

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO REDUZIDO DIDÁTICO QUALITATIVO E QUANTITATIVO DE FLAMBAGEM

Gilberto Carbonari – carbonar@uel.br

André Campos de Moura – andre.moura@uel.br

Gabriela Tramontina Canato – gabrielacanato@gmail.com

Marcela Amaral – mah.amaralh@yahoo.com.br

Renato Takeo Kishino – renatokishino@gmail.com

Vitor Hiroshi Kishino – vitorkishino@gmail.com

Universidade Estadual de Londrina

Rodovia Celso Garcia Cid, PR 445 Km 380, Campus Universitário

CEP 86.057-970 – Londrina – PR

Resumo: O ensino de Engenharia pode ser facilitado com o uso de modelos reduzidos didáticos qualitativos e quantitativos. Com esse objetivo, desenvolveu-se um modelo de flambagem de uma barra que permite comparar as cargas teóricas, calculadas em sala de aula, com os valores medidos no próprio modelo. Além disso, permite também medir os deslocamentos laterais, provocados na fase de pós-flambagem, o que é de grande utilidade no ensino de Resistência dos Materiais e Análise de Estruturas. O modelo é composto basicamente por uma barra metálica de aço e vínculos, superior e inferior, que podem ser ajustados de modo a representar as diversas vinculações utilizadas (rótula, engaste, e livre). O sistema de carga é constituído por uma mola e uma escala que permitem, simultaneamente, tanto aplicar como medir a força aplicada na barra. Por meio de um dispositivo lateral à barra, é possível simular contraventamentos laterais, além de limitar os deslocamentos que possam danificar o modelo. Todas as simulações, que o modelo permite, mostraram que os valores obtidos teoricamente são muito próximos dos medidos, comprovando assim a eficiência do mesmo.

Palavras-chave: Modelo reduzido, Qualitativo e quantitativo, Flambagem, Ensino de Engenharia.

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Engenharia Civil, principalmente na sub-área de estruturas, como Resistência dos Materiais e Análises de Estruturas, requer que os alunos consigam abstrair aquilo que é visto teoricamente, de modo a compreender o comportamento dos elementos frente às mais diversas situações de vinculações e solicitações.

David Flaherty, da Universidade de Colorado Boulder, lançou um guia (How-To Guide, 2017) sobre o uso de vários modelos físicos e demonstrações no ensino de engenharia. O guia contém dezenas de modelos, o que exemplifica a importância do uso destes no aprendizado.

O uso de modelos qualitativos vem sendo muito útil neste aprendizado, pois permitem observar o comportamento de estruturas com diferentes configurações de barras e vínculos, o

Organização:

que permite uma maior participação dos alunos, além de um maior entendimento. Os modelos puramente qualitativos, porém, não permitem que se comprovem os resultados obtidos através de cálculos, realizados em sala de aula.

Por outro lado, o uso de modelos quantitativos permite um aprendizado mais completo, fazendo com que os alunos entendam e comprovem os problemas propostos em sala de aula.

Com isso em vista, dentro do curso de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Londrina (UEL), modelos quantitativos e qualitativos de fenômenos estruturais vêm sendo desenvolvidos para auxiliar no ensino de Resistência dos Materiais e de Análise de Estruturas (CAMPOS *et al.* 2016; CARBONARI *et al.* 2017).

Em geral, os modelos educacionais de flambagem são construídos com o uso de quatro barras, sendo que cada uma simula uma configuração de vinculação. Um projeto de iniciação científica da Universidade Federal do Pará (2015) desenvolveu um modelo que simula três configurações de vinculação em uma mesma barra, porém não permite a configuração engastada-livre e a aferição de valores quantitativos.

Assim, este artigo apresenta o desenvolvimento, fabricação e verificação do funcionamento, de um modelo reduzido didático, qualitativo e quantitativo, do fenômeno de flambagem de uma barra, que permita todas as configurações de vinculação, para auxiliar no ensino de Resistência dos Materiais.

2 CONCEPÇÃO DO MODELO

O modelo concebido tem como objetivo simular o efeito de flambagem para os diversos tipos de vínculos (rótula, engaste e livre). Para tal, os extremos foram executados de tal forma que pudessem ser facilmente modificados de uma configuração para outra de vinculação. O sistema de aplicação de carga foi desenvolvido de forma que permitisse a leitura da carga crítica de flambagem do elemento. Além disso, por ser o modelo para fins didáticos, o mesmo deveria apresentar fácil manuseio, e ser de tamanho adequado.

2.1 Descrição geral

A ideia principal do modelo é que ele possa ser facilmente modificado de modo a representar todas as configurações possíveis de vinculação e o efeito da flambagem sobre elas. Para isto, pensou-se em um modelo fixo a uma placa de acrílico, a qual se sustenta por dois suportes na parte inferior, que apresentam um sistema de regulