

## CONTEXTO HISTÓRICO NA CARACTERIZAÇÃO DA RESISTÊNCIA HIDRÁULICA EM CONDUTOS FORÇADOS

**José Carlos Lauria** – jclauria@maua.br

Escola de Engenharia Mauá, Departamento de Engenharia Mecânica e Metalúrgica

Praça Mauá, 1

09580-900 São Caetano do Sul – SP

***Resumo.** Desenvolve-se um panorama histórico sintético sobre a fundamentação das noções pertinentes à perda de carga distribuída em condutos forçados de modo a formar uma visão generalista no assunto e facilitar a aplicação subsequente do conceito.*

***Palavras-chave:** Perda de carga, Darcy-Weisbach, Condutos forçados*

### 1. INTRODUÇÃO

Koestler (1964, p. 266) assinala a impossibilidade de se herdar o passado; para adquirir conhecimentos é preciso recriá-los.

A maneira mais importante e produtiva de ensino/aprendizado é o estudante redescobrir e readquirir as respostas e métodos do passado, agora de forma metódica e guiada.

Confrontar o estudante com soluções prontas ou definições categóricas significa despojar do aprendizado o envolvimento pessoal, bloquear o impulso criativo, impedir a aventura do conhecimento.

A partir da consolidação dos conceitos sobre dissipação de energia em condutos forçados na década de 40, a noção do coeficiente de perda de carga distribuída passou gradativamente a ser encarada como um termo da equação de Darcy-Weissbach, cujos valores de referência são encontráveis no diagrama de Moody.

Durante longo período o tratamento se revelou suficiente nas aulas de mecânica dos fluidos. Em decorrências das mudanças (radicais) no contexto tanto do registro e transmissão de conhecimentos como das exigências de formação profissional –além de novas expectativas dos estudantes quanto à maneira de as aulas serem ministradas– a noção da perda de carga assim apresentada, como tantas outras, passou a ser vista como uma espécie de elemento destituído de substância.

Com o intuito de formar uma percepção abrangente do tópico, bem como assinalar as dificuldades inerentes à sua consolidação, o autor decidiu envolver a definição do coeficiente de perda de carga distribuída em panorama histórico sintético.

Começa-se por assinalar as primeiras tentativas de correlação entre dissipação e condições de escoamento realizadas no século XVIII, direciona-se o assunto para as sucessivas constata-

ções verificadas ao longo dos séculos XIX e XX, para finalizar com formas de representação explícita do coeficiente em decorrência da computação digital.

O trabalho foi desenvolvido para apresentação nas aulas de mecânica dos fluidos ministradas pelo autor na Escola de Engenharia Mauá.

## 2. FORMA DE APRESENTAÇÃO

No próximo item é exposto o texto completo do assunto desenvolvido. O material é reprogramado e distribuído individualmente aos alunos, com a apresentação realizada por transparências de modo a permitir discussão ampla do tópico e a concentração dos alunos no tema.

Durante o desenvolvimento são mostrados os diagramas de Saph e Schoder (Rouse & Ince, p. 233), de Nikuradse e de Moody.

## 3. O ESTUDO DESENVOLVIDO

Como elemento preparatório ao estudo de perda de carga, faz-se a seguir breve revisão histórica sobre a representação da resistência hidráulica em condutos.

### 3.1 Esforços iniciais

De longa data é a preocupação na ciência e na engenharia com a dissipação de energia em escoamentos. Em 1750 a Academia de Ciências de Berlim promoveu concurso de teses sobre a teoria da resistência fluida.

Diversos foram os candidatos, dentre eles muitos pesquisadores de renome. Contudo, a Academia decidiu suspender a premiação até que os autores apresentassem evidências experimentais capazes de sustentar suas argumentações.

Desde então inúmeras foram as propostas para este mesmo fim, com o tempo encarregando-se de selecioná-las e consolidar a mais representativa.

Credita-se a Antoine Chézy (1718-1798) a primeira tentativa de exprimir, de modo fenomenológico, a resistência ao logo de condutos.

Em 1768 Chézy foi designado para ampliar o sistema de abastecimento de água de Paris. Não encontrando elementos sobre projeto de canais na literatura, ele passou a pesquisar a correlação em geometria do canal e escoamento. Sua observação conclusiva, registrada em 1775, foi de que entre duas correntes comparáveis o termo  $V/\sqrt{R s}$  é o mesmo, sendo  $V$  a velocidade;  $R$  o hidráulico; e  $s$  a declividade (Rouse, p. 1080).

