a um esquema anterior e cria, por acomodação, novos esquemas. Assimilação e acomodação, combinados, constituem o cerne da atividade intelectual do sujeito.

² Esquema é aquilo que é generalizável numa determinada ação; é condição da ação.

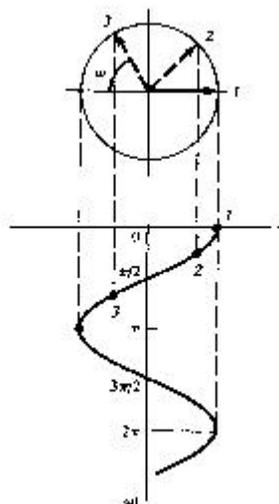
de uma função com variação temporal através do uso de funções harmônicas é absolutamente geral, donde reside a adequação do uso destas funções para representar sinais elétricos variáveis no tempo.

No caso específico de sinais elétricos e radioelétricos, para os quais muitas vezes se faz necessário operar diferenciações e integrações matemáticas, o uso da notação exponencial complexa se reveste de especial interesse, uma vez que derivar e integrar funções exponenciais é bem menos laborioso que derivar e integrar funções sinusoidais.

A expressão de sinais harmônicos em termos de funções exponenciais complexas ainda traz, como vantagem adicional, a possibilidade de resolvermos problemas, que envolvam sinais elétricos variáveis no tempo, de uma forma gráfica. Isto porque permite estabelecer uma representação gráfica das funções exponenciais complexas correspondentes às funções harmônicas usadas para descrever estes sinais. Esta representação gráfica, feita em coordenadas polares, é atribuída ao matemático francês Leonhard Euler, e é esta representação que dá origem ao conceito de fasor, conforme mostrado nas ilustrações a seguir:



Representação do fasor unitário expresso por $e^{j\theta}$



Correspondência entre a representação de um sinal sinusoidal no tempo e na forma de um Fasor

3. A RECEPÇÃO E APREENSÃO DO CONCEITO DE FASOR COMO UM EXERCÍCIO DE ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE

No domínio físico os observáveis são dados, mas devem ser ultrapassados, em larga escala, para atingir as ligações objetivas das quais manifestam apenas um aspecto parcial.

O domínio espacial físico, em compensação, beneficia-se de um duplo privilégio: os observáveis figurativos inserem-se nas transformações racionais e estas são representáveis, sob uma forma figurativa, fazendo uma mistura entre capacidade operatória e de representação visual que os matemáticos chamam de intuição geométrica.

Particularmente, nos interessam, no caso analisado, as relações entre os aspectos figurativo (representação) e operativo (ações e operações) do conhecimento. Apesar de não ser o nosso problema de ordem espacial física (é na verdade, um problema matemático que envolve operações lógico-aritméticas e sua representação em um espaço matemático), nos parece razoável supor que as Abstrações que se dão nos dois casos, no espaço físico e no espaço matemático, são similares e nessa linha seguiremos em nossa análise.

Em sua dupla natureza, de extensão dos objetos e de geometria do sujeito, o espaço constitui desde o nível sensório-motor o ponto de junção entre a realidade exterior e as operações do sujeito, de onde surge a união particular entre Abstração Reflexionante e Abstração Empírica.

Se o espaço constitui um ponto de junção entre as propriedades do objeto e as operações do sujeito, sua evolução não é menos instrutiva pois que toda a evolução da geometria é a de uma formalização progressiva que dissocia as formas operatórias de seu conteúdo figurativo.

A intuição geométrica inicial é, aos poucos, dissociada numa formalização. Uma tal evolução mostra que o espaço conserva seu papel de mediador entre o sujeito e o objeto, fazendo com que esta incorporação progressiva do real ao espaço seja acompanhada, ao nível das ações do sujeito, de uma assimilação recíproca, cada vez mais estreita, entre as estruturas geométricas e as estruturas algébricas. Processo este que revela uma integração operatória cada vez mais desenvolvida e, por consequência um jogo cada vez mais complexo de Abstrações Reflexionantes.

Desde os níveis mais elementares de Abstração, as reações observadas aos problemas geométricos apresentam, primeiramente uma primazia da Abstração Empírica envolvida, esboçando uma Abstração Reflexionante que assume importância cada vez maior ao longo dos estágios seguintes. No domínio espacial, a Abstração Refletida, dentro do processo de Abstração Reflexionante, começa tardiamente (ao nível das operações concretas), sendo fonte de novidades, possibilitando reflexões sobre reflexões, isto é, o início de um pensamento reflexivo.

Em nosso caso, isto é, na apreensão e uso do conceito de fasor, as operações geométricas feitas são semelhantes àquelas realizadas pelo sujeito nas operações de álgebra com vetores, o que faz com que facilmente o sujeito confunda as operações feitas num espaço matemático (operação fasorial) com as operações feitas no espaço físico (operação vetorial), levando-o a interpretações inadequadas dos resultados obtidos.

