



## CONTROLE DE UM SISTEMA PÊNDULO INVERTIDO USANDO CONTROLADORES INTELIGENTES

**Vinicius Belmuds Vasconcelos** – belmuds\_eng@hotmail.com

**Gustavo Maia de Almeida** – gmaia@ifes.edu.br

**Marco Antônio de Souza Leite Cuadros** – marcoantonio@ifes.edu.br

**Rogério Passos Pereira Amaral** – rogeriop@ifes.edu.br

Instituto Federal do Espírito Santo, Unidade Serra, Coordenadoria de Automação Industrial.

Rodovia ES-010 – Km 6,5 - Manguinhos

29173087 – Serra – Espírito Santo

**Resumo:** *O controle PID está presente atualmente em 90% das aplicações industriais (ASTROM & HAGGLUND, 2001), porém, o controle de sistemas utilizando este método não é robusto o suficiente para determinadas aplicações quando se trata de sistemas instáveis em malha aberta. Este artigo apresenta um estudo comparativo de métodos de controles avançados usando lógica Fuzzy, Neuro-Fuzzy e Algoritmos Genéticos para sintonizar um controlador PID usados para controlar um sistema instável tipo pêndulo invertido na posição vertical. O pêndulo consiste em uma vara rígida com um eixo de rotação perpendicular à direção de movimento do carro a qual ela está apoiada. Foi utilizado o Simulink® do Matlab® para simulação do processo e apresentação dos resultados.*

**Palavras-Chave:** *Pêndulo invertido, Controlador Fuzzy, Controlador Neuro-Fuzzy, Controlador PID, Algoritmo Genético.*

### 1. INTRODUÇÃO

Desde o aparecimento do primeiro método de sintonia para controladores, que foi proposto por (ZIEGLER & NICHOLS, 1942), várias técnicas de ajuste de PID têm sido propostas na literatura. As diversas técnicas que surgiram têm por objetivo obter os melhores valores dos parâmetros do controlador para rastrear trajetórias ou rejeitar perturbações. Essa busca se deve ao fato de que, quanto mais estável for uma planta industrial maior será a rentabilidade de uma empresa. Isto porque um processo estável implica em produtos de melhor qualidade, diminuição do reprocessamento, economia de matéria prima dentre outros fatores altamente importantes para o mercado, que é altamente competitivo.

O controlador PID é uma excelente técnica de controle quando se trata de plantas de baixa complexidade, porém quando se trata de plantas que possuem uma complexidade maior, é necessário a implementação de técnicas de controle avançadas. Diante deste fato, o estudo do campo de sistemas inteligentes tem avançado muito nos últimos anos e a sua



implementação em algumas atividades industriais tem recebido destaques, como por exemplo, em sistemas que não se tem a modelagem precisa do processo.

Os controladores Fuzzy, Neuro-Fuzzy pertencem ao grupo de controladores baseado em inteligência artificial por se basear na transferência de conhecimento humano sobre o problema, desta forma, ao contrário dos controladores clássicos, esses controladores dispensam o conhecimento do modelo matemático da planta a ser controlada. O PID Genético depende do modelo da planta, porém utiliza um sistema de busca inteligente dos parâmetros ótimos baseado na seleção de indivíduos mais evoluídos de uma geração.

Em virtude de todas essas características que colocam os controladores inteligentes em grau de importância alta no controle de processos, neste trabalho é apresentada a comparação da sintonia de um pêndulo invertido usando os controladores inteligentes citados acima.

Este trabalho foi desenvolvido durante o segundo semestre letivo de 2011 dentro da disciplina de Controle Inteligente e está dividido da seguinte forma: A seção 1 apresentou a introdução do trabalho, na seção 2 será detalhado o sistema do pêndulo invertido. Na seção 3 será abordado o Controlador Fuzzy. O Controlador Neuro-Fuzzy será apresentada na seção 5, a seção 6 mostra o algoritmo genético utilizado para a sintonia do controlador PID. Na seção 7 serão mostrados os resultados apresentados e na seção 8 serão apresentadas as conclusões.

## **2. O PÊNDULO INVERTIDO**

O pêndulo invertido é um sistema instável e de alto grau de complexidade, é um conceito muito difundido na área de automação e robótica já que o seu estudo pode ser aplicado a vários campos do conhecimento, como por exemplo, na medicina com estudo do modo de andar do ser humano, tendendo a se instabilizar quando um passo é dado antes que o outro pé toque ao chão. Outro exemplo é o controle de altitude de um foguete na fase de lançamento, no qual o objetivo do controle é estabilizar o foguete na posição vertical.

A posição vertical do pêndulo invertido é instável pelo fato de que ele tende a se afastar desta posição, de um lado ou para o outro, a menos que seja aplicada uma força de controle adequada (OGATA,1988).

O sistema do pêndulo invertido tratado neste trabalho consiste em uma haste articulada (pêndulo) presa a um carro móvel que sofre a ação de uma força horizontal, essa força é a responsável pela movimentação do carro e conseqüente equilíbrio do pêndulo em sua posição vertical.

### **2.1. O Modelo Matemático**

A Figura 1 mostra o esquema do pêndulo invertido usado neste trabalho:

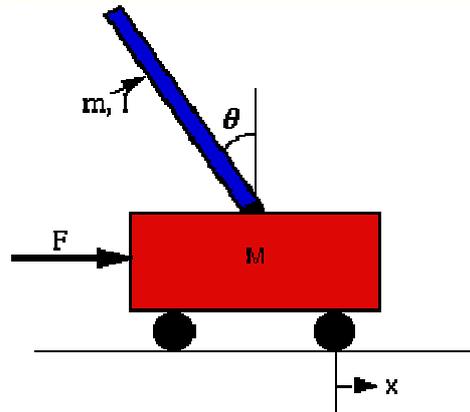


Figura 1: Pêndulo invertido sobre o carro.

Sendo  $x$  a posição do carrinho,  $\theta$  o ângulo do pêndulo com a vertical,  $F$  a força aplicada ao carro. A Tabela 1 apresenta os dados das constantes usadas neste problema:

Tabela 1: Dados usados para o pêndulo invertido

Símbolo	Significado	Valor(SI)
$M$	Massa do carro	0.5 Kg
$m$	Massa do pêndulo	0.1Kg
$B$	Fricção do carro	0.1 N.s/m
$I$	Inércia do pêndulo	0.006 Kg. m <sup>2</sup>
$L$	Altura do centro de massa	0.3 m

Admite-se que o centro de gravidade da haste do pêndulo encontra-se no seu centro geométrico.

As forças que atuam na direção horizontal no carro geram a seguinte equação diferencial:

$$F = M \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + N \quad (1)$$

Somando as forças no diagrama do corpo livre do pêndulo na direção horizontal, obtém-se a seguinte equação diferencial:

$$N = m \frac{d^2x}{dt^2} + ml \frac{d^2\theta}{dt^2} \cos \theta - ml \frac{d\theta^2}{dt} \sin \theta \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1) tem-se:

$$F = (M + m) \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + ml \frac{d^2\theta}{dt^2} \cos \theta - ml \frac{d\theta^2}{dt} \sin \theta \quad (3)$$

Analisando as forças verticais do pêndulo, tem-se:



$$P \sin \theta + N \cos \theta - mg \sin \theta = ml \frac{d^2 \theta}{dt^2} + m \frac{d^2 x}{dt^2} \cos \theta \quad (4)$$

Calculando a soma dos momentos no centroide do pêndulo, temos:

$$-Pl \sin \theta - Nl \cos \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (5)$$

Combinando (5) e (4) tem-se:

$$(I + ml^2) \frac{d^2 \theta}{dt^2} + mgl \sin \theta = -ml \frac{d^2 x}{dt^2} \cos \theta \quad (6)$$

Fazendo a linearização do modelo, aplicando a séries de Taylor e a transformada de Laplace tem-se o seguinte sistema mostrado na Equação 7. de equações:

$$\frac{\alpha(s)}{F(s)} = \frac{\frac{ml}{d}s}{s^2 + \frac{b(I+ml^2)}{d}s - \frac{(M+m)mgl}{d} - \frac{bmgI}{d}} \quad (7)$$

Onde:

$$d = (M + m)(I + ml^2) - (ml)^2$$

### 3. O CONTROLADOR FUZZY

O crescente interesse pela aplicação da teoria de conjuntos Fuzzy em controle de processos deve-se ao fato dos processos industriais complexos apresentarem dificuldades significativas no controle automático em razão das não linearidades, do comportamento variante no tempo, da baixa qualidade das medidas disponíveis, dos altos níveis de ruído, etc (REZENDE, 2003). Esses problemas que ocorrem ao tentar controlar sistemas não lineares e complexos podem ser resumidos no Princípio da Incompatibilidade (ZADEH, 1965).