A formulação original de Chézy refere-se apenas a comparações entre escoamentos similares. Posteriormente outros pesquisadores chegaram à mesma constatação de modo independente ou revisaram as observações de Chézy, até alcançar-se à representação matemática dos acontecimentos.

Experiências meticulosas em escala reduzida sobre a resistência de corpos imersos em fluido foram conduzidas por Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806) e relatadas em 1800. Dois modos de resistência foram identificados por ele (Rouse & Ince, p. 140):

- i) Devido à coesão das moléculas de fluidos, as quais são separadas umas das outras em certo intervalo de tempo. Efeito proporcional à quantidade de moléculas e, em consequência, à velocidade de deformação.
- ii) Decorrente da inércia das moléculas se chocando contra as irregularidades do contorno sólido. Ação proporcional tanto à quantidade quanto à velocidade das moléculas e, assim, à velocidade de deformação ao quadrado.

As formulações de resistência de Chézy e de Coulomb foram ampliadas por Gaspar Clair François Marie Riche de Prony (1755-1839). Em 1804 ele propôs uma expressão descritiva da resistência ao escoamento em canais, a qual continha termo adimensional; uma das primeiras contribuições conhecidas indicando a participação de tal tipo de parâmetro em hidráulica (Rouse & Ince, p. 142).

Sendo na Natureza maior a frequência de escoamentos turbulentos do que laminares, durante séculos observou-se a turbulência sem se atentar para os seus detalhes.

Somente após o aprofundamento das investigações no século XIX foi possível notar que a turbulência é capaz de alterar acentuadamente as condições de resistência em escoamentos.

Ampliando estudos sobre efeitos de temperatura na resistência do escoamento em tubos de pequeno diâmetro realizados por Gerstener em 1796, Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen (1797-1884) publicou em 1839 artigo registrando que poderiam existir dois tipos de escoamento. Por medida do fluxo de água em tubos de cobre Hagen deduziu a expressão para a diferença de pressão (Rouse & Ince, p. 157; White, p. 291)

$$\Delta p = (\text{constante}) \frac{L Q}{R^4} + \text{efeitos de entrada}$$

onde  $L$  é o comprimento e  $R$  o raio do tubo; e  $Q$  a vazão. Sabe-se hoje que a expressão corresponde ao comportamento laminar.

Hagen verificou que a fórmula deixava de ser válida com o aumento da vazão além de certo limite e assinalou em seu artigo que haveria uma segunda forma de escoamento caracterizada por “intensos movimentos da água para os quais a diferença de pressão varia com a segunda potência da vazão...” Ele reconheceu, contudo, não ter condições para explicar as razões do fenômeno (White, p. 291).

Em 1883 Osborne Reynolds (1842-1912) mostrou que a mudança do escoamento laminar para turbulento depende da composição entre as propriedades físicas do escoamento ( $\rho$ , massa específica;  $\mu$  coeficiente de viscosidade), velocidade média  $V$  e diâmetro  $D$ , segundo o seguinte parâmetro hoje conhecido como número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (1)$$

Das medições de Hagen constata-se que a diferença de pressão varia linearmente com a velocidade média até cerca de 0,33 m/s ( $Re = 2100$ ). Acima de 0,66 m/s ( $Re = 4200$ ) o comportamento da diferença de pressão é quase quadrático com a velocidade (White, p. 291). De fato tem-se  $Dp$  a  $V^{1,75}$ , cuja potência de 1,75 parece ser incoerente em termos dimensionais, mas plenamente justificada pela representação adimensional do fenômeno, conforme pode ser constatado no diagrama de Moody a ser referido na sequência.

Ademais, para condições de elevada turbulência vê-se que a dependência entre variação de pressão e velocidade é exatamente quadrática.

### 3.2 Consolidação

Elevadíssima quantidade de pesquisadores trataram da resistência hidráulica, sendo propostos os mais diversos tipos de fórmulas descritivas. Azevedo Netto (pp. 181-182) apresenta em ordem cronológica lista de 40 fórmulas englobando o período de 1775 a 1903, bem como citando outras 70 do período subsequente.

