METODOLOGIA INTERDISCIPLINAR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS NOS CURSOS DE ENGENHARIA.

A.V. dos Santos – vandao@urisan.tche.br
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI
Av. Universidade das Missões, 464
98802470 – Santo Ângelo – RS
J. C Krause – krause@urisan.tche.br
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI
Av. Universidade das Missões, 464
98802470 – Santo Ângelo – RS
M. F. Heck – mhecmat@urisan.tche.br
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI
Av. Universidade das Missões, 464
98802470 – Santo Ângelo – RS
R. Ozinkoski – ozinkoski@ig.com.br
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI
Av. Universidade das Missões, 464
98802470 – Santo Ângelo – RS

Resumo: *O estudo interdisciplinar é uma ferramenta que vem sendo utilizada em várias universidades e instituições de pesquisa, onde várias disciplinas que comutam conceitos teóricos são agrupadas em áreas antes não existentes. Assim devemos demonstrar não somente que este tipo de estudo é importante, mas desenvolvermos metodologias para que realmente possamos trabalhar a integração de conceitos. Nessa temática vamos propor uma metodologia diferenciada para ensino de Equações Diferenciais, onde utilizamos conceitos de laboratório experimental em comunhão com os conceitos de Física e Matemática objetivando de ir ao encontro das propostas de Piaget em relação às fases do desenvolvimento cognitivo do ser humano. Uma vez que os alunos (público alvo deste estudo) se encontram no estágio formal operacional conseguem ir além das experiências concretas começando a pensar abstratamente, com razão lógica e tirar conclusões a partir das informações disponíveis, bem como aplicar todos estes processos para situações hipotéticas. Assim, propomos o desenvolvimento de estudos em laboratórios, com a modelagem do sistema e posteriormente desenvolver a matemática adequada para que, após isto, realmente aconteça a aprendizagem significativa como defende Ausubel.*

Palavras-Chave: *Ensino de Física – Equações Diferenciais - Pêndulo*

1 INTRODUÇÃO

As disciplinas de Física envolvendo mecânica clássica estão distribuídas em vários cursos, assim como as disciplinas de Cálculo e outras relacionadas aos laboratórios experimentais. Podemos citar aqui cursos como Física, Engenharia, Matemática, Química e outros onde, muitas vezes, a conexão entre esses conteúdos (para os alunos) não são claras, sendo um desafio para o professor a conexão entre os conteúdos de Cálculo e Física e também o domínio do fenômeno físico no laboratório experimental. O conteúdo de Equações Diferenciais é ministrado nas disciplinas de Cálculo em geral sem uma conexão com as disciplinas de Física e muito longe do laboratório experimental. Como a maioria dos alunos está no período formal operacional, que é o quarto e final dos períodos de desenvolvimento cognitivo no modelo piagetiano (PIAGET, 1982, LIMA 1980), esta etapa, que segue o Betão, fase Operacional, começa a cerca de 11/15 anos de idade (puberdade) e continua na vida adulta. Neste estágio, o indivíduo vai além das experiências concretas e começa a pensar abstratamente, com razão lógica e tira conclusões a partir das informações disponíveis, bem como aplica todos estes processos para situações hipotéticas. Em resumo, existe qualidade do pensamento do adolescente no nível operacional formal, ficando evidente que possui condições de modelar e resolver problemas. A qualidade da lógica do pensamento das crianças é mais susceptível em resolver os problemas por um processo de tentativa e erro, já os adolescentes começam a pensar mais como um cientista, concebendo planos para resolver os problemas e sistematicamente soluções. Eles usam raciocínio hipotético-dedutivo, o que significa que desenvolvem melhor hipóteses ou suposições e a sistemática de deduzir ou concluir, que acreditamos ser o melhor caminho a seguir na resolução do problema. Nesse trabalho demonstramos como é possível utilizar a interdisciplinaridade entre Física Clássica, a Matemática e o laboratório experimental, já que os alunos nos cursos de Engenharia estão na fase operacional podendo assim utilizar demonstrações, conclusões e também a realizarem a conexão entre o experimento e a prática, bem como construir modelos matemáticos e generalizar para outros problemas.

Este trabalho foi desenvolvido no laboratório de Física da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e Das Missões, Campus de Santo Ângelo, onde realizamos o desenvolvimento experimental e as demais partes do trabalho.

Apresentamos inicialmente na próxima seção alguns tópicos de Equações Diferenciais, redigindo um pequeno histórico. Após sugerimos uma aplicação em oscilações, onde obtemos as equações de forma analítica. Logo após expomos uma conexão com a parte experimental, aplicando as equações ao modelo mais popular de oscilação, ou seja, o pêndulo simples, mostrando assim uma metodologia para a obtenção de dados experimentais junto com demonstrações matemáticas, sempre pensando em facilitar a aprendizagem significativa (ANDRÉS, 2003b, ANDRÉS, 2008, AUSUBEL, 1978) dos conceitos utilizados.

2 RESULTADOS E DISCUSSÕES

As Equações Diferenciais abrangem o campo da Matemática Pura e Aplicada e sua utilização é de suma importância na Física, Engenharia, Química e outras carreiras acadêmicas. Na Engenharia existem trabalhos usando ilustrações visuais e softwares (FIOLHAIS, 2003, GUERRINI, 2002, JAVARONI, 2009), uma metodologia bastante diferente da proposta neste trabalho.

Em uma Equação Diferencial temos uma incógnita em função das respectivas derivadas, sendo usada muito frequentemente para descrever processos nos quais a mudança de uma medida ou dimensão é causada pelo próprio processo. Historicamente as primeiras Equações Diferenciais foram as relativas à aceleração, que Galileo Galilei pôde medir ainda que com métodos geométricos. Isaac Newton introduziu o Cálculo Diferencial e as Equações Diferenciais como as conhecemos hoje e um exemplo básico é a segunda lei de Newton da Mecânica Clássica, que popularmente consiste na afirmação de que para uma partícula de massa m (movendo-se em, digamos, uma dimensão, do ponto de vista de um referencial inercial), o produto de sua massa por sua aceleração é igual a força que age sobre ela.

A natureza, de um modo geral, apresenta algumas leis que se expressam matematicamente em termos de Equações Diferenciais (parciais), tais como as leis do Eletromagnetismo (equações de Maxwell), da Mecânica dos Fluidos (equações de Euler e de Navier-Stokes), da Mecânica Quântica (equações de Schrödinger, de Klein-Gordon e de Dirac), da Teoria da Relatividade Geral (equação de Einstein), etc.

Os cursos de Física e de Engenharia fazem uso intensivo do Cálculo visto que essa disciplina esta presente na grade curricular na maioria dos cursos do país. Mas, mesmo assim, existe uma deficiência na conecção de seus conceitos, apesar destas disciplinas e suas aplicações na Engenharia estarem intimamente ligadas, principalmente os conceitos da Mecânica Clássica.

A massa de um objeto de densidade conhecida, o momento de inércia dos objetos, assim como, a energia total de um objeto, dentro de um sistema fechado, podem ser encontrados usando o Cálculo (LEITHOLD, 1986, HALLIDAY, 1996). Um exemplo mais histórico do uso do Cálculo na Física e na Engenharia é a segunda lei de Newton que usa a expressão "taxa de variação" que se refere à derivada: *A taxa de variação do momento de um corpo é igual à força resultante que age sobre o corpo e na mesma direção.* Até a expressão comum da segunda lei de Newton como Força = Massa × Aceleração envolve o Cálculo Diferencial porque a aceleração pode ser expressada como a derivada da velocidade (NEWTON, 1934).

Na literatura encontramos alguns trabalhos que usam o modelo G. Vergnaud (Modelo MATLaF) (VERGNAUD, 1990) para investigar trabalhos associados a laboratório e mapas conceituais (VERGNAUD, 1990). Também existem estudos da aplicação da informática no estudo de oscilações entretanto, limitado segundo alguns autores (SANTOS, 2002). Na disciplina de Cálculo, o fenômeno oscilações geralmente não está conectado com o laboratório e com a Matemática utilizada, desta forma impõem sérios problemas na aprendizagem significativa. Assim se propõe um estudo utilizando três momentos distintos: A modelagem do sistema a ser estudado(diagrama de forças), segundo momento a resolução do sistema de equações, e no terceiro momento aplicação prática, ou seja, construção experimental. Este estudo será realizado num fenômeno de oscilação muito conhecido o pêndulo simples com e sem amortecimento.

Quando a força é exatamente conhecida, uma lei de conservação pode prestar grande ajuda na solução de equações de movimento de uma partícula. Muitos físicos usam uma rotina para a solução de problemas desconhecidos: em primeiro lugar, usa- se todas as leis de conservação relevantes uma por uma; somente após isto, se ainda houver elemento restante no problema, se começa com o trabalho de solução das Equações Diferenciais.

Para a aplicação da metodologia proposta iniciamos pela construção teórica e o entendimento do fenômeno a ser estudado ou seja, a aplicação das leis de conservação Físicas e a construção visual do fenômeno.

3 MOVIMENTO DE OSCILAÇÃO DOS PÊNDULOS

Para a aplicação da metodologia proposta inicia-se pela construção teórica e o entendimento do fenômeno a ser estudado, ou seja, a aplicação das leis de conservação Físicas e a construção visual do fenômeno.

A oscilação de um pêndulo não é indefinida, pois sofre ações externas, como o atrito, que causam uma perda gradativa de energia mecânica, pois encontramos uma força ou mais contrárias ao movimento. Pode-se então inicialmente analisar o caso mais simples, o caso sem atrito. Para realizar este experimento se propõe para o aluno um pêndulo onde o fio de comprimento L, seja fino o suficiente para que o atrito seja reduzido ao máximo, aconselha-se linha de costura com 0.25mm de espessura. Como massa oscilante usamos uma esfera com uma superficie extremamente lisa para diminuir ao máximo também a força de atrito do ar, sugestão uma esfera de aço (esquema mostrado na figura 1). Este esquema faz parte da metodologia que deve ser montado pelo aluno após observar várias oscilações, onde o próprio aluno deve montar o desenho esquemático da figura 1, afim de visualizar o diagrama de forças como na figura 2.

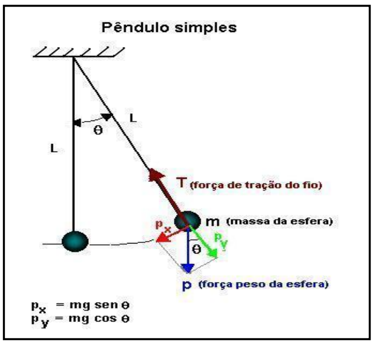

Figura 1 – Desenho esquemático do pêndulo simples

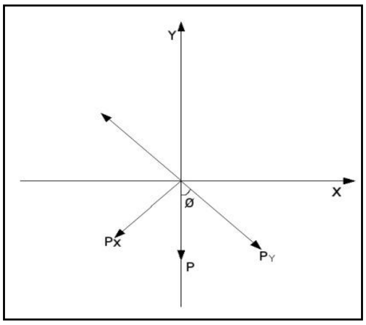

Figura 2 – Diagrama de forças

As equações do movimento do oscilador harmônico simples sem atrito se obtêm pela aplicação da segunda lei de Newton ao sistema, a força P_y se anula com a força T, conforme digrama de forças da figura 2 restando somente uma força restauradora contrária ao movimento: a P_x. Como é um sistema oscilante e considerando que o aluno já deve ter conhecimento do mesmo da Mecânica Clássica básica, ele será capaz de aplicar a segunda lei de Newton e escrever a equação do movimento $\sum F = ma$. Assim como a força restauradora é dada pela lei de Hook e como se trata de um sistema sem atrito, a força restauradora pode ser escrita como ma=-kx, que devemos escrever em forma de equação diferencial e resolvê-la.

