DESENVOLVIMENTO DE UM KIT DIDÁTICO PARA ESTUDO DE LIMITE E INTEGRAL UTILIZANDO A SOMA DE RIEMANN

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2024.5209

Autores: *IGOR FORCELLI SILVA, ANTONIO MARCOS VILA NOVA, ADELSON ATAIDE DOS SANTOS NETO, CAIO CUNHA REGO DE OLIVEIRA, ARTHUR BERNARDO BARBOSA, SUZETE ÉLIDA NóBREGA CORREIA*

Resumo: *O cálculo diferencial e integral é uma ferramenta matemática de estudo indispensável nos cursos de exatas, assim como nos cursos de engenharia, onde diversas disciplinas subsequentes têm o cálculo como pré-requisito. Por possuir elevado índice de reprovação, que por consequência contribui para o aumento da evasão dos alunos, foi proposto neste trabalho métodos para minimizar tal problemática. A ferramenta desenvolvida consiste em uma abordagem inversa à convencional, apresentando inicialmente a ideia fundamental de limite e integral de uma função, sem se preocupar inicialmente com teoremas e formalidades matemáticas. Com isso, é possível focar em demonstrações palpáveis e interativas dos conceitos, aumentando o estímulo e a fixação do conteúdo por parte dos alunos. Como resultado constatou-se a viabilidade do kit didático, uma vez que os materiais utilizados na confecção são facilmente encontrados e possuírem um custo bastante acessível. Ademais, uma vez confeccionado, o kit dispensa a necessidade de softwares, computadores, internet, retroprojetores, entre outros meios de apresentação; podendo ser utilizado, também, em circunstâncias de menor recurso.*

Palavras-chave: *Cálculo diferencial e integral. Ferramenta metodológica de ensino. Kit didático. Métodos de ensino. Matemática.*

DESENVOLVIMENTO DE UM KIT DIDÁTICO PARA ESTUDO DE LIMITE E INTEGRAL UTILIZANDO A SOMA DE RIEMANN

1 INTRODUÇÃO

As disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral fazem parte da base matemática exigida nas engenharias. Para a engenharia elétrica existe uma enorme importância destas disciplinas, visto que as aplicações dos fundamentos do Cálculo são inúmeras, desde as leis que regem os circuitos elétricos até o funcionamento dos sistemas de distribuição de energia. Além de que, outras disciplinas que compõem a matriz curricular do curso de Engenharia Elétrica, incorporam em seus conteúdos questões de Cálculo (Santos; Pinter, 2021).

Historicamente as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral são responsáveis pelos altos índices de reprovação e evasão. Dentre as justificativas para este fato, destaca-se a metodologia de ensino inadequada, considerando que a abordagem de ensino tradicional presente nos cursos de engenharia não supre as demandas do contexto social e educacional atual.

Na área de ciências exatas, quando comparado a outras disciplinas, o Cálculo Diferencial e Integral apresenta um impacto significativo na vida acadêmica dos discentes e, em função disto, inúmeras pesquisas debatem o ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral (Fontes, 2021).

De acordo com Rodrigues e Neves (2019) os estudantes não apresentam preparação matemática para o ingresso no ensino superior e, por isso, externam pensamento matemático não compatível com a nova fase acadêmica, demonstrando dificuldades de abstração, de compreensão e de interpretação dos conceitos aplicados. Ainda segundo os autores, a maioria dos problemas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral dependem de uma representação visual adequada, gerando dificuldades aos alunos na identificação de relações entre os elementos das funções matemáticas.

As metodologias de ensino-aprendizagem tradicionais, geralmente caracterizadas pela transmissão de conceitos e resolução de exercícios fechados com ênfase no treinamento algébrico, é um dos fatores responsáveis pelos índices alarmantes de reprovação e evasão nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Nesse sentido, reforça-se a ideia de que é preciso construir significados conceituais por meio de aplicações guiadas pela investigação, de modo que os discentes percebam a importância destas disciplinas ao ponto de se envolverem melhor com a aprendizagem (Thiele; Kamphorst; Kamphorst, 2020).

É fato que os cursos de engenharia necessitam prover aos alunos uma formação teórica atrelada ao desenvolvimento de habilidades práticas. Nesse contexto, identifica-se a importância de uma estrutura laboratorial adequada para prover aos alunos maiores proximidades com os conceitos estudados de forma prática. Para isto, as instituições de ensino necessitam despender altos valores para a aquisição de equipamentos na composição dos laboratórios, e, muitas vezes, encontram dificuldades em manter o custo dentro do orçamento disponibilizado para os equipamentos didáticos. Insta-se citar que é crescente a busca por soluções de baixo custo que permitam práticas laboratoriais nas diversas áreas do conhecimento (Oliveira *et al.*, 2020, Quintino *et al.*, 2015).

Silva, Kemczinski e Santos (2023) desenvolveram uma prática educativa – Sequência Didática (SD) mediada por aprendizagem ativa, buscando solucionar o insucesso (reprovação e evasão) dos discentes nas disciplinas de Cálculo Diferencial e

Integral. Segundo os autores, os resultados apontam, de acordo com especialistas, que o produto educacional desenvolvido é adequado a uma proposição de prática educativa mediada por uma aprendizagem ativa para as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

Correa, Silva e Martini (2020) em seu trabalho desenvolveram sólidos geométricos com materiais de custo acessível (como cartolina, papel sulfite, folhas no tamanho A4, etc.), simulando caixas que entrariam em produção fabril. Demonstrando que o uso de kits didáticos no ensino de Cálculo Diferencial e Integral apresenta melhora significativa no ensino da disciplina, além de conseguir despertar maior interesse dos alunos e gerar melhor entendimento dos conceitos abordados. Os kits utilizados são de baixo custo o que facilita na reprodução do método de ensino-aprendizagem em futuras turmas.

Pinho e Sindeaux (2016) buscaram introduzir *softwares* gratuitos matemáticos para proporcionar um aprofundamento ou um melhor aprendizado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. A atividade desenvolvida pelo autor mostrou-se significativa profissionalmente e permitiu o aprendizado diferenciado na formação acadêmica.

Rocha (2018) usou da tecnologia da impressora 3D para a elaboração de instrumentos didáticos que possam ser explorados em sala de aula como possibilidade de complementar a aprendizagem em matemática, principalmente na abordagem dos conceitos de cálculo e geometria. A priori este material seria utilizado como método de ensino-aprendizagem para a soma de Riemann e cálculo de área e volume, porém segundo o autor, a utilização desse material concreto como método de ensino-aprendizagem, possibilita a abordagem de conceitos que vão além daqueles que inicialmente motivaram sua criação.

Visando combater a dificuldade das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Santos (2019) desenvolveu um manual de utilização do *software GeoGebra*, com o objetivo de auxiliar os docentes e acadêmicos nos conteúdos como: derivadas, integrais, soma de Riemann, integral de Riemann, etc. O autor aborda os principais conceitos do Cálculo Diferencial e Integral e em seguida suas representações gráficas por meio do *GeoGebra*, que se mostrou um *software* de grande potencial no auxílio em sala de aula, pois, proporciona novas abordagens pedagógicas aos docentes.

Diante dos estudos apresentados, fica notório que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral possuem grande importância para os cursos de engenharia, visto que compõe a fase inicial desses cursos. Estas disciplinas são fundamentais para a base dos acadêmicos, que apresentam muitas vezes grandes dificuldades pelo uso de metodologias tradicionais e baixo rendimento no ensino médio. Sabe-se que estas dificuldades podem ser combatidas por meio de metodologias de aprendizagem ativas, desenvolvimento de kits didáticos e protótipos de baixo custo.

Sendo assim, este artigo objetiva apresentar o desenvolvimento de um protótipo de um kit didático de custo acessível para estudo prático dos conceitos de limite e integral utilizando a soma de Riemann, objetivando maior participação e compreensão por parte dos discentes, em relação aos conceitos abordados nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de engenharia.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Aproximadamente há 2.500 anos, os gregos já sabiam como calcular a área de polígonos, subdividindo-os em triângulos, por exemplo, e em seguida somando estas áreas. Porém, achar a área de figuras curvas se torna menos previsível e mais complexo. Os relatos daquela época apontam para o uso do que é conhecido como “método da exaustão”, princípio que consiste em inscrever e circunscrever a área da figura que se deseja calcular com polígonos conhecidos, aumentando o número de lados desses

polígonos, até se aproximar da área. Porém, foi entre os séculos XVII e XVIII que Gottfried Leibniz e Isaac Newton desenvolveram e publicaram os conceitos de cálculo que conhecemos hoje, onde foi possível adequá-los às ideias de outros matemáticos, possibilitando as formalizações usadas hoje em dia (Stewart, 2013).

2.1 Conceito de limite

Para cada função algébrica, existe uma lei de formação que relaciona o valor de uma quantidade à outra, em que para cada valor de "x", tem-se um valor retornado $f(x)$.

A noção básica de limite, de forma intuitiva, pode ser explicada a partir da necessidade de correlacionar dois valores, só que, neste caso, o interesse está em saber qual será o valor retornado $f(x)$ à medida que "x" se aproxima de um determinado valor, mas sem o assumir. Como exemplo, na função $f(x) = x^2$, quando o "x" se aproxima do número 2, supondo que seja 1,999, $f(x)$ será igual a 3,996, aproximando-se do número 4.

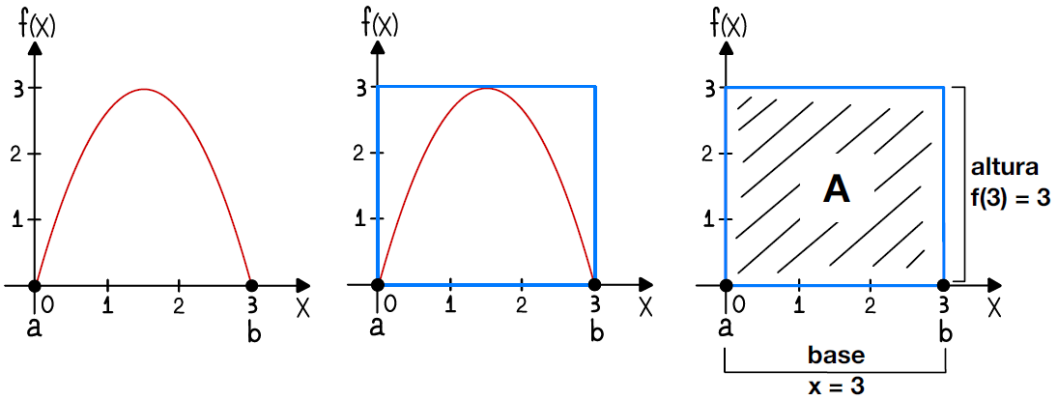
Porém, diferente do valor retornado da função algébrica, o cálculo do limite de uma função não está interessado em quanto vale $f(x)$ quando "x" vale, neste caso, 2; e sim em valores que estão infinitesimalmente próximos de 2, maiores ou menores, mas sem ser propriamente o 2 (Munem, Foulis, 1982).

2.2 Soma de Riemann

A partir da ferramenta de limite, é possível adequar o "método da exaustão" para calcular áreas sob gráficos de funções que estão delimitadas em dado intervalo. Uma vez que a forma para calcular a área de um retângulo é conhecida, será feito o uso de múltiplos retângulos a fim de preencher a área formada pelo gráfico, usando para isso retângulos inscritos e circunscritos em torno da função, de maneira que se aproximem ao máximo da área que se deseja calcular, somando-as em seguida (Stewart, 2013).

A Figura 1 ilustra a ideia que será aplicada mais adiante, onde o cálculo da área abaixo da parábola "$f(x)$", de "a" até "b", é realizado circunscrevendo um único retângulo em torno da função, cuja base é $x = 3$, e a altura $f(3) = 3$, resultando em $A = 3\,x\,3 = 9$ unidades de área.

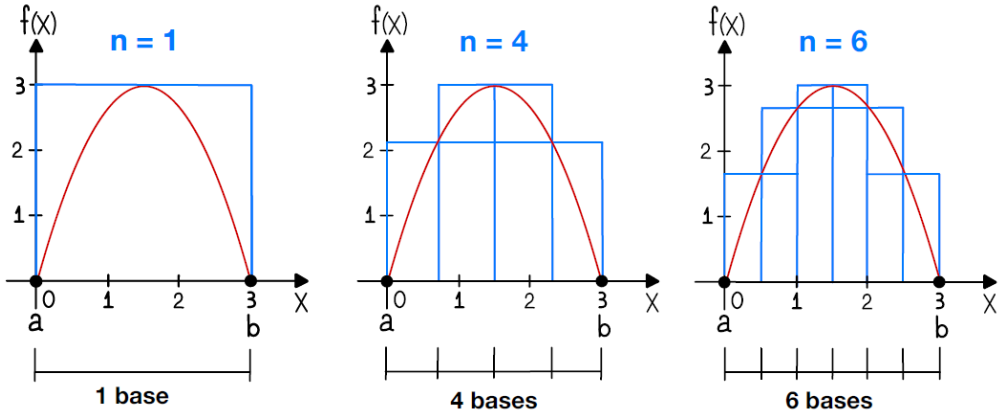
Figura 1 – Aproximação da área da parábola pela área de um quadrado.



Fonte: Elaboração própria (2024).

Na Figura 2, considerando o gráfico da parábola "$f(x)$", o tamanho da base de cada novo retângulo será definido no eixo x, a partir do intervalo de interesse, que neste caso é de "a" até "b". Em seguida, o valor total da base será dividido em "n" partes, resultando em "n" retângulos, e por consequência "n" novos valores de base, chamados de Δx.

Figura 2 – Partição das "n" bases.



Fonte: Elaboração própria (2024).

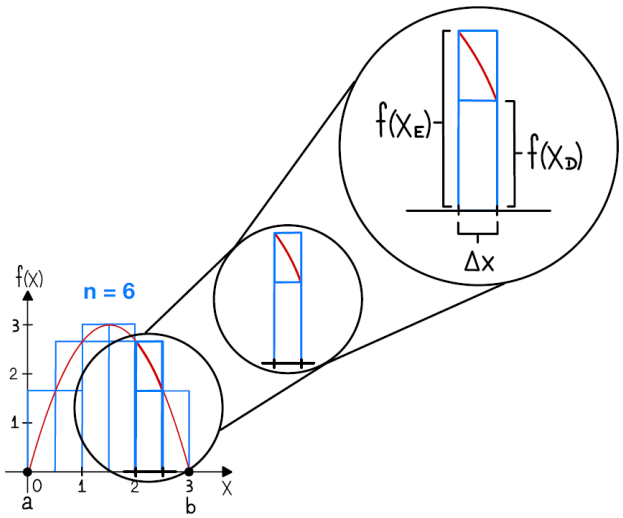
É possível generalizar a expressão matemática de cada nova base de acordo com a Equação 1.

$$\Delta x = \frac{(b-a)}{n}, \tag{1}$$

em que, "n" é o número de retângulos que irá preencher a figura a fim de melhorar a aproximação da área; $(b-a)$ é o valor absoluto (em módulo) da base da figura no intervalo de interesse do cálculo; e Δx é o valor da base de cada "n" retângulos após serem subdivididos em partes menores.

A altura de cada "n" retângulo é definida por cada valor retornado $f(x)$, onde "$f(x_E)$" corresponde a altura da função calculada pela esquerda e "$f(x_D)$" a altura calculada pela direita, definidas nos extremos do subintervalo da base Δx. É possível visualizar no subintervalo Δx que existem dois retângulos, um externo e outro interno à fração da curva da função (em vermelho), conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3 – Altura máxima e mínima do retângulo definido em Δx.

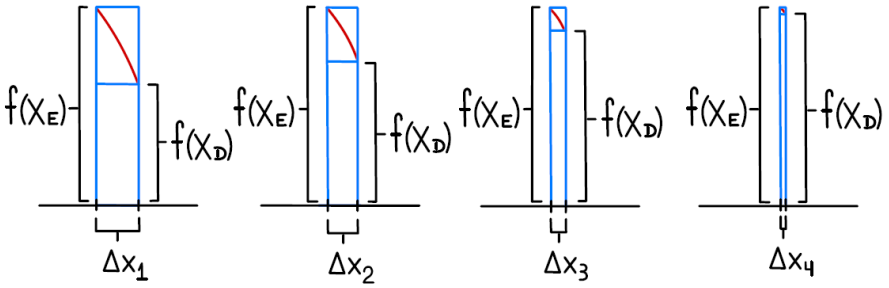


Fonte: Elaboração própria (2024).

À medida que "n" aumenta de valor, os subintervalos Δx diminuem, aproximando cada vez mais as alturas máximas e mínimas (extremo esquerdo e direito), como ilustrado

nos subintervalos Δx_1, Δx_2, Δx_3 e Δx_4 (Figura 4), fazendo com que a diferença da área dos retângulos externos e internos diminuam, tornando os retângulos cada vez mais próximos da área da parábola, definida de "a" até "b", conforme ilustrado na Figura 4.

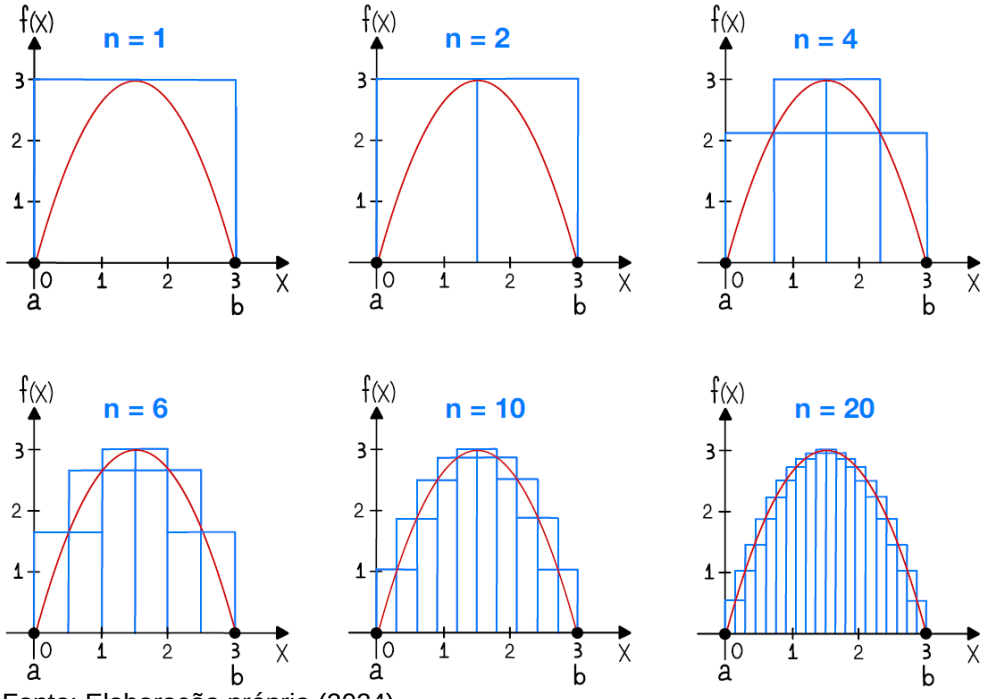
Figura 4 – Efeito causado pela diminuição do valor da base do retângulo.



Fonte: Elaboração própria (2024).

Portanto, à medida que a quantidade de retângulos aumenta ($n = 1$, $n = 2$, $n = 4$, $n = 6$, $n = 10$ e $n = 20$), a soma da área desses retângulos se aproxima cada vez mais da área abaixo da função "$f(x)$", definida de "a" até "b". Dessa forma, quando "n" assume valores cada vez maiores, a aproximação se torna cada vez mais precisa, sendo possível concluir que ao calcular o limite da função quando "n" tender ao infinito, obtém-se o valor exato da área, conforme ilustrado na Figura 5 (Stewart, 2013).

Figura 5 – Aproximação da área da parábola com o aumento do número de retângulos.



Fonte: Elaboração própria (2024).

Ao definir "$f(x)$" como a altura do retângulo e Δx o valor da base desse retângulo, sua área será $A = altura\ x\ base$, ou $A = f(x) \cdot \Delta x$, porém, essa área é apenas de um retângulo. Para somar os vários retângulos, será necessário a notação de somatório "Σ", que representa a soma de todos os retângulos abaixo da curva, conforme expresso na Equação 2.

$$A = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \times \Delta x, \quad (2)$$

em que, a área A será igual ao somatório dos "n" retângulos, cuja base é o valor de Δx, a altura é um valor arbitrário $f(x_i)$ da função (no intervalo de cada base Δx), quando "n" tender ao infinito (Stewart, 2013).

Os conceitos de integral são extensivamente utilizados nas disciplinas dos cursos de engenharia, assim como no exercício da profissão do engenheiro. Na engenharia elétrica, seja no ramo das telecomunicações, da eletrônica ou de potência, os equipamentos de medição, a exemplo do osciloscópio, fazem uso do cálculo integral para processar sinais (com base em sua área), possibilitando a medição de grandezas elétricas como tensão, corrente, potência, entre outras.

