

TRANSPORTE E ESTOCAGEM DE FUMO – UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR USADO NA TOMADA DE DECISÃO

Janáína Poffo Possamai – janapoffo@gmail.com

Universidade Regional de Blumenau

Rua Antônio da Veiga, 140

89012-900 - Blumenau - SC

Andresa Pescador – andresa.pescador@gmail.com

Universidade do Estado de Santa Catarina

Rua Dr. Getúlio Vargas, 2822

89140-000 - Ibirama - SC

Resumo: *Este trabalho apresenta um modelo de programação linear para um problema de transporte, processamento e estocagem de fumo onde se utiliza como critério de decisão a minimização dos custos envolvidos. Aplica-se o software GAMS (General Algebraic Modeling System) para o caso numérico apresentado, implicando numa solução para as variáveis de decisão. Analisa-se os resultados obtidos avaliando as decisões imediatas a serem tomadas e também sugerindo investimentos e modificações nas políticas adotadas. O resultado obtido permite inferir no processo de transporte minimizando os custos operacionais e analisando o impacto de possíveis investimentos. Destaca-se a importância da implementação de tais modelos como ferramenta na tomada de decisão em problemas de logística e transporte que são material de estudo dos cursos de engenharia de produção.*

Palavras-chave: *Pesquisa Operacional, Transporte, Logística*

1 INTRODUÇÃO

Parte das decisões tomadas em uma empresa envolvem a otimização de custos e lucros que são restritos por limitações que envolvem, normalmente, a capacidade de produção instalada. A pesquisa operacional é disciplina, presente nos currículos de cursos de engenharia de produção, que aplica métodos científicos para resolver problemas de otimização, facilitando o processo de análise e tomada de decisão, tais como projetar, planejar e operar sistemas em situações que requerem alocações eficientes de recursos escassos. Problemas de otimização que envolvem a maximização ou minimização de funções de n variáveis num determinado domínio, normalmente definido por um conjunto de restrições nas variáveis, estão ligados à pesquisa operacional (LOESCH & HEIN, 1999).

Destaca-se a importância da pesquisa operacional no curso de engenharia de produção, em particular no gerenciamento de sistemas de produção, envolvendo problemas de planejamento, programação e controle da produção e problemas de distribuição de produtos. (ARENALES et al., 2007)

Neste trabalho fez-se a modelagem de um problema particular de otimização, que envolve processamento de fumo avaliando a logística de transporte e a necessidade de estocagem a fim de regularizar a produção que é sazonal. Objetiva-se a minimização dos custos de transporte e estocagem sendo utilizada programação linear para sua solução.

Devido a quantidade de variáveis e restrição ser da ordem de 650 e 150, respectivamente, utilizou-se o software GAMS (General Algebraic Modeling System) para sua implementação e sua compilação foi realizada através do envio do arquivo ao site Neos Solvers. A análise dos resultados obtidos representa uma série de informações estratégicas que possibilitam ao gestor da empresa a avaliação das políticas adotadas.

2 PROBLEMA DE TRANSPORTE E PROCESSAMENTO DE FUMO BRUTO

Analisa-se um problema de processamento de fumo a partir de uma empresa que dispõe de quatro fábricas, das quais são conhecidos as capacidades e custos de processamento e estocagem. O fumo bruto é obtido junto às colônias de produtores em quatro estados, onde é conhecido o cronograma de colheita.

Por questões de incentivo ao plantio, mantém-se uma política de comprar toda a produção, mesmo que ela não seja utilizada no processamento das fábricas. Assim, as quantidades excedentes de produção, apesar de serem compradas, são destruídas na própria origem.

O fumo bruto, em geral, percorre o caminho das regiões produtoras para as fábricas, podendo, entretanto ser movimentado entre fábricas, se houver necessidade ou se os custos assim o determinarem. As vendas poderão ser atendidas a partir de qualquer uma das fábricas, mas se houver necessidade, por razões de capacidade de estocamento e/ou por razões de custo, o fumo processado poderá ser movimentado de uma fábrica para outra. É conhecida a previsão de vendas. Os dados numéricos do problema são apresentados no apêndice deste trabalho.

