



• PROCEDIMENTOS PARA A DETERMINAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS DOS CIRCUITOS EQUIVALENTES AO SISTEMA CARDIOVASCULAR HUMANO

Bruno Igor Dias de Sousa – igordias15@hotmail.com
Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Elétrica.
Endereço: Rua Augusto Corrêa, 01 - Guamá
66075-110 – Belém - Pará

Leiliane Borges Cunha – leilianebc@hotmail.com

José Augusto Lima Barreiros – barreiro@ufpa.br

***Resumo:** Com o avanço da tecnologia, surgem cada vez mais projetos para auxiliar as atividades desenvolvidas diariamente pelos seres humanos. Pode-se constatar este avanço em várias vertentes de desenvolvimento de estudos, uma delas é na área de auxílio à saúde. Cada vez mais os cientistas tentam descobrir novas formas para otimizar o atendimento a doenças que até então não apresentam uma cura imediata, dentre estas pode-se destacar as que afetam o sistema cardiovascular. Sendo este um dos principais sistemas fisiológicos do corpo humano, é de grande importância que se desenvolva pesquisas com o objetivo de minimizar as incidências de complicações neste sistema. Tendo em vista este contexto, é apresentado no presente trabalho o desenvolvimento de estudo do sistema cardiovascular humano a partir de seus modelos equivalentes em circuitos elétricos, bem como sua modelagem matemática a fim de consolidar os conceitos de disciplinas de simulação de sistemas e controle de sistemas. É apresentada também uma abordagem a respeito de sistemas caóticos, uma vez que os sistemas fisiológicos apresentam comportamento não-linear em seu comportamento normal.*

***Palavras-chave:** Tecnologia, Cardiovascular, Circuito, Modelagem, Não-linear.*

1. INTRODUÇÃO

A teoria do caos deu os primeiros passos em meados de 1880, durante as homenagens do sexagésimo aniversário do rei da Suécia e da Noruega, Oscar II. Foi proposta uma competição para verificar a estabilidade do movimento de três corpos celestes, uma vez que a mecânica clássica já possuía conhecimentos para prever o movimento de dois corpos. O matemático francês Jules Henri Poincaré foi o vencedor, ele percebeu que havia um erro no problema e provou que a solução completa não poderia ser encontrada devido ao fato que pequenas diferenças nas condições iniciais produziram enormes erros no produto, logo as previsões se tornavam impossíveis.

Apesar da revolucionária descoberta de Poincaré, seu trabalho não teve a devida

Realização:



Organização:





atenção na época, sendo explorado apenas 80 anos depois. Em 1963, o meteorologista e matemático do M.I.T., Edward Lorenz desenvolveu uma série de equações para fazer a previsão do tempo, porém quando a precisão das casas decimais de seus cálculos era levemente alterada, a sua previsão possuía um padrão totalmente diferente a partir de certo tempo.

A partir daí, e com a ajuda do avanço da tecnologia, a teoria do caos passou a ser bastante estudada e percebeu-se que comportamentos caóticos eram encontrados, além de movimento de corpos celeste e na formação de nuvens, em crescimento de população, no comportamento de bolsas de valores, em circuitos elétricos e em sistemas fisiológicos. O presente trabalho irá tratar do estudo e modelagem do sistema cardiovascular humano.

2. RESULTADOS

Os sistemas caóticos apresentam grande aplicabilidade para o estudo do comportamento da dinâmica dos sistemas fisiológicos humanos. Para o caso do sistema cardiovascular humano foi feito o estudo de modelos elétricos equivalentes encontrados na literatura e inicialmente foi feito o estudo do modelo de terceira ordem.

O transplante de coração é o procedimento mais comum para pacientes com alguma doença cardiovascular. Mas, por razões de saúde ou de idade avançada, alguns pacientes poderiam não resistir a esse tipo de procedimento cirúrgico. Desta maneira, dispositivos mecânicos de assistência à circulação, chamados corações artificiais, começaram a ser utilizados na tentativa de salvar vidas de pacientes que já se encontravam com um alto grau de complicação cardíaca. Corações artificiais (CA) têm sido utilizados com bons resultados por um pequeno período de tempo, não superior a dois anos, como uma etapa anterior ao transplante de coração. Um CA pode ser utilizado como um coração artificial total, quando substitui ambos os ventrículos, ou como um dispositivo de assistência ao ventrículo esquerdo (DAVE), situação em que o CA é utilizado apenas para auxiliar um ventrículo esquerdo com falência, através de um suprimento complementar do fluxo sanguíneo.