Grande mérito teve Henry Philebert Gaspard Darcy (1803-1858) ao demonstrar de modo conclusivo que a resistência hidráulica depende tanto do tipo como do acabamento da fronteira sólida que confina o escoamento. Em 1857 ele publicou resultados de cerca de 200 observações envolvendo 22 condutos de variados materiais, diâmetros e condições de uso (Rouse & Ince, p. 170; Azevedo Netto, p. 183).

Darcy propôs uma fórmula de resistência para tubos lisos englobando coeficientes dimensionais, a qual tinha validade bem superior às precedentes.

Julius Weissbach (1806-1871) tornou a hidráulica parte integral da engenharia mecânica ao escrever tratado em três volumes. A primeira edição foi em 1845, incorporando as melhores informações experimentais disponíveis na época, além de suplementá-las com suas próprias investigações (Rouse & Ince, pp. 161-163).

Firme defensor do uso de coeficientes adimensionais na descrição de escoamentos, Weissbach foi o primeiro, por exemplo, a representar a perda de carga em tubos como

$$\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (2)$$

conhecida hoje como equação de Darcy-Weissbach (Rouse & Ince, p. 163 e p. 171), e para a qual  $f$  é o coeficiente de perda de carga distribuída e  $g$  a aceleração da gravidade.

Os inúmeros estudos realizados sobre a resistência ao escoamento de líquidos permitiram concluir que em tubos retilíneos de secção circular ela é:

- i) diretamente proporcional ao comprimento;
- ii) inversamente proporcional ao diâmetro elevado a uma certa potência;
- iii) função da velocidade elevada a uma certa potência;
- iv) dependente do acabamento superficial do tubo, quando de regime turbulento;
- v) independente do acabamento superficial do tubo, no caso de regime laminar;
- vi) independente da inclinação do tubo em relação à direção da gravidade;
- vii) independente da pressão interna ao líquido em escoamento.

Em série de artigos entre 1828 e 1841 Jean Louis Poiseuille (1799-1869), médico interessado na pesquisa da capacidade de bombeamento do coração e no escoamento pelos vasos capilares, publicou resultados extensivos sobre a dissipação de energia em tubos capilares (Rouse & Ince, p. 160).

As medidas realizadas por Poiseuille levaram a expressão descritiva da perda de carga em escoamento laminar através de tubos de secção circular, da qual se deriva a expressão do coeficiente de perda de carga (Feghali, p. 218)

$$f = \frac{64}{Re} \quad \text{para } Re < 2000 \quad (3)$$

Paul Richard Heinrich Blasius (1883-1970) em 1908 publicou uma solução analítica para a distribuição de velocidades e resistência da camada limite laminar, a qual colocou em termos quantitativos solução teórica proposta anteriormente.

Em 1911 Blasius demonstrou que o coeficiente de perda de carga em tubos lisos de secção circular depende unicamente do número de Reynolds (Feghali, p. 235), na forma

$$f = \frac{0,316}{\text{Re}^{0,25}} \quad (4)$$

Experiências posteriores mostraram que esta equação tem representatividade significativa para números de Reynolds de até  $10^5$ .

Thomas Edward Stanton (1865-1931) realizou importantes estudos sobre a resistência hidráulica em condutos (Rouse & Ince, p. 238). Em razão dos seus esforços é comum na literatura britânica atribuir a ele em 1914 a primeira descrição gráfica entre as condições do escoamento em tubos com o número de Reynolds (Rouse, p. 1083).

Em realidade, a primazia coube a Blasius em 1913 quando ele propôs diagrama expressando a resistência da camada limite em função do número de Reynolds. Blasius se valeu de resultados experimentais tanto seus como de outros pesquisadores, entre eles Saph e Schoder (Rouse & Ince, p. 232).

Em 1933, Johann Nikuradse (1894-1979) divulgou na Alemanha resultados de uma série de investigações sobre a resistência em tubos com rugosidade uniforme artificial (areia de granulometria constante cimentada em vidro), demonstrando que o coeficiente de perda de carga da equação de Weissbach depende tanto do número de Reynolds como da proporção entre rugosidade superficial e diâmetro, ou rugosidade relativa (Azevedo Netto, p. 199).

O registro gráfico das pesquisas de Nikuradse chega a algumas vezes ser referido como diagrama de Stanton.

Em escala di-logarítmica, o diagrama de Nikuradse representa o coeficiente de perda distribuída versus número de Reynolds, tendo como parâmetro a rugosidade relativa. O resultado proporciona uma descrição panorâmica da perda de carga tanto para os regimes laminar e turbulento como para tubos lisos e rugosos.