2.1 Modelo Matemático

Os modelos matemáticos constituem uma abstração simplificada da realidade, representada por um conjunto de equações e relações. A qualidade do modelo matemático está associada à exatidão com que ele representa a realidade e ao grau em que captura aspectos essenciais da realidade. (LOESCH & HEIN, 2009) Ressalta-se que nenhum modelo é perfeitamente igual ao sistema real, por isso ao obter o resultado é de extrema importância sua validação, verificando se a solução obtida melhora a situação em que se encontra o sistema.

Na pesquisa operacional focou-se os modelos de programação linear que são estruturados a partir das variáveis de decisão que representam as incógnitas a serem determinadas pela solução, a função objetivo que determina se o critério de decisão é de maximização ou de minimização e por fim as restrições, de modo a levar em conta as limitações físicas do sistema, pois o modelo deve incluir restrições que limitam as variáveis de decisão a seus valores possíveis (ou viáveis).

O modelo matemático que descreve a situação é um problema de programação linear, conforme segue:

Variáveis de Decisão

tc_{kim} = quantidade de fumo bruto (1.000 ton) transportado da região k para a fábrica i no mês m

tbf_{ijm} = quantidade de fumo bruto (1.000 ton) transportado da fábrica i para a fábrica j no mês m

tpf_{ijm} = quantidade de fumo processado (1.000 ton) transportado entre fábricas (i para j) no mês m

pf_{im} = quantidade de fumo bruto (1.000 ton) processado na fábrica i no mês m

eb_{im} = quantidade de fumo bruto (1.000 ton) estocado na fábrica i no final do mês m

ep_{im} = quantidade de fumo processado (1.000 ton) estocado na fábrica i no final do mês m

v_{im} = quantidade de fumo processado (1.000 ton) vendido na fábrica i no mês m

Sendo que $i = 1, \dots, 4$; $j = 1, \dots, 4$; $k = 1, \dots, 4$; $m = 1, \dots, 12$

Critério de otimização: minimizar os custos

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^4 \sum_{m=1}^{12} ctc_{ki} \cdot tc_{kim} + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{m=1}^{12} ctf_{ij} \cdot tbf_{ijm} + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{m=1}^{12} ctf_{ij} \cdot tpf_{ijm} + \\ & \sum_{i=1}^4 \sum_{m=1}^{12} cup_i \cdot pf_{im} + \sum_{i=1}^4 \sum_{m=1}^{12} cuefb_i \cdot eb_{im} + \sum_{i=1}^4 \sum_{m=1}^{12} cuefp_i \cdot ep_{im} \end{aligned} \quad (1)$$

Onde:

ctc_{ki} : custo de transporte de fumo bruto da colônia/região k para a fábrica i

ctf_{ij} : custo de transporte de fumo bruto ou processado da fábrica i para a fábrica j

cup_i : custo de processamento da fábrica i

$cuefb_i$: custo de estocagem de fumo bruto da fábrica i

$cuefp_i$: custo de estocagem de fumo processado da fábrica i

Restrições

Distribuição do fumo bruto de cada colônia/região:

$$\sum_{i=1}^4 tc_{kim} \leq P_{km} \quad \forall k, m \quad (2)$$

Balço de fumo bruto em cada fábrica de fevereiro à dezembro

$$eb_{im} = eb_{i,m-1} + \sum_{k=1}^4 tc_{kim} + \sum_{j=1}^4 tbf_{jim} - \sum_{j=1}^4 tbf_{ijm} - pf_{im} \quad \forall i \text{ sendo } i \neq j \text{ e } m \in \{2, \dots, 12\} \quad (3)$$

Balço de fumo bruto em cada fábrica em janeiro

$$eb_{im} = ebi_{im} + \sum_{k=1}^4 tc_{kim} + \sum_{j=1}^4 tbf_{jim} - \sum_{j=1}^4 tbf_{ijm} - pf_{im} \quad \forall i \text{ sendo } i \neq j \text{ e } m=12 \quad (4)$$

Balço de fumo processado em cada fábrica de fevereiro à dezembro

$$ep_{im} = ep_{i,m-1} + \sum_{j=1}^4 tpf_{jim} - \sum_{j=1}^4 tpf_{ijm} + pf_{im} - v_{im} \quad \forall i \text{ sendo } i \neq j \text{ e } m \in \{2, \dots, 12\} \quad (5)$$