Concluindo, identificamos dois patamares de dificuldade na apreensão e uso adequado do conceito de fasor, quais sejam: primeiro, dificuldade naturalmente esperada, na análise de um problema espacial, conforme descrito nos parágrafos anteriores; em segundo

lugar, o fato de serem muito semelhantes as operações efetuadas no âmbito da Álgebra de Fasores e da Álgebra de Vetores, o que também constitui fonte de dificuldades. Neste último aspecto é necessário que o sujeito tenha presente tratarem-se de problemas distintos, por usarem espaços matemáticos de referência (representação) distintos, respectivamente, o espaço temporal e o espaço tridimensional, sem o que a dificuldade na distinção entre os conceitos de Fazor e Vetor fica estabelecida, e conseqüentemente, a interpretação dos resultados obtidos com o uso desses conceitos, fica prejudicada.

4. CONCLUSÕES

O conceito de fasores é abordado no âmbito do Curso de Engenharia Elétrica da UFRGS em várias disciplinas, situação que provavelmente também ocorre em Cursos similares, em outras Instituições. Em nosso caso, o primeiro contacto dos Alunos ocorre na disciplina de Física II, no 2º sem do Curso quando então os conteúdos da área Matemática se referem àqueles desenvolvidos nas disciplinas de Cálculo I, Geometria Analítica e Álgebra Linear. Pelo depoimento dos alunos, este conteúdo apesar de constar no programa da disciplina nem sempre é abordado, ou quando o é se faz em caráter preliminar.

Em uma segunda etapa, os alunos retomam o assunto na disciplina Eletricidade A que é ofertada no 3º sem do Curso. Neste caso, pelo depoimento de alunos, o assunto é apresentado pelo Professor, mas ainda permanece sob uma aura de mistério.

Mais adiante, o assunto é retomado na disciplina de Circuitos Elétricos II, então no 5º sem do Curso e nesta etapa, e exaustivamente aplicado, quer pelo Professor na análise de circuitos elétricos que ele apresenta à turma, quer pelos Alunos na resolução de infundáveis listas de exercícios também propostas pelo Professor. O fato é que, neste patamar, os Alunos já "percorreram" todas as disciplinas da área Matemática do Curso, o que perfaz um total de seis disciplinas, distribuídas nos quatro semestres anteriores, e, ainda assim a percepção que se tem é que uma apreensão eficaz do assunto, com extensão da validade de sua aplicação e de suas limitações, ainda não se deu.

A investigação das possíveis causas para a compreensão, aparentemente tardia, deste conceito, ao nosso ver estão relacionadas ao processo de ensino em curso. Falamos de Ensino e não de Aprendizado pois o que verificamos é a existência de uma prática pedagógica centrada na figura do Professor no período descrito.

Sabemos que inúmeras são as tentativas feitas pelos Professores envolvidos, uso de recursos audiovisuais (transparências eletrônicas, simuladores, vídeos, etc), diferentes são as abordagens, pois os Professores tem experiência profissional distinta, com tempo de docência distintos, e o fracasso dessas abordagens persiste, conforme depoimento dos próprios Alunos .

Ao analisar a situação descrita sob a ótica dos estudos feitos sobre Abstração Reflexionante, parece previsível os resultados insatisfatórios obtidos com a aplicação de uma Pedagogia baseada na figura do Professor como Agente e do Aluno como Objeto do processo de ensino.

Falar em processo de ensino sem o correspondente processo de aprendizagem parece um contrasenso sob este ponto de vista, na verdade, à luz da Epistemologia Genética, deve-

se falar antes de tudo em processo de aprendizagem, processo este essencialmente interativo.

Ao nosso ver, uma análise mais cuidadosa dos processos cognitivos envolvidos na construção do conceito de fasor, possibilitariam ao Professor vislumbrar e estabelecer novas estratégias na sua prática docente que fossem capazes de permitir o aprendizado do Aluno sobre este conceito, ao longo do Curso, em um menor número de etapas.

E, nesse contexto, a partir da fundamentação teórica que expomos inicialmente, nos parece importante e eficaz a estratégia de transformar a relação Professor → Aluno em uma relação Professor ↔ Aluno. Esta mudança paradigmática nos parece não só adequada, mas necessária não só na situação analisada neste trabalho como também nas mais variadas situações ao longo do processo de formação profissional em curso. Em resumo, a transformação da relação impositiva do Professor, que identificamos neste trabalho, em uma relação interativa Professor- Aluno por si só evitaria as necessidades constantemente "criadas" de modificação curricular, quer seja pela inserção de novas disciplinas para eliminar "lacunas" de conhecimento, quer seja pela alteração de cargas horárias com a mesma finalidade de superar as dificuldades de compreensão apresentadas pelos Alunos no contacto com os mais variados conteúdos.

REFERÊNCIAS

1. Boyer, C., *História da Matemática*, Ed. Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 1974
2. Edminister, J., *Circuitos Elétricos*, Schaum McGraw-Hill do Brasil, 2ª Ed., São Paulo, 1985.
3. Piaget, J. *Abstração Reflexionante - Relações Lógico-Aritméticas e Ordem das Relações Espaciais*, Artes Médicas, Porto Alegre, 1995.
4. Piaget, J. *Evolução intelectual da adolescência à vida adulta*, Human Development, 15:1-12, 1972.
5. Scott, R. E., *Elements of Linear Circuits*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1965.