A lógica Fuzzy é derivada da lógica clássica, porém, difere desta quanto ao entendimento da classificação das variáveis. Enquanto na lógica clássica existe apenas verdadeiro ou falso, na lógica Fuzzy existem valores intermediários para essa classificação, desta forma pode-se classificar as variáveis estudadas em conjuntos com grau de pertinência que variam de 0 a 1.

Neste trabalho com o pêndulo invertido, criou-se 2 conjuntos com dados de entradas que são a posição angular do pêndulo e a sua derivada da posição, ou seja, a velocidade angular. A saída é o sinal desejado que atuará no controle do pêndulo, ou seja, é a força horizontal aplicada ao carro.

Na Tabela 2 encontram-se as variáveis de entrada e saída usada no controlador assim como o seu range:

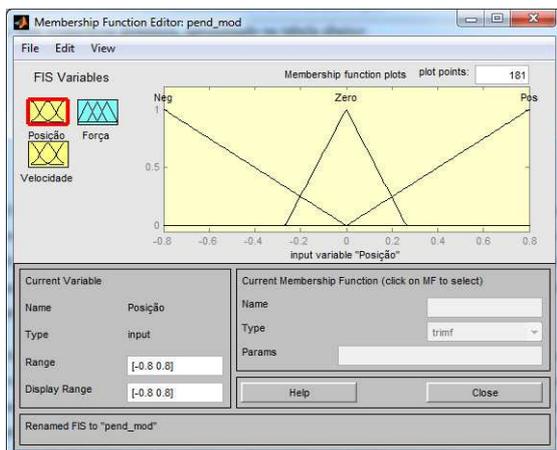


Tabela 2: Variáveis usadas no controlador Fuzzy

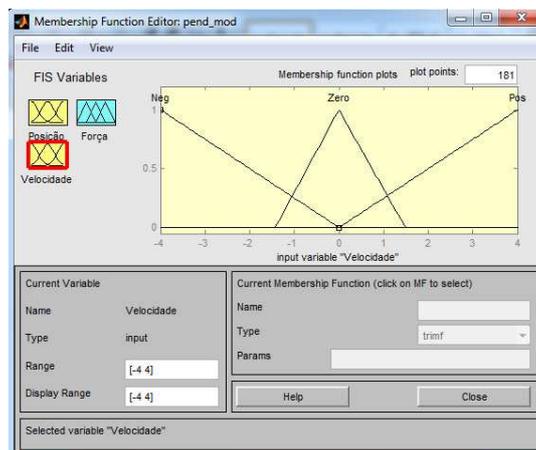
	Variáveis	Range
Entradas	Posição	[-0.8 0.8]
	Velocidade Angular	[-4 4]
Saída	Força	[-24 24]

O limite máximo da posição foi definida como  $45^\circ$  que equivalem a 0.8 rad, a velocidade angular máxima do pêndulo foi definida como 4 rad/seg, e como um motor irá girar o pêndulo, a sua saída foi definida como 24 V (supondo um motor com esta especificação).

Abaixo encontram-se as figuras que representam as funções de pertinência geradas com o Matlab®, os limites das funções foram definidos por testes e os melhores resultados encontrados para este estudo estão mostrados abaixo:



(a)



(b)

Figura 2: Funções de pertinência para (a) posição e (b) velocidade angular.

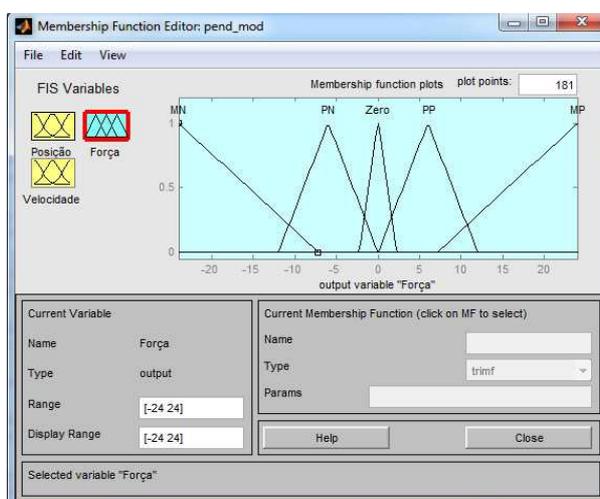


Figura 3: Funções de pertinência para a força horizontal aplicada ao carro.