Fumo processado em cada fábrica em janeiro

$$ep_{im} = ep_{i,m-1} + \sum_{j=1}^4 tpf_{jim} - \sum_{j=1}^4 tpf_{ijm} + pf_{im} - v_{im} \quad \forall i \text{ Balanço de sendo } i \neq j \text{ e } m=12 \quad (6)$$

Atender a demanda de fumo processado

$$\sum_{i=1}^4 v_{im} = D_m \quad \forall m \quad (7)$$

Limitantes de capacidade:

$$pf_{im} \leq CAPFB_i \quad \forall i, m \quad (8)$$

$$EB_{im} \leq CAEFB_i \quad \forall i, m \quad (9)$$

$$EP_{im} \leq CAEFP_i \quad \forall i, m \quad (10)$$

Onde :

P_{km} : produção de fumo bruto da região k no mês m

D_m : demanda de fumo processado no mês m

$CAPFB_i$: capacidade de processamento de fumo bruto da fábrica i

$CAEFB_i$: capacidade de estocagem de fumo bruto da fábrica i

$CAEFP_i$: capacidade de estocagem de fumo processado da fábrica i

2.2 Resultados Obtidos para minimizar os custos

O custo mínimo para o problema apresentado é de \$226.040.000,00, sendo que para obtê-lo a logística deve ocorrer conforme descrito abaixo.

Distribuição do fumo bruto

A tabela abaixo apresenta a quantidade de fumo bruto (1.000 toneladas) que deve ser transportada de cada região/colônia para cada fábrica mês a mês.

Pode-se observar que nos meses de março e abril não há colheita/transporte de fumo bruto a partir das colônias.

Ainda, no mês de agosto 180.000 toneladas de fumo bruto devem ser destruídas na colônia do Paraná, no mês de setembro 240.000 toneladas no Paraná e 100.000 no Rio Grande do Sul. Nos demais meses e colônias todas as quantidades de fumo bruto produzido é transportado para as fábricas.

Tabela 1 – Transporte de fumo das colônias para as fábricas

Mês	Fábrica Região	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄
Janeiro	R ₁	120		110	
	R ₂	120			
	R ₃	120	90		
Fevereiro	R ₁	150			
	R ₃	110			
Maio	R ₄				100
Junho	R ₂	110			
	R ₄				110
Julho	R ₁			140	
	R ₂	240	10		
	R ₃		130		
	R ₄				150
Agosto	R ₁			160	
	R ₂	240	120		
	R ₃		60		
	R ₄				250
Setembro	R ₁			160	
	R ₂	240	140		
	R ₃		40		90
	R ₄				260
Outubro	R ₁			280	
	R ₂	240	130		
	R ₃		60		340
	R ₄				250
Novembro	R ₁			380	
	R ₂	350			
	R ₃		420		
	R ₄				200
Dezembro	R ₁			350	
	R ₂	230			
	R ₃		380		
	R ₄				120

Processamento de fumo bruto

A tabela abaixo fornece o processamento de fumo bruto (1000 ton) em cada fábrica.

Tabela 2 – Processamento de fumo mensal

Fábrica Mês	F₁	F₂	F₃	F₄
Janeiro	240	180	160	170
Fevereiro	240	180	160	170
Março	240	180	160	170
Abril			160	150
Maiο				100
Junho	110			110
Julho	240	140	140	150
Agosto	240	180	160	170
Setembro	240	180	160	170
Outubro	240	180	160	170
Novembro	240	180	160	170
Dezembro	240	180	160	170

Distribuição de vendas

A tabela abaixo fornece a quantidade de fumo processado (1.000 ton) que é vendido em cada fábrica de maneira que toda a demanda mensal seja atendida.

Tabela 3 – Transporte de fumo das colônias para as fábricas

Fábrica Mês	F₁	F₂	F₃	F₄
Janeiro	240		60	
Fevereiro	240		90	170
Março	240	160	130	170
Abril		390	360	150
Maiο		410		390
Junho	110			690
Julho	240	140	140	180
Agosto	240	180	160	20
Setembro	240	180	160	20
Outubro	240	100	160	
Novembro	240	20	160	80
Dezembro	240		160	

Transporte de fumo entre fábricas

Para obter o menor custo não deve-se transportar fumo bruto e fumo processado entre fábricas. O fumo bruto é recebido das colônias e processado no mês corrente ou estocado para ser processado nos meses seguintes. O fumo processado não vendido também é estocado nas próprias fábricas que os processam.