3.1 Resolução utilizando a Matemática adequada

O segundo passo é a resolução utilizando a Matemática adequada, neste caso as Equações Diferenciais podem ser classificadas da seguinte forma: **Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) -** se a função é desconhecida e depende de uma única variável independente, neste caso aparecem apenas derivas simples. **Equações Diferenciais Parciais (EDP) -** se a função desconhecida depende de diversas variáveis independentes (neste caso aparecem as derivadas parciais). **Sistema de Equações Diferenciais -** se existem duas ou mais funções que devem ser determinadas, sendo necessário um sistema de equações.

3.2 Pêndulo sem Atrito

Do diagrama de força, figura 2, temos que a força P_y se anula com a força T, assim temos um sistema onde a força restauradora é P_x que é contrária ao movimento e obedece à lei de Hook F=-kx, assim a segunda lei de Newton pode ser escrita como:

$m.\frac{d^2x}{dt^2} + k.x = 0$ divide por m (1)

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}.x = 0$ (1.1) definimos: $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \leftrightarrow w_0^2 = \frac{k}{m}$

Podemos escrever

$\frac{d^2x}{dt^2} + w_0^2 . x = 0$ (1.2)

Encontramos o polinômio característico:

$r^2 + w_0^2 = 0$ (1.3) onde: a= 1, b= 0 e c= w_0^2

$r_1 = \frac{-b + (b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}}}{2a}$ *(1.4)* $r_2 = \frac{-b - (b^2 - 4ac)^{\frac{1}{2}}}{2a}$ *(1.5)*

$r_1 = \frac{0 + [(0^2) - 4.1.w_0^2]^{\frac{1}{2}}}{2.1}$ *(1.6)* $r_1 = \frac{0 - [(0^2) - 4.1.w_0^2]^{\frac{1}{2}}}{2.1}$ *(1.7)*

$r_1 = \frac{\sqrt{-4.w_0^2}}{2}$ *(1.8)* $r_2 = -\frac{\sqrt{-4.w_0^2}}{2}$ *(1.9)*

$r_1 = \frac{4.i.w_0^2}{2}$ *(2)* $r_2 = \frac{-4.i.w_0}{2}$ *(2.1)*

$r_1 = 2.i.w_0$ *(2.2)* $r_2 = -2.i.w_0$ *(2.3)*

Equação Geral:

X(t)= $C_1e^{r_1t} + C_1e^{r_2t}$ *(2.4)*

X(t)= $C_1\, e^{(2.i.w_0).t} + C_2\, e^{(-2.i.w_0).t}$ *(2.5)*

Usando a equação $e^{i\vartheta} = \cos\vartheta + i.\ sen\,\vartheta$ (Equação de Euler)

$x(t) = e^2.\{[(C_1\ \cos wt + C_1 . i. sen\, wt + C_1 . i)] + [(C_2\ \cos wt + C_2 . i. sen\, wt)]\}$ (2.6)

$x(t) = e^2\{(C_1 + C_2)\ coswt + [\ i.(-\ C_1 - C_2). sen\ wt]\}$ (2.7)

$x(t) = e^2\{(C_1 + C_2)\ coswt + [-\ i\ (C_1 + C_2).\ senwt\ ]\}$ (2.8)

Sendo: $A_1 = C_1 + C_2$ *e* $A_2 = -\ i.\ (C_1 + C_2)$

$x(t) = e^{2}\,(A_1 cos\; wt + A_2 sen\; wt)$ (2.9)

Usamos: cos(a - b) = cos a . cos b + sen a . sen b (Relação Trigonométrica):

Sendo: $A_1 = A \cos\delta$ *e* $A_2 = A\, sen\,\delta$;

Obtemos: $x(t) = e^{2}.[(A \cos\delta \,.\, coswt) + (A\, sen\delta.\, senwt)]$ (3)

$X(t) = e^{2}\cos(wt - \delta)$ (3.1)

Assim encontra-se a equação geral. Na próxima seção resolvemos o oscilador real, incluindo o atrito.