Nikuradse ensaiou três tamanhos de tubos e combinou a granulometria da areia de forma a obter a mesma rugosidade relativa para tubos diferentes (Streeter et al., p. 291). Tais experiências ilustram os importantes fundamentos:

- i) A diferença física entre escoamento laminar e turbulento é indicada pela alteração do coeficiente de atrito próxima do número de Reynolds de 2100;
- ii) A condição laminar é caracterizada por ser independente da rugosidade do conduto;
- iii) O coeficiente de atrito passa a depender apenas da rugosidade do conduto em números de Reynolds elevados;
- iv) As curvas para tubos rugosos divergem da curva de tubo liso à medida que o número de Reynolds aumenta.

Experiências análogas às de Nikuradse para rugosidade não uniforme foram realizadas por C. M. White (1898-?) e seu aluno C. F. Colebrook (1910-?). No ano seguinte Colebrook propôs fórmula semi-empírica para o coeficiente de perda de carga em tubos industriais novos (White, p. 313). Sendo  $\lambda$  a rugosidade relativa

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left( \frac{\lambda}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (5)$$

conhecida como equação de Colebrook-White. Por sua representatividade ela é comumente adotada como fórmula de trabalho para o cálculo de escoamentos turbulentos. Todavia, a expressão tem a desvantagem de ser implícita, demandando usualmente solução por tentativas.

Outro aspecto crítico não só no emprego da equação de Colebrook-White como da descrição da resistência hidráulica em geral é a caracterização da rugosidade superficial. No caso de tubos industriais adota-se uma *rugosidade relativa equivalente*, determinada comparando-se os resultados do ensaio do tubo industrial com diagrama de Nikuradse.

Descrições gráficas da equação de Colebrook-White foram publicados por alguns pesquisadores, obtendo maior aceitação a proposta de Lewis F. Moody (1880-1953), referida como diagrama de Moody, onde se verifica:

- i) No regime laminar a perda de carga é independente da rugosidade superficial. Tem-se que  $f = 64/Re$ .
- ii) Na região entre os regimes laminar e turbulento ocorre uma condição crítica de escoamento.

Nela é difícil a identificação do coeficiente de perda de carga distribuída de maneira estável pois o escoamento apresenta uma combinação de efeitos laminares e turbulentos, acentuando-se uma ou outra característica conforme o número de Reynolds se situa próximo dos limites de cada condição.

Para tubos comerciais e cálculo de tubulações pode-se adotar a região de transição de escoamento laminar para turbulento como compreendida entre  $2000 \leq Re \leq 4000$ .

- iii) No início do regime turbulento o comportamento do coeficiente de perda distribuída com o número de Reynolds é variável para, depois de certa condição de turbulência, se tornar constante. Como consequência, é possível dividir-se o regime em duas partes:

- Região de turbulência de transição. O coeficiente de perda de carga distribuída varia tanto com o número de Reynolds como com a rugosidade relativa.
- Região de turbulência completa. Identificada por comportamento paralelo ao eixo das abcissas, de modo que o coeficiente de perda varia apenas com a rugosidade relativa.

A turbulência de transição corresponde à condição  $Dp$  a  $V^{1,75}$  constatada a partir dos dados de Hagen; e na turbulência completa tem-se  $Dp$  a  $V^{2,0}$ .

- iv) Quanto maior for a rugosidade relativa, tanto menor é o número de Reynolds para qual o regime de turbulência completa se inicia.
- v) Para rugosidade relativa tendendo a zero, o coeficiente de perda de carga distribuída passa a depender unicamente do número de Reynolds: é o regime de parede lisa, o qual se contrapõe ao de turbulência completa.

A principal dificuldade na aplicação do diagrama de Moody é a caracterização segura do valor da rugosidade relativa. Poucos autores discutem a precisão do diagrama. White (p. 313) sugere a adoção de  $\pm 15$  por cento para fins de cálculo de projeto.

Streeter et al. (p. 295) indicam que dois algarismos significativos são suficientes para os cálculos do coeficiente de perda distribuída segundo o diagrama de Moody.