Como pode ser observado nas figuras acima, foram escolhidas 3 funções de pertinências triangulares para as variáveis de entrada e 5 para a de saída.

As regras geradas foram deduzidas a partir do conhecimento prévio sobre a manipulação do problema:

#### **4. O CONTROLADOR NEURO-FUZZY**

A lógica Neuro-fuzzy é uma tecnologia de inteligência artificial que gera regras diretamente de dados numéricos e associa probabilidades a estas regras. A lógica Neuro-Fuzzy combina a lógica Fuzzy com o aprendizado e capacidade adaptativas de redes neurais. Dessa forma traz os benefícios tanto de sistemas de redes neurais quanto de sistemas de lógica Fuzzy, removendo assim, as desvantagens individuais ao combinar as características comuns e produzindo sistemas Fuzzy com habilidade de aprender e se adaptar ao mundo real.

Um sistema neuro-fuzzy é um sistema que usa um algoritmo de aprendizado derivado ou inspirado em teoria de redes neurais para determinar seus parâmetros, conjuntos e regras fuzzy, através do processamento de exemplos de dados.

Devido a essas características, os sistemas Neuro-Fuzzy apresentam inúmeras vantagens, as quais, algumas estão listadas abaixo:

- Tratamento de qualquer tipo de informação (numérica, linguística, lógica, etc.);
- Gerenciamento impreciso, parcial, vago ou informação imperfeita;
- Capacidade de auto-aprendizado, de auto-organização e de auto-direcionamento;
- Sem necessidade de conhecimento anterior de relacionamento de dados;
- Imitação humana do processo de tomada de decisão;
- Etc...

Dada a importância das redes neuro-fuzzy, também foi implementado um controlador deste tipo ao problema do pêndulo invertido. Neste trabalho é apresentado um sistema híbrido, ANFIS (Adaptative-Network-Based Fuzzy Inference System), que combina a capacidade de aprendizagem das redes neurais com a facilidade de interpretação dos sistemas Fuzzy.

Para a modelagem do controlador neuro-fuzzy, foram utilizados os dados de entrada e saída do controlador fuzzy projetado, o dados carregados no command window do Matlab® foram exportados para o ANFISEDIT gerando uma matriz 868 x 3 para treinar a rede.

O número de funções de pertinências escolhidos para cada dado de entrada foi 5 do tipo gaussiana linear e foi escolhido um total de 60 épocas. O resultado dos dados testados após o treinamento é mostrado na figura abaixo:

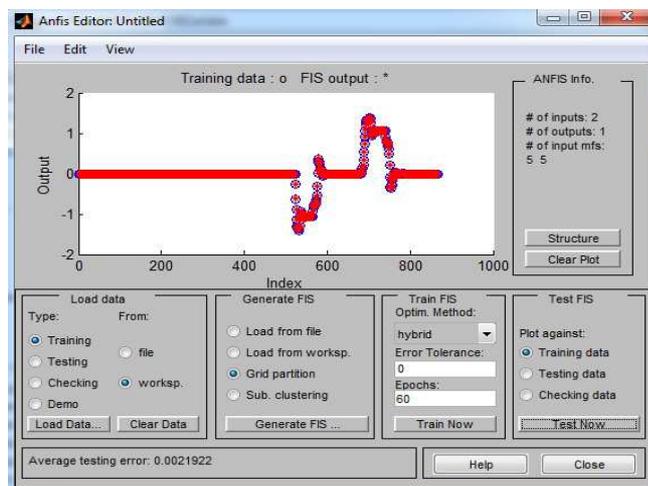


Figura 5: Dados testado

Observa-se pela Figura 5 que foi gerado um ótimo modelo para o controlador neuro-fuzzy proposto.