3.3 Pêndulo Harmônico Amortecido

A oscilação de um pêndulo não é indefinida, pois sofre ações externas, como o atrito, que causam uma perda gradativa de energia mecânica. No caso da velocidade de oscilação não muito grande, admite-se uma força amortecedora do tipo F_a = - b.v, onde *b* é a constante a ser determinada.

Este movimento é dado pela seguinte equação: F= - k.x - b.v, onde –k.x é a força restauradora do movimento harmônico amortecido. O *k* da equação é dado por k= w_0^2.m e fazendo $\frac{b}{m} = 2.\ \beta$, temos que $\beta = \frac{b}{2m}$. Se o amortecimento é pequeno a solução da equação diferencial deste movimento pode ser expressa da seguinte maneira:

x= $A_0 e^{-\beta.t}$ cosw. t com w= $\sqrt{w_0^2 - \beta^2}$ sendo que para um pequeno amortecimento:

$w_0^2 - \beta^2 > 0$. F= - k.x - b.v

Usando a 2ª Lei de Newton:

F= -F_r - F_a m.a= - k.x - b. v m. $\frac{d^2x}{dt^2}$ = - k.x - b. $\frac{dx}{dt}$ m.$\frac{d^2x}{dt^2}$ + b. $\frac{dx}{dt}$ + k.x = 0.

Dividindo toda a equação pela constante variável x, temos: $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}.\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}.x = 0$

Definindo: dois $\beta = \frac{b}{m}$; $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \leftrightarrow w_0^2 = \frac{k}{m}$

$\frac{d^2x}{dt^2} + 2.\ \beta.\frac{dx}{dt} + w_0^2.x = 0$ (4)

Polinômio característico:

$r^2 + 2.\ \beta.r + w_0^2 = 0$ (4.1) Onde: a= 1, b= 2β e c= w_0^2

$r_1 = \frac{-b + (b^2 - 4.a.c)^{\frac{1}{2}}}{2.a}$ (4.2) $r_2 = \frac{-b - (b^2 - 4.a.c)^{\frac{1}{2}}}{2.a}$ (4.3)

$$r_1 = \frac{-2.\beta + [(2\beta)^2 - 4.1.w_0^2]^{\frac{1}{2}}}{2.1} \quad (4.4) \qquad r_2 = \frac{-2.\beta - [(2\beta)^2 - 4.1.w_0^2]^{\frac{1}{2}}}{2.1} \quad (4.5)$$

$$r_1 = \frac{-2\beta + [4\beta^2 - 4.w_0^2]^{\frac{1}{2}}}{2} \quad (4.6) \qquad r_2 = \frac{-2\beta - [4\beta^2 - 4.w_0^2]^{\frac{1}{2}}}{2} \quad (4.7)$$

$$r_1 = \frac{-2\beta + \sqrt{4\beta^2 - 4w_0^2}}{2} \quad (4.8) \qquad r_2 = \frac{-2\beta - \sqrt{4\beta^2 - 4w_0^2}}{2} \quad (4.9)$$

$$r_1 = \frac{-2\beta + \sqrt{4.(\beta^2 - w_0^2)}}{2} \quad (5) \qquad r_2 = \frac{-2\beta - \sqrt{4.(\beta^2 - w_0^2)}}{2} \quad (5.1)$$

$$r_1 = \frac{-2\beta + 2.\sqrt{\beta^2 - w_0^2}}{2} \quad (5.2) \qquad r_2 = \frac{-2\beta - 2.\sqrt{\beta^2 - w_0^2}}{2} \quad (5.3)$$

$$r_1 = -\beta + \sqrt{\beta^2 - w_0^2} \quad (5.4) \qquad r_2 = \beta - \sqrt{\beta^2 - w_0^2} \quad (5.5)$$