As integrais também são aplicadas nas séries de Fourier, técnica indispensável no processamento de sinais no campo da eletrônica e das telecomunicações, permitindo a análise espectral, análise da retificação e distorções harmônicas, possibilitando, também, o projeto de filtros passivos e ativos com ampla gama de aplicações (Alexander; Sadiku, 2013).

3 METODOLOGIA

Inicialmente foram escolhidas as funções constante, parabólica e linear, que são funções comumente utilizadas nos cursos de cálculo e também aplicadas nas demais disciplinas práticas nos cursos de tecnologia, seja no nível técnico ou de graduação. Foi utilizado o GeoGebra para criar essas funções, e visando garantir uma boa utilização prática pelos discentes, foi escolhido de forma arbitrária o tamanho total de cada função.

Nas ilustrações gráficas (Figura 6) foram feitas gradações nos eixos x e y, semelhante a uma régua, com intuito de facilitar a medição dos retângulos que os discentes utilizarão para preencher as áreas abaixo das curvas das funções. O tamanho ($f(x_i)$) foi definido para cada retângulo de acordo com a curva da função, ficando abaixo da curva. E para a largura (Δx) foram escolhidos de forma arbitrária os valores de 1 cm, 3 cm e 5 cm, levando em consideração valores de Δx que permitissem uma boa reprodução física do protótipo na folha de MDF, ou seja, valores menores ou maiores não representariam um efeito visual satisfatório. Foram definidas três escalas para Δx objetivando que os discentes, ao utilizar o kit, efetuem as medições dos retângulos que compõem o preenchimento abaixo da curva da função, assim, determinando a área final. Com isso, auxiliando na compreensão do conceito de limite e o que ocorre quando esse valor muda durante a determinação da área abaixo da função.

As Equações 3 – 5 representam as funções projetadas para o kit, sendo elas a parabólica, linear e constante, respectivamente.

$$y = -\frac{6}{45}x^2 + \frac{540}{135}x \; ; 0 \leq x \leq 30 \quad (3)$$

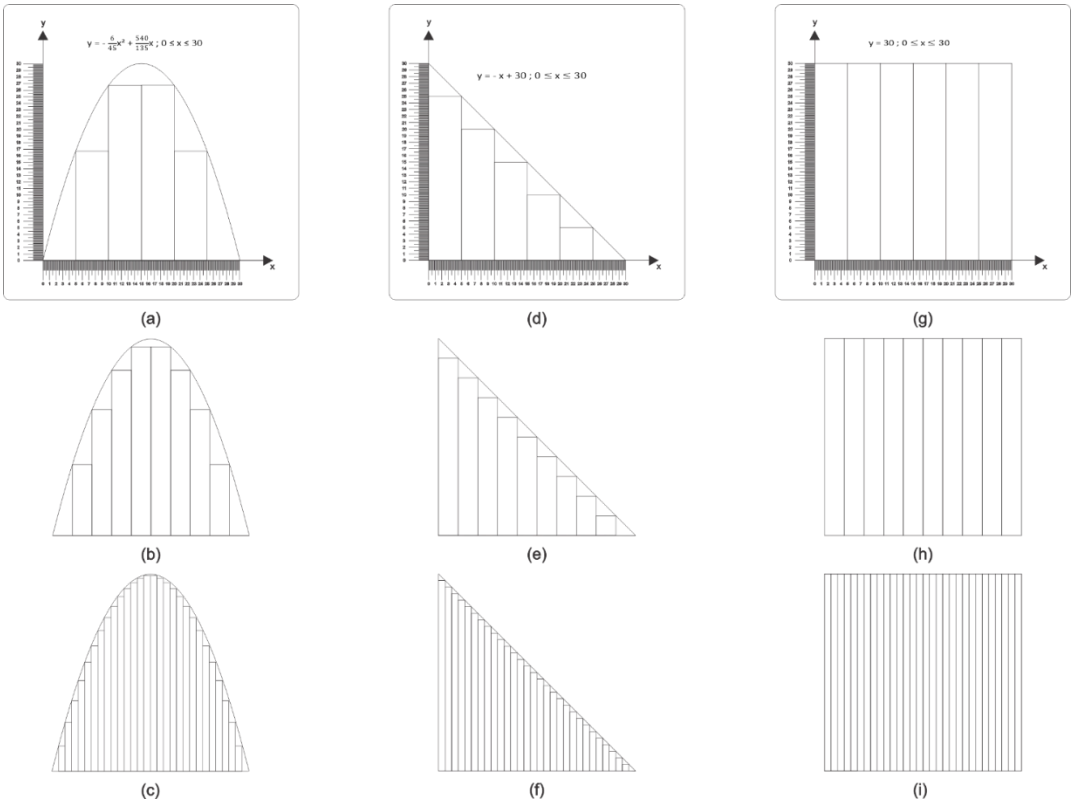
$$y = -x + 30 \; ; 0 \leq x \leq 30 \quad (4)$$

$$y = 30 \; ; 0 \leq x \leq 30 \quad (5)$$

A Figura 6 ilustra os gráficos das funções que foram desenvolvidos em escala real no programa AutoCAD 2022 na versão estudante, em que, as placas (a), (d) e (g)

possuem 45 x 45 cm de tamanho total e estão preenchidas com as peças cujo Δx possui 5 cm. As partes (b), (e) e (h) possuem Δx de 3 cm. Por fim, as partes (c), (f) e (i) possuem Δx de 1 cm. O arquivo foi salvo no formato DXF, visto que é um dos formatos permitidos pelo programa que gera o código para o corte da peça no CNC (Comando Numérico Computadorizado).

Figura 6 – Desenho do protótipo desenvolvido.



Fonte: Elaboração própria (2024).

O programa utilizado para carregar os desenhos criados no AutoCAD e gerar o código de corte para o CNC foi o RD Works (V8.1.40). Em seguida, o código foi enviado do computador para o CNC via USB.

A Figura 7 ilustra o CNC utilizado para realizar o corte da placa de MDF conforme os desenhos apresentados na Figura 6.

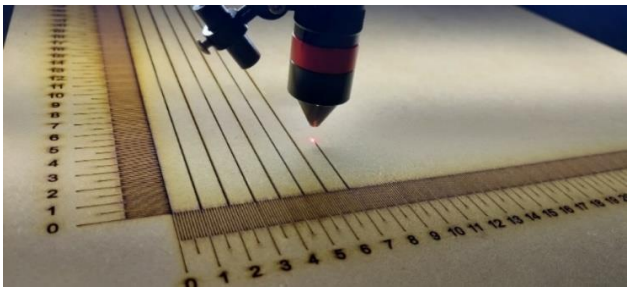
Figura 7 – CNC Delta modelo 1490.

Fonte: Elaboração própria (2024).

Como matéria prima para o corte foram utilizados pedaços de chapa de MDF cru de espessura igual a 6 mm, sendo realizada a confecção de uma peça por vez, visto que, foram utilizados pedaços reciclados. O tempo de duração para o corte das peças (a), (d) e (g) da Figura 5, foi entre 30 e 40 minutos para cada peça, e para as demais peças foi em média 5 minutos.

A Figura 8 ilustra o processo de corte de uma das peças do kit desenvolvido.

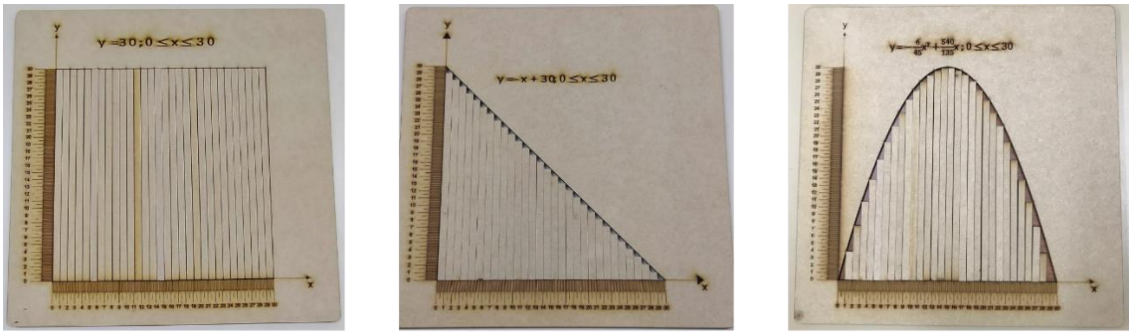
Figura 8 – Processo de corte das peças na CNC.



Fonte: Elaboração própria (2024).

A Figura 9 ilustra o processo após o corte das pranchetas com as funções apresentadas na Figura 6.

Figura 9 – Processo de corte das peças no CNC.



(a) (b) (c)

Fonte: Elaboração própria (2024).

Por conta do aspecto queimado após o corte, todas as peças foram lixadas com uma lixa de madeira número 220. E para permitir a montagem dos retângulos nas pranchetas foram colados pedaços de forra de porta de 40 x 40 cm.

Na Tabela 1 são apresentados os materiais utilizados para construção do protótipo e o seu respectivo custo.

Tabela 1 – Custo dos materiais utilizados para construção do protótipo.

Descrição	Quantidade	Valor (R$)
Parte da chapa de MDF cru de 6 mm	1	26,37
Chapa de forra de porta 40 x 40 cm	3	Reciclado
Lixa Norton de madeira nº 220	1	2,00
Trincha Atlas 38 mm	1	8,00
Cola branca	1	5,00
Total		**41,37**

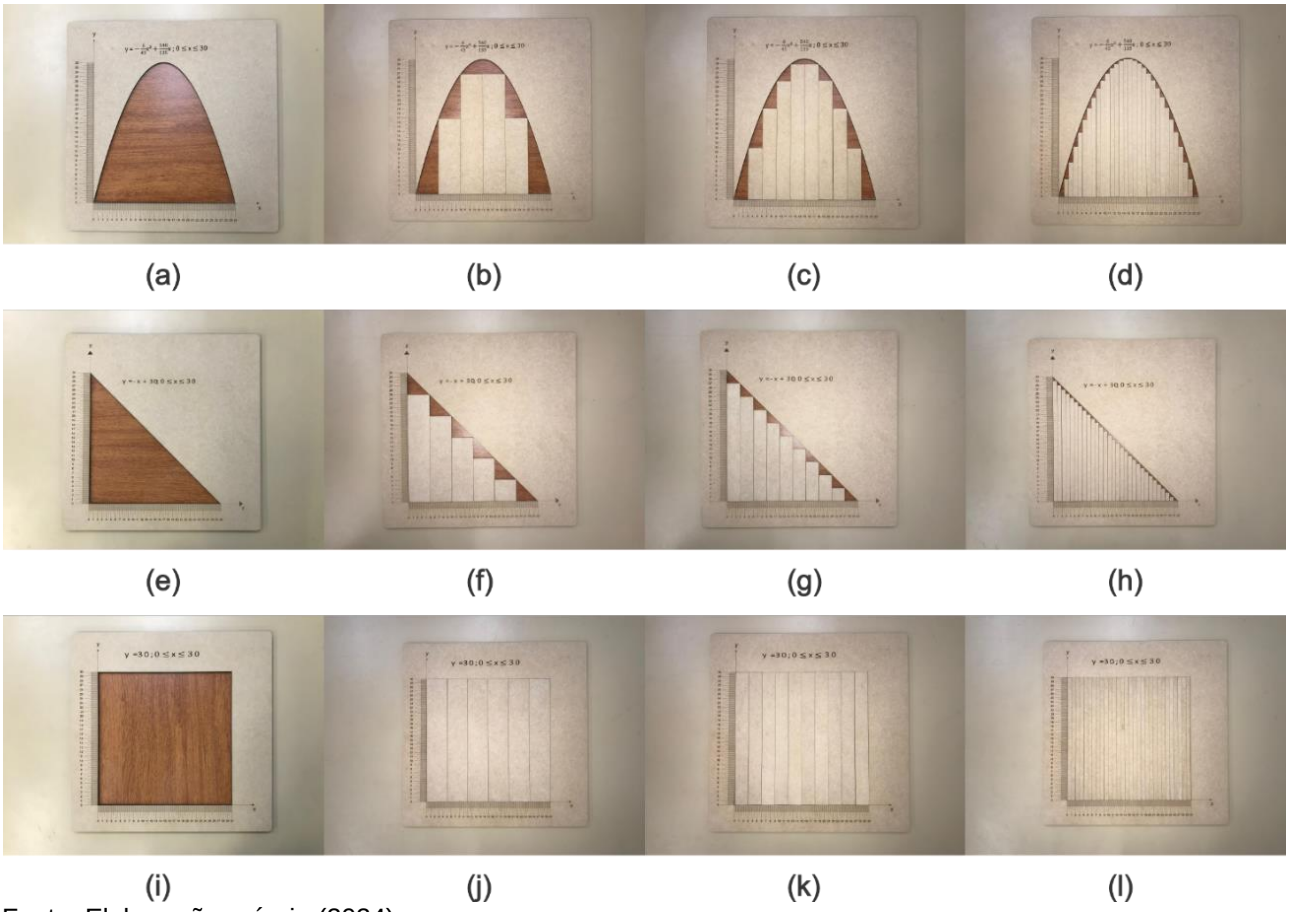
Fonte: Elaboração própria (2024).

A chapa de MDF de fábrica possuía dimensões iguais a 2750 x 1850 x 6 mm e custo de R$ 126,65. Para o desenvolvimento do kit proposto foi utilizado aproximadamente 20,78% da área total da chapa, o que resultou no custo proporcional apresentado na Tabela 1. Desta forma, uma folha de MDF completa permite a construção de aproximadamente 4 kits, e caso o corte seja otimizado será possível construir 5 kits.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 10 é ilustrado o protótipo desenvolvido para o estudo prático dos conceitos de limite e integral utilizando a soma de Riemann.

Figura 10 – Protótipo desenvolvido. (a) Parábola sem preenchimento. (b) Parábola com $\Delta x = 5\ cm$. (c) Parábola com $\Delta x = 3\ cm$. (d) Parábola com $\Delta x = 1\ cm$. (e) Reta sem preenchimento. (f) Reta com $\Delta x = 5\ cm$. (g) Reta com $\Delta x = 3\ cm$. (h) Reta com $\Delta x = 1\ cm$. (i) Constante sem preenchimento. (j) Constante com $\Delta x = 5\ cm$. (k) Constante com $\Delta x = 3\ cm$. (l) Constante com $\Delta x = 1\ cm$.



Fonte: Elaboração própria (2024).

No momento do corte das peças uma pequena parte do material é queimado pelo *laser*, gerando uma diminuição nas dimensões de cada Δx, isso fica perceptível quando o Δx é menor.

Após a confecção do protótipo foi realizada a medição das peças e a soma das áreas de cada retângulo para cada Δx e também foi calculado de forma analítica a área abaixo de cada uma das funções, o resultado é apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Comparação da área calculada de forma analítica com a variação de Δx.

Função	Área (cm²)			
	$\Delta x = 5$ cm	$\Delta x = 3$ cm	$\Delta x = 1$ cm	$Analítica$
Parabólica	436	504	568,6	600
Linear	375	405	435	450
Constante	900	900	900	900

Fonte: Elaboração própria (2024).

Por fim, acredita-se que o discente ao utilizar o kit e efetuar as medições dos retângulos que compõem o preenchimento abaixo da curva, compreenderá o conceito de limite e perceberá que ao diminuir o valor de Δx a área calculada se aproximará da área real.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho consiste no desenvolvimento de um protótipo de um kit didático de custo acessível para estudo prático dos conceitos de limite e integral utilizando a soma de Riemann, objetivando maior participação e compreensão por parte dos discentes, em relação aos conceitos abordados nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de engenharia.

De forma geral, os resultados alcançados neste estudo indicam que o protótipo desenvolvido pode ser utilizado nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral como uma ferramenta metodológica de ensino. Estes resultados indicam que o protótipo desenvolvido possibilita o aumento da expectativa dos discentes em estudos envolvendo limite e integral, assim, tornando-o viável para utilização em atividades integradoras.

Acredita-se que algumas melhorias podem ser realizadas em trabalhos futuros visando possibilitar a utilização do kit por pessoas que apresentem deficiência visual. Essas melhorias incluem:

I. Colocar uma estrutura deslizante nos eixos que possibilite o acompanhamento das curvas;
II. Criar réguas em Braille que encaixem na estrutura existente;
III. Apresentar o texto da função em Braille;
IV. Utilizar o kit desenvolvido em sala de aula e avaliar sua eficiência durante o processo de ensino e aprendizagem dos discentes.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, do Campus Itabaiana e João Pessoa, e ao PETEE-IFPB (Programa de Educação Tutorial de Engenharia Elétrica do Instituto Federal da Paraíba), pelo apoio técnico e financeiro.

REFERÊNCIAS

ALEXANDRE, C. K.; SADIKU, M. N. O. **Fundamentos de Circuitos Elétricos**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

CORREA, K. A. M.; SILVA, R. R.; MARTINI, S. C. **UTILIZAÇÃO DE KITS DIDÁTICOS PARA COMPLEMENTAR O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NAS ENGENHARIAS (PARTE II)**. Revista Científica UMC, v. 5, n. 3, 2020.

FONTES, L. S. **As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral**. 2021. 172 f., il. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade de Brasília, Brasília, 2021. Disponível em: http://repositorio2.unb.br/jspui/handle/10482/42983. Acesso em: 20.mai.24

HOHENWARTER, M. GeoGebra. **Available on-line at http://www. geogebra. org/cms/en**, 2002.

MUNEM, M. A.; FOULIS, D. J. **Cálculo**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1982. 607 - 1033 p. ISBN 978-85-216-1093

OLIVEIRA, G. A. F. *et al*. **Desenvolvimento de uma bancada didática de instalações elétricas prediais, de baixo custo, para utilização em laboratórios de engenharia elétrica e cursos afins**. RCT-Revista de Ciência e Tecnologia, v. 6, 2020

PINHO, E. V.; SINDEAUX, E. R. **ESTUDO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL COM AUXÍLIO DE SOFTWARE LIVRE**: APLICABILIDADE COM GRADUANDOS DO IFRR. In: XIX Jornada Regional de Educação Matemática, 2016, Juiz de Fora.

QUINTINO, L. F. *et al*. **Kit didático de baixo custo para práticas interdisciplinares em cursos de Engenharia Eletrônica**. Revista Principia–Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB, p. 124-131, 2017.

ROCHA, L. V. **Uma aplicação da tecnologia de impressão 3D no ensino da matemática**: construindo instrumentos didáticos para a sala de aula. 2018. 103 p. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2018.

RODRIGUES, L. A.; NEVES, R. S. P. **O Cálculo Diferencial e Integral na Universidade de Brasília**: estratégia metodológica em estudo. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 10, n. 2, p. 97-111, 2019.

SANTOS, E. B. **Cálculo Diferencial e Integral**: Uma abordagem prática mediante o uso do Software Geogebra. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso. Brasil.

SANTOS, L. M. C.; PINTER, S. R. R. **APLICAÇÕES DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NA ENGENHARIA ELÉTRICA**. Anais da Feira de Ensino, Pesquisa e Extensão do Campus São Francisco do Sul, v. 1, n. 9, 2021.

SILVA, M. M.; KEMCZINSKI, A.; SANTOS, G. M. T. **Aprendizagem Baseada em Problemas**: uma sequência didática para Cálculo Diferencial e Integral I. Revista BOEM, v. 11, p. e0111-e0111, 2023.

STEWART, J. **Cálculo**: volume 2. 8ª 2 v. SÃO PAULO: Cengage Learning, 2013, 672 p.

THIELE, T.; KAMPHORST, E. M.; KAMPHORST, C. H. **Atividades de investigação em Cálculo Diferencial e Integral**: uma proposta para o ensino do conceito de limite de uma função com o software GeoGebra. REMAT: Revista Eletrônica da Matemática, v. 6, n. 2, p. e2002-e2002, 2020.

DEVELOPMENT OF DIDATIC KIT FOR LIMIT AND INTEGRAL STUDY USING RIEMANN SUM

Abstract: *Differential and integral calculus is an indispensable mathematical study tool in exact science courses, as well as in engineering courses, where several subsequent subjects have calculus as a prerequisite. As it has a high failure rate, which consequently contributes to an increase in student dropout rates, methods were proposed in this work to minimize this problem. The tool developed consists of an inverse approach to the conventional one, initially presenting the fundamental idea of limit and integral of a function, without initially worrying about theorems and mathematical formalities. With this, it is possible to focus on tangible and interactive demonstrations of concepts, increasing students' stimulation and retention of the content. As a result, the viability of the teaching kit was verified, since the materials used in making it are easily found and have a very affordable cost. Furthermore, once made, the kit eliminates the need for software, computers, internet, overhead projectors, among other means of presentation, it can also be used in circumstances of lesser resources.*

Keywords: *Differential and Integral Calculus. Teaching methodological tool. Didactic kit. Teaching methods. Mathematics.*