Os principais problemas encontrados na implantação do DAVE são evitar colapso ventricular devido a sucção mecânica da bomba e manter a velocidade de rotação suficiente para evitar fluxo retrogrado através do DAVE, devido a diferença de pressão entre a Aorta e o ventrículo esquerdo. Velocidades de rotação muito grandes ocasionam uma saída cardíaca do ventrículo maior que o retorno venoso, vindo dos pulmões, isto resulta em uma diminuição do volume sanguíneo no interior do ventrículo esquerdo. Em condições extremas, o tecido da parede do ventrículo, devido a diminuição da pressão no interior da câmara, poderá até ser sugado pela extremidade de entrada da bomba, situação esta denominada como colapso ventricular ou sucção ventricular, ocasionando em danos gravíssimos ao músculo cardíaco. Por outro lado, a velocidade de rotação da bomba não poder ser muito baixa, pois o volume sanguíneo no interior do ventrículo esquerdo iria aumentar bastante ocasionando, posteriormente, um congestionamento dos pulmões.

2.1. Apresentação do modelo de 3ª ordem

Foi proposto um modelo simplificado de 3ª ordem para tornar possível uma futura implementação de um controlador. Para este modelo de 3ª ordem a resistência periférica total (RPT) é o único parâmetro que apresenta variação temporal e será representada por uma



$$V = C \cdot P \quad (5)$$

Onde V é o volume de fluido, C é a capacidade do recipiente e P é a diferença de pressão.
 Assim:

$$P_{ve} = \frac{V_{ve}}{C_{ve}} \quad (6)$$

Como se pretende analisar a variação de pressão no ventrículo esquerdo derivou-se a equação acima e obteve-se:

$$P_{ve}' = \left(\frac{V_{ve}}{C_{ve}} \right)' = \frac{V_{ve}' \cdot C_{ve} - V_{ve} \cdot C_{ve}'}{C_{ve}^2}$$

$$P_{ve} = \frac{V_{ve}'}{C_{ve}} - \frac{V_{ve}}{C_{ve}^2} \cdot C_{ve}' \quad (7)$$

A capacitância do ventrículo esquerdo é considerada constante na diástole então tem-se:

$$C_{ve} = 0 \quad (8)$$

Pela lei das correntes de kirchoff:

$$Q_{ve} = Q_{14} - Q_8 - Q \quad (9)$$

Na sístole o ventrículo esquerdo se contrai e gera a pressão P_{ve} que é maior que P_v+Δp, assim o diodo D2 fica reversamente polarizado fazendo com que Q₁₄=0.

Caso P_{ve} seja maior que P_a então tem-se:

$$Q_8 = \frac{P_{ve} - P_a}{R_{ve}} \quad (10)$$

Caso P_{ve} for menor que P_a então Q₈=0 pois o diodo D1 estará reversamente polarizado.

Na diástole o ventrículo esquerdo relaxa, assim P_{ve}<P_v+Δp. Portanto Q₁₄≠0 e Q₈=0 (P_{ve}<P_a).

$$Q_{ve} = \begin{cases} -Q - \frac{P_{ve} - P_a}{R_{ve}} \cdot \Pi \cdot (P_{ve} - P_a) & \text{sístole} \\ -Q + \frac{P_v + \delta p - P_{ve}}{R_v} & \text{diástole} \end{cases} \quad (11)$$



Onde:

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

$$Pve' = \begin{cases} -\frac{Q}{Cve^s} - \frac{Pve - Pa}{Cve^s \cdot Rve} \Pi \cdot (Pve - Pa) - \frac{Vve \cdot Cve^{s'}}{C^s ve^2} \\ -\frac{Q}{Cve^d} + \frac{Pv + \delta p - Pve}{Cve^d \cdot Rv} \end{cases} \quad (12)$$

Para o cálculo da pressão aórtica (Pa), pode-se representar a relação existente entre pressão e volume da aorta por:

$$Pa = \frac{Va}{Ca} \quad (13)$$

A derivada no tempo da pressão aórtica é relacionada apenas ao volume da aorta, uma vez que a capacitância da aorta é constante e $Qa = Va'$.