Pode-se observar nas tabelas seguintes que a capacidade de estoque das fábricas tanto para fumo bruto como para fumo processado é suficiente e não carece de investimentos.

Estocagem de fumo bruto

A tabela abaixo fornece a quantidade de fumo bruto (1000 ton) estocado em cada fábrica.

Tabela 4 – Quantidade de fumo bruto estocado nas fábricas

Fábrica Mês	F₁	F₂	F₃	F₄
Janeiro	220	360	480	490
Fevereiro	240	180	320	320
Março			160	150
Abril				
Maiο				
Junho				
Julho				
Agosto				80
Setembro				260
Outubro		10	120	680
Novembro	110	250	340	710
Dezembro	100	450	530	660

A tabela abaixo fornece a quantidade de fumo processado (1.000 ton) estocado em cada fábrica a cada mês.

Tabela 5 – Quantidade de fumo processado estocado nas fábricas

Fábrica Mês	F₁	F₂	F₃	F₄
Janeiro		600	100	900
Fevereiro		780	170	900
Março		800	200	900
Abril		410		900
Maiο				610
Junho				30
Agosto				150
Setembro				300
Outubro		80		470
Novembro		240		560
Dezembro		420		730

Análise da capacidade de processamento

Considerando a possibilidade de aumentar a capacidade de processamento de uma das fábricas, em 1.000 toneladas, verifica-se que o maior retorno ocorreria pela fábrica 3 que possibilita uma redução no custo total em \$ 132.300,00.

Análise da produção de fumo bruto pelas colônias

Considerando o incentivo da produção de fumo bruto em uma das colônias, a tabela abaixo apresenta o impacto gerado no custo total com o aumento mensal da produção em um milhar de tonelada, nos meses em que é possível e interessante o incentivo da produção.

Tabela 7 – Redução de custos devido ao incentivo do plantio

	R₁	R₂	R₃	R₄
Jan	\$ 27.100	\$ 34.200	\$ 27.000	
Fev	\$ 35.100		\$ 35.100	
Mar				
Abr				
Mai				\$ 52.700
Jun		\$ 63.900		\$ 56.500
Jul	\$ 64.700	\$ 65.200	\$ 60.000	\$ 60.300
Ago		\$ 5.200		\$ 5.400
Set		\$ 5.200		\$ 10.800
Out	\$ 4.200	\$ 10.600	\$ 5.400	\$ 16.200
Nov	\$ 11.800	\$ 18.000	\$ 12.600	\$ 21.600
Dez	\$ 19.400	\$ 26.100	\$ 19.800	\$ 27.000

Na colônia da região 1 é interessante desestimular a produção nos meses de agosto (em 20.000 toneladas) e setembro (em 100.000 toneladas), pois essas quantidades estão em excesso e são destruídas. O custo total anual diminuiria em \$ 162.200,00 caso o incentivo no aumento de 1000 toneladas ocorresse em todos os meses destacados na tabela. Na colônia da região 2 o custo total anual diminuiria em \$ 228.400,00 caso o incentivo no aumento de 1000 toneladas ocorresse em todos os meses destacados na tabela. Na colônia do Paraná é interessante desestimular a produção nos meses de agosto (em 180.000 toneladas) e setembro (em 240.000 toneladas), pois essas quantidades estão em excesso e são destruídas. O custo total anual diminuiria em \$159.900,00 caso o incentivo no aumento de 1000 toneladas ocorresse em todos os meses destacados na tabela.

Na colônia da região 4 o custo total anual diminuiria em \$230.500,00 caso o incentivo no aumento de 1000 toneladas ocorresse em todos os meses destacados na tabela, sendo a colônia em que o incentivo trará maior custo/benefício.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No mundo em que hoje vivemos a sobrevivência de uma organização impõe o planejamento. Para auxiliar os planejadores a pesquisa operacional mostra-se uma ferramenta eficaz na otimização de custos e lucros, seja em problemas de logística ou de transporte. Devido a sua importância esta é uma disciplina incluída nos currículos de engenharia, economia, administração e estatística.