EquaçãoGeral: Sendo: $i = \sqrt{-1}$; $w_1^2 = w_0^2 - \beta^2$;

$x(t) = C_1 e^{r1t} + C_2 e^{r2t}$ (5.6) $e^{i.\vartheta} = \cos\vartheta + i.\ \text{sen}\,\vartheta$ (Equação de Euler)

$x(t) = C_1 e^{(-\beta+\sqrt{\beta^2-w_0^2}).t} + \mathbf{C}_2 e^{(-\beta-\sqrt{\beta^2-w_0^2}).t}$ (5.7)

$x(t) = C_1 e^{(-\beta.t+\sqrt{\beta^2-w_0^2}.t)} + \mathbf{C}_2 e^{(-\beta.t-\sqrt{\beta^2-w_0^2}.t)}$ (5.8)

$x(t) = e^{-\beta.t} (C_1 e^{\sqrt{\beta^2-w_0^2}.t} + \mathbf{C}_2 e^{-\sqrt{\beta^2-w_0^2}.t})$ (5.9)

$x(t) = e^{-\beta.t} (C_1 e^{\sqrt{-w_1^2}.t} + C_2 e^{-\sqrt{-w_1^2}.t})$ (6)

$x(t) = e^{-\beta.t} (C_1 e^{i.w_1.t} + C_2 e^{-i.w_1.t})$ (6.1)

Usamos: cos(a-b) = cos a . cos b + sen a . sen b (Relação Tirgonométrica)

$x(t) = e^{-\beta.t} [(C_1 \cos wt + C_1 .\ i.\text{sen}\ wt) + (C_2 \cos wt - C_2 .i.\text{sen}\ wt)]$ (6.2)

$x(t) = e^{-\beta.t} [(C_1 + C_2) \cos wt + (i.(C_1 + C_2).\text{sen}\ wt)]$ (6.3)

Sendo: $A_1 = C_1 + C_2$ e $A_2 = i.(C_1 + C_2)$

$x(t) = e^{-\beta.t} (A_1 \cos wt + A_2\ \text{sen}\ wt)$ (6.4)

Sendo: $A_1 = A \cos\delta$ e $A_2 = A\ \text{sen}\,\delta$

$x(t) = e^{-\beta.t} [(A \cos\delta .\cos wt) + (A\ \text{sen}\,\delta .\text{sen}\ wt)]$ (6.5)

Usamos: cos(a-b) = cos a . cos b+ sen a . sen b (Relação Trigonométrica);

$x(t) = e^{-\beta.t} \cos(wt-\delta)$ (6.6)

Assim, o aluno terá resolvido na prática as Equações Diferenciais em um sistema Físico muito próximo ao real. Mas será que o aluno teve a aprendizagem siginificativa?

Como o aluno tem capacidade de modelar o problema e resolver problemas, temos aqui um teste sensível da sua capacidade abstrata, que é fazer o inverso, ou seja, comfirmar o seu modelo abstrato na prática realisando o experimento da seguinte forma.

4 CONCLUSÃO

Com esta metodologia não só estamos mostrando a importância da interdisciplinaridade entre Física, Matemática e o laboratório de ensino, mas a partir das observações extraídas e dos cálculos realizados, constatou-se a possibilidade de termos uma metodologia alternativa a fim de aplicarmos os conhecimentos adquiridos durante a disciplina de Cálculo do curso de Engenharia. A qual deve proporcionar, além de uma aprendizagem efetiva, um entendimento Físico possibilitando um estudo aplicado analítico sobre os sistemas pendulares.

Entretanto, foi possível analisar algumas situações: primeiramente a de um pêndulo simples sem atrito, e a seguir a de um pêndulo harmônico amortecido, o qual possibilitou identificar que as oscilações têm uma amplitude constante. Porém, sabe-se pela experiência que um pêndulo oscila com uma amplitude que gradualmente decresce e eventualmente para.