Pela lei das correntes de kirchoff:

$$Qa = Q8 + Q - FPT \quad (14)$$

Na sístole a pressão no ventrículo esquerdo é menor que a pressão na aorta então $Q8=0$ pois o diodo D1 estará reversamente polarizado.

$$Pa' = \frac{Va'}{Ca} = \begin{cases} \frac{Q}{Ca} + \frac{Pve - Pa}{Ca \cdot Rve} \Pi \cdot (Pve - Pa) - \frac{FPT}{Ca} & \text{sístole} \\ \frac{Q}{Ca} - \frac{FPT}{Ca} & \text{diástole} \end{cases} \quad (15)$$

Para o cálculo da pressão venosa central (Pv), A relação existente entre pressão e volume é dada por:

$$Pv = \frac{Vv}{Cv} \quad (16)$$

A capacitância das veias é considerada constante (Cv). Assim o fluxo Qv pode ser escrito da seguinte forma:

$$Qv = FPT - Q14 \quad (17)$$

Na sístole a pressão venosa é menor que a pressão no ventrículo esquerdo, assim $Q14=0$.

$$Pv' = \frac{Vv'}{Cv'} = \begin{cases} \frac{FPT}{Cv} & \text{sístole} \\ \frac{FPT}{Cv} - \frac{Pv + \delta p - Pve}{Cv \cdot Rv} & \text{diástole} \end{cases} \quad (18)$$



Para o cálculo do fluxo periférico total tem-se:
Pela lei das tensões de kirchoff

$$P_a - (P_v - \delta m) = L.FPT + RPT.FPT \quad (19)$$

Assim a equação dinâmica para o fluxo periférico total pode ser escrita da seguinte forma:

$$FPT' = \frac{P_a - P_v + \delta m}{L} - \frac{RPT}{L}.FPT \quad (20)$$

3. CONCLUSÕES

Os estudos realizados foram de suma importância para um bom entendimento a cerca da dinâmica de funcionamento de um dos principais sistemas fisiológicos do corpo humano. Os modelos matemáticos existentes na literatura apresentam grande aplicabilidade para o aprendizado em laboratório de simulação de sistemas e controle, principalmente o modelo de 3ª ordem que é obtido através de aproximações adotadas com o objetivo de simplificar sua modelagem matemática.

Por outro lado, o estudo realizado é importante também para o auxílio do desenvolvimento de novas tecnologias que possam beneficiar a humanidade, uma vez que trata de uma parte do corpo onde é cada vez mais comum o aparecimento de problemas de funcionamento.

Agradecimentos

Ao CNPQ (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científica e tecnológico) que financiou esta pesquisa.

Ao orientador Professor José A. L. Barreiros pelo apoio e orientação na elaboração desta pesquisa.

Ao Laboratório de Controle (LACUS) da Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará que forneceu o espaço para que fosse desenvolvido esse trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAURA, G. D. System Theory and Practical Applications of Biomedical Signals, JohnWiley and Sons, 2002;

BRUCE, Eugene N. Biomedical Signal Processing and Signal Modelling, John Wiley and Sons, 2001;

SEDRA, A. S. Smith, K. C. Microeletrônica, 5ª Ed. Pearson Prentice Hall, 2007.

STANISLAW, H. Z, Simone Leal. Systems and Control, Oxiford University Press, 2003;



PROCEDURES FOR DETERMINATION OF MATHEMATICS MODELS OF EQUIVALENTS CIRCUITS TO THE HUMAN CARDIOVASCULAR SYSTEM

Abstract: *With the advancement of the technology, arise every time more projects to help the activities daily developed by humans. This advance can be found in various parts of development of studies, one of them is in the area of aid to health. Every time more scientists try to find new ways to optimize the care of diseases that so far has no immediate cure, among these we can highlight those that affect the cardiovascular system. This being one of the most important physiological systems of human body, is of great importance to develop searches with the objective of minimizing the incidences of complication in this system. According to this context, is presented in this paper the development of study of human cardiovascular system from its equivalent models in electrical circuits and its mathematical modeling in order to consolidate the concepts of disciplines of simulation systems and control systems. Is also presented an approach about chaotic systems, since physiological systems present nonlinear behavior in their operation.*

Key-words: *Technology, Cardiovascular, Circuit, Modeling, Nonlinear.*