## 5. O CONTROLADOR PID GENÉTICO

Os algoritmos genéticos são uma técnica de inteligência artificial de busca baseada na teoria da evolução de Darwin. Essa técnica baseia-se nos mecanismos de seleção de indivíduos utilizados na natureza, onde apenas os mais aptos de uma população sobrevivem adaptando-se mais facilmente às mudanças que são produzidas no meio ambiente (BARONE, 2003). Foram inicialmente propostos pelo Professor John Holland, em 1992, na universidade de Michigan. A ideia central foi tentar imitar algumas etapas do processo de evolução natural das espécies, incorporando-as a um algoritmo computacional. O ponto de referência foi gerar, a partir de uma população de cromossomos, outros novos, com propriedades genéticas superiores às de seus antecedentes, onde os cromossomos são as possíveis soluções de um problema.

As principais características de um algoritmo genético, segundo MITCHELL(1996), são:

- Manter uma população de soluções para um determinado problema;
- Possuir um processo de seleção de indivíduos, baseado no grau de adaptação de cada um;
- Possuir operadores genéticos, para gerar novos indivíduos para a população.

Desta forma os algoritmos genéticos têm se mostrado uma excelente ferramenta na busca de soluções ótimas para problemas, inclusive, no caso deste trabalho, na área de controle de processos sintonizando PID's.

Portanto, a utilização dos algoritmos genéticos no problema do pêndulo invertido se dá, neste trabalho, através da procura dos parâmetros ótimos de sintonização de um controlador PID.



Para sintonizar o controlador PID usando algoritmos genéticos, foi utilizado um conjunto de programas criados no MatLab. Para iniciar a simulação utilizaram-se os seguintes parâmetros e procedimentos:

- Foi ajustado um intervalo de  $[0 - 110]$  para o  $K_p$
- Foi ajustado um intervalo de  $[0 - 5]$  para o  $K_i$
- Foi ajustado um intervalo de  $[0 - 25]$  para o  $K_d$
- Escolheu-se um número de gerações igual a 3 com tamanho da população igual a 30.

Após rodar o algoritmo, os resultados gerados para os parâmetros de sintonização,  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  foram de 105, 4.6 e 23.48 respectivamente.

## 6. RESULTADOS

Os resultados obtidos têm por finalidade avaliar o desempenho, assim como a robustez dos controladores utilizados para o problema do pêndulo invertido, comparando-os.

Abaixo estão mostradas os diagramas de bloco para o controlador Fuzzy, o neuro-fuzzy e para o PID genético, respectivamente:

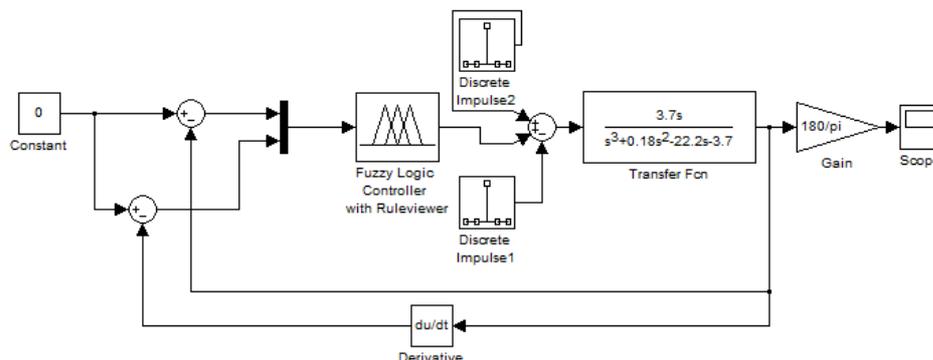


Figura 6: Diagrama de bloco da planta com o controlador Fuzzy e Neuro-Fuzzy

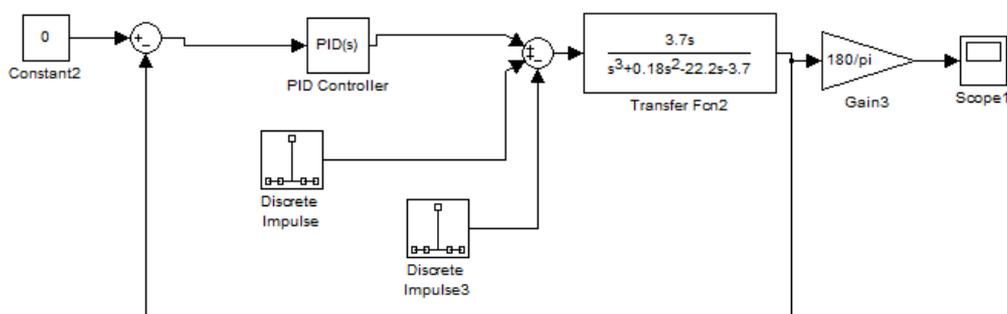


Figura 7: Diagrama de bloco da planta com o PID Genético



É importante observar que o controlador fuzzy possui como entrada, além da referência que no caso é zero (pêndulo na posição vertical), a derivada da posição angular, ou seja, a velocidade angular. Os sinais do tipo impulso discreto funcionam como uma perturbação no sistema, eles foram dados tanto na direção positiva do deslocamento angular quanto na direção negativa. Abaixo encontram-se os gráficos gerados com o Simulink® para analisar o comportamento de cada controlador. O distúrbio tipo impulso unitário negativo foi gerado em 6 segundos e um positivo foi gerado em 1 segundo.



Figura 8: Resposta do sistema com o controlador Fuzzy

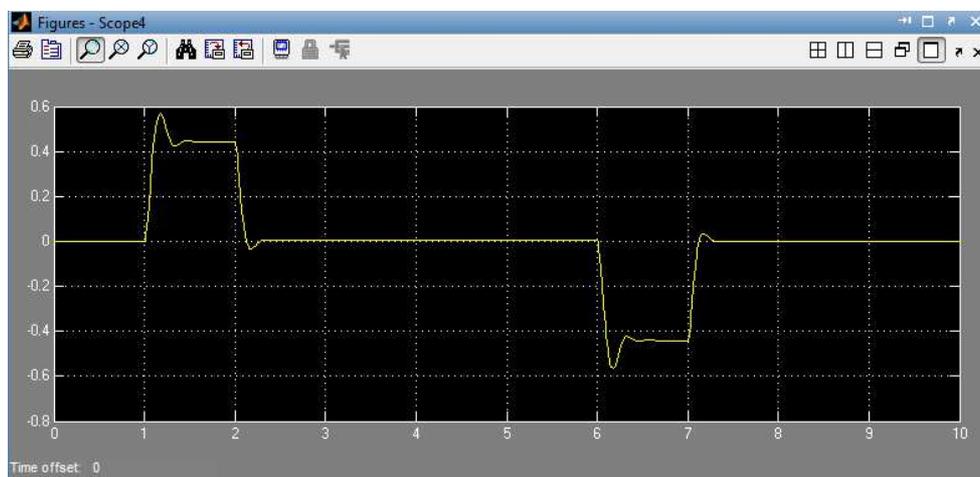


Figura 9: Resposta do sistema com o controlador Neuro-Fuzzy

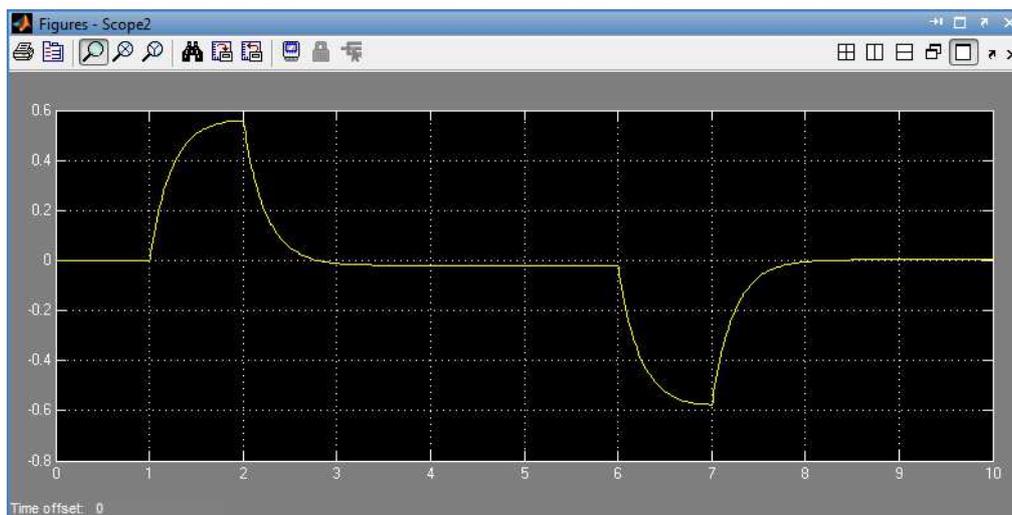


Figura 10: Resposta do sistema com o controlador PID genético.



Figura 11: Resposta do sistema com todos os controladores propostos.

Observando os resultados plotados nos gráficos, observa-se que os controladores projetados responderam de forma eficiente às perturbações geradas no sistema do pêndulo invertido. Observa-se que o controlador fuzzy apresentou um sobre-sinal maior que os outros 2 controladores porém respondeu muito rapidamente à rejeição do distúrbio com um erro de offset igual a  $3.72 \times 10^{-3}$  quando o distúrbio aplicado foi positivo e um erro de  $1.49 \times 10^{-4}$  quando o distúrbio aplicado foi negativo.

O controlador Neuro-fuzzy, apresentou um sobre sinal menor que do controlador Fuzzy, porém, teve um erro de offset igual a  $3.59 \times 10^{-3}$  quando aplicou-se um distúrbio positivo e um de  $1.428 \times 10^{-4}$  quando o distúrbio aplicado foi negativo. O controlador PID genético possui também uma boa rejeição ao distúrbio, porém este apresentou um erro de offset



negativo igual a  $-0.0194^\circ$  quando se aplicou um distúrbio positivo e um erro de offset positivo igual a  $3.2 \times 10^{-3}^\circ$  quando o distúrbio foi negativo, e apresentou também, um tempo de resposta mais lento ao distúrbio que os controladores Fuzzy e Neuro-Fuzzy. Todos os controladores responderam de forma eficiente ao retornar o pêndulo para a sua posição de referência que no caso é  $0^\circ$ , ou seja, o pêndulo na posição vertical.

## 6. CONCLUSÕES

Pela análise dos resultados obtidos, verifica-se que os controladores inteligentes são ótimos para o controle de sistemas instáveis e com falta de linearidade. Os controladores Fuzzy e neuro-fuzzy fazem o controle do sistema por meio de informações qualitativas e não quantitativas, gerando respostas de acordo com o conhecimento do projetista sobre o processo. O controlador utilizando a lógica dos algoritmos genéticos emprega um processo adaptativo (informação corrente influencia a busca futura) e paralelo (várias soluções consideradas a cada momento) de busca de soluções em problemas complexos, gerando assim a solução que pode ser dita ótima.

Portanto em aplicações onde o uso do controle clássico não apresenta soluções totalmente satisfatórias, como é o caso de plantas mais complexas, justifica-se o uso do controle avançado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASTROM, K. J., & Hagglund, T. (2001). PID controllers. Theory, design and tuning. Instruments Society of America, North Carolina, USA.

BARONE, Dante. Sociedades Artificiais.2. ed. Bookman, 2003. 332 p, il.

HOLLAND, John Henry; Adaptation in Natural and Artificial Systems. MIT Press, Boston MA, 1992.

MITCHELL, M., An Introduction to Genetic Algorithms. Cambridge, MA MIT Press., 1996.

OGATA, Katsuhiko. Engenharia de Controle Moderno.3. ed. Prentice-Hall do Brasil, 1988. 813 p, il.

REZENDE, Solange Oliveira. Sistemas Inteligentes Fundamentos e Aplicações. 1. ed. Manole, 113 p, il, 2003.

ZIEGLER, J.G. and NICHOLS, N.B. Optimum settings for automatic controllers. Transactions of the ASME. 64, pp. 759-768, 1942.

ZADEH, L. A. "Fuzzy Sets", Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.



## CONTROL OF AN INVERTED PENDULUM SYSTEM USING INTELLIGENT CONTROLLERS

**Abstract:** *The PID controller is found in 90% of industrial applications nowadays (ASTROM & HAGGLUND, 2001), however, this method it isn't enough robust to be applied in control of unstable system. This paper presents a comparative study of advanced methods control using fuzzy logic, neuro-fuzzy logic and algorithms genetics to control an unstable system as inverted pendulum in the vertical position. The pendulum is a rigid rod with an axis of rotation perpendicular to direction movement of the car where it's supported. To simulation of process and presentation of results was used the Simulink® of Matlab®.*

**Key-words:** *Inverted pendulum, fuzzy controller, neuro-fuzzy controller, PID controller, genetics algorithms.*