Neste trabalho apresentou-se um estudo de caso que permite avaliar este ramo da matemática aplicada na análise de situações reais que envolvam recursos restritivos. Conforme mencionado na seção 3, os modelos lineares foram codificados em GAMS, uma linguagem de modelagem projetada para a elaboração e solução de problemas de programação matemática grandes. Convém salientar que a metodologia utilizada no trabalho,

baseada na linguagem de modelagem GAMS, é acessível para fins acadêmicos bem como a plataforma Neos Solver.

Destaca-se que a otimização produz a melhor solução para o problema que foi modelado. A correspondência entre modelo e realidade terá de ser aferida (testada) e a solução avaliada. Isto é, tem-se de comparar seu desempenho com o da política ou procedimento que ela irá substituir, para então tomar-se a decisão de implementar os resultados ou reavaliar o modelo.

REFERÊNCIAS

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. *Pesquisa operacional para cursos de engenharia*. Editora Campus, 2007.

LOESCH, Cláudio; HEIN, Nelson. *Pesquisa operacional: fundamentos e modelos*. São Paulo: Saraiva, 2009.

HASTINGS, N. A. J. *Dynamic Programming with Management Applications*. Butterworth, Hungary, 1973.

TRANSPORT AND STORAGE OF TOBACCO - A LINEAR PROGRAMMING MODEL USED IN DECISION-MAKING

Abstract: *This paper presents a linear programming model for a problem of transportation, processing and storage of tobacco which is used as decision criterion the minimization of costs involved. Applies software GAMS (General Algebraic Modeling System) for the case number shown, implying a solution to the decision variables. We analyze the results obtained by evaluating the immediate decisions to be taken and also suggesting investments and changes in policy. The study results infer the transport process while minimizing operating costs and analyzing the impact of potential investments. We emphasize the importance of implementing such models as a tool in decision making in logistics and transportation problems that are material for the study of production engineering courses.*

Keywords: *Operations Research, Transportation, Logistics*

APÊNDICE – DADOS DO PROBLEMA NUMÉRICO

Tabela 8 – Fábricas: capacidades de processamento, estocagem e custos

Fábrica	Processamento de Fumo		Estoque Fumo Bruto		Estoque Fumo Processado	
	Capacidade (ton.mês)	Custos (R\$/ton)	Capacidade (ton.mês)	Custos (R\$/ton)	Capacidade (ton.mês)	Custos (R\$/ton)
F ₁	240.000	10,30	1.500.000	8,10	1.000.000	5,30
F ₂	180.000	12,40	750.000	7,20	800.000	4,10
F ₃	160.000	9,70	1.250.000	7,60	1.000.000	4,60
F ₄	170.000	10,50	1.000.000	5,40	900.000	3,80

Tabela 9 – Cronograma de colheita por região

Produção de fumo (ton)				
Mês	R₁	R₂	R₃	R₄
Jan	230	120	210	0
Fev	150	0	110	0
Mar	0	0	0	0
Abr	0	0	0	0
Mai	0	0	0	100
Jun	0	110	0	110
Jul	140	250	130	150
Ago	180	360	240	250
Set	260	380	370	260
Out	280	370	400	250
Nov	380	350	420	200
Dez	350	230	380	120

Tabela 10 – Previsão mensal da venda de fumo bruto

Mês	Previsão de vendas (ton)
Jan	300.000
Fev	500.000
Mar	700.000
Abr	900.000
Mai	800.000
Jun	800.000
Jul	700.000
Ago	600.000
Set	600.000
Out	500.000
Nov	500.000
Dez	400.000

Tabela 11 – Custos de transporte entre regiões produtoras e fábricas

Custo de Transportes (\$/ton)				
	F₁	F₂	F₃	F₄
R₁	7,20	10,8	12,00	26,00
R₂	6,80	3,60	4,00	25,20
R₃	14,40	10,80	9,20	21,60
R₄	23,40	16,40	14,80	10,80
F₁	-	8,40	10,00	22,80
F₂	8,40	-	7,20	18,40
F₃	10,00	7,20	-	17,20
F₄	22,80	18,40	17,20	-