Concluímos a partir desta afirmação e dos dados obtidos na experiência, que todo corpo o qual vibra como - uma mola ou um pêndulo - não possuiu oscilações com amplitude constante, pois sofre a ação de agentes do meio e a energia que é perdida pela partícula que executa o movimento é absorvida pelo meio no qual o movimento se processa. Logo, os conceitos apresentados acima serão na lógica de Piaget possíveis de serem obtidos já que os alunos estão na fase operatória formal.

5 REFERÊNCIAS

LIMA, Lauro de Oliveira. **Piaget para principiantes**. 2. ed. São Paulo: Summus, 1980. 284 p. , PIAGET, Jean. **O nascimento da inteligência na criança**. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.389p.

ANDRÉS, Ma. M. y Pesa, M. (2003b) **Teoría de Campos Conceptuales ergnaud y el Trabajo de Laboratorio en cursos de Física**. Presentado en la X EF de la Asociación de Professores de Física de la Argentina, Nov. 20 Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Río Cuarto.

_______, Marta A. y Meneses, Jesús, p.343 Volumen 26. Número 3. Noviembre de 2008 **Efectividad de un laboratorio guiado por el modelo de aprendizaje MATLaF para el desarrollo conceptual asociado a tareas experimentales.**

AUSUBEL, D.P., Novak, J.D. and Hanesian, H. (1978). **Educational psychology**. New York: Holt, Rinehart and Winston. Publicado em português pela Editora Interamericana, Rio de Janeiro, 1980. Em espanhol por Editorial Trillas, México, 1981. Reimpresso em inglês por Werbel & Peck, New York, 1986.

FIOLHAIS, C.; TRINDADE, J. , Física no computador como uma ferramenta de ensino e na aprendizagem das ciências Físicas: **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo v. 25, n. 3 p. 259-272 set 2003.

GUERRINI, I.M; MAGALHÃES, M.G.M. DE; MAREGA JR. E. Utilizando tecnologia computacional na analise quantitativa de movimentos: **Revista Brasileira de ensino de Física**, São Paulo, v. 24, n. 2 97-102, jun 2002.

HALLIDAY, D. **Fundamentos da Física:** São Paulo, 1996.

JAVARONI, S. L. O processo de visualização no curso de introdução às Equações Diferenciais ordinárias: Revista de Ensino de Engenharia**,** v. 28, n. 1, p. 17-25, 2009.

LEITHOLD, L. **Cálculo com geometria analítica**. University of southern Califórnia, São Paulo, v.1, 1986.

NEWTON, **Mathematical Principles of Natural Philosophy**. Berkeley: University of California Press, 1934.

SANTOS A. V., SANTOS S. R...FRAGA. L. M., Sistema de Realidade Virtual para Simulação e Visualização de Cargas Pontuais Discretas e seu Campo Elétrico: **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo v., n. 2 p. 185-195 jun 2002.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels**. Recherches en Did·ctique des Mathématiques Vol. 10, p. 133-170, Traduzido por Juan Godino, 1990.

INTERDISCIPLINARY TEACHING METHODOLOGY OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN ENGINEERING COURSES.

***Abstract**: The interdisciplinary study is a tool that has been used in several universities and research institutions where various disciplines who commute theoretical concepts are grouped into areas previously not existing. So we must show not only that this type of study is important, but to develop methodologies that can really work the integration of concepts In this issue we propose a different methodology for the teaching of differential equations where we use the concepts of experimental laboratory in communion with the concepts of physics and mathematics to meet the objective of the proposals in relation to Piaget's stages of cognitive development of humans. Once students (target audience for this study) are in the formal operational stage can go beyond the concrete experiences beginning to think abstractly, to reason logically and draw conclusions from available information, and apply all these processes to hypothetical situations. Therefore, we propose the development of laboratory studies, with the modeling system and then develop the mathematics properly so that, after this really happen meaningful learning as advocated by Ausubel.*

***Keywords:** Physics Teaching - Differential Equations - Pendulum*