Na turbulência completa o coeficiente de perda de carga distribuída é independente do número de Reynolds, sendo expressável pela fórmula de von Kármán (Feghali, p. 242)

$$f_{TC} = (1,14 - 2,0 \log \lambda)^{-2} \quad (6)$$

válida a partir do número de Reynolds característico da turbulência completa dado por

$$\text{Re}_{\text{TC}} = \frac{200}{\lambda \sqrt{f_{\text{TC}}}} \quad (7)$$

Para tubo liso no regime turbulento White (p. 310) indica a fórmula

$$f_{\text{LI}} = \left( 1,8 \log \frac{\text{Re}}{6,9} \right)^{-2} \quad (8)$$

Em tubos lisos o coeficiente de perda distribuída diminui continuamente com o número de Reynolds, não se verificando um valor constante para ele. Do diagrama de Moody tem-se para o regime turbulento  $0,008 \leq f \leq 0,042$ , com o valor médio de  $0,025$ .

Como ordem de grandeza para verificação de cálculos, é importante ter em mente que no diagrama de Moody os valores do coeficiente de perda distribuída variam entre  $0,008$  e  $0,08$ .

### 3.3 Formulação explícita

Com o advento da era digital tornou-se desejável a determinação do coeficiente de perda distribuída sem recurso gráfico ou por procedimentos iterativos. A partir da década de 70 surgiram diversas formulações explícitas aproximadas da equação de Colebrook-White.

Swamee e Jain (p. 663) propõem a representação para o coeficiente de perda de carga distribuída para o regime turbulento

$$f = 0,25 \left[ \log \left( \frac{\lambda}{3,7} + \frac{5,74}{\text{Re}^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad (9)$$

indicando que ela tem um desvio de no máximo um por cento em relação à fórmula de Colebrook-White para

$$10^{-6} \leq \lambda \leq 10^{-2} \quad \text{e} \quad 5000 \leq \text{Re} \leq 10^8$$

Para todos os regimes de escoamento Swamee (p. 163) sugere a expressão

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{\text{Re}} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln \left( \frac{\lambda}{3,7} + \frac{5,74}{\text{Re}^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{\text{Re}} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125} \quad (10)$$

também com uma variação máxima de um por cento em comparação com a equação de Colebrook-White.

### 3.4 Conclusão

Está consolidado o emprego da equação de Darcy-Weisbach para o cálculo da resistência hidráulica em condutos forçados. Em virtude da elevada variabilidade no acabamento superficial das tubulações produzidas industrialmente, permanece ainda a dificuldade de se caracterizar de maneira satisfatória a rugosidade relativa equivalente dos tubos.

As várias versões da expressão de Colebrook-White, a original implícita, o diagrama de Moody ou as formulações explícitas, representam uma referência para o cálculo da perda de

carga em tubos industriais novos. Considerações específicas precisam ser tecidas para o caso da variação do coeficiente de perda distribuída com o desgaste provocado pelo uso da tubulação.

Diante das incertezas na definição da rugosidade equivalente de condutos é plenamente justificado o uso de representações explícitas para o cálculo do coeficiente de perda de carga distribuída.

## REFERÊNCIAS

- Azevedo Netto, J. M. de & Alvarez, G. A. **Manual de hidráulica** – 7ª edição, Vol. 1. São Paulo: Edgard Blücher, 1982.
- Feghali, Jaurés Paulo **Mecânica dos fluidos** – Vol. 2. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1974.
- Koestler, Arthur **The Act of Creation**. London: Arkana, 1964.
- Streeter, Victor L.; Wylie, E. Benjamin & Bedford, Keith W. **Fluid mechanics** – 9<sup>th</sup> edition. Boston: McGraw-Hill, 1998.
- Rouse, Hunter *Some paradoxes in the history of hydraulics* . **ASCE Journal of the Hydraulics Division**, V. 106, No. 6, jun 1980, pp. 1077-1084.
- \_\_\_\_ Rouse, & Ince, Simon **Hystory of hydraulics**. New York: Dover, 1957.
- Swamee, Prabhata K. *Design of a submarine oil pipeline*. **Journal of Transportation Engineering**, v. 119, n. 1, Jan/Feb 1993, pp. 159-70.
- \_\_\_\_ & Jain, A. K. *Explicit equations for pipe-flow problems*. **ASCE Journal of the Hydraulic Division**, v. 102, n. HY5, May, 1976, pp.657-664.
- White, Frank M. **Fluid mechanics**. New York: McGraw-Hill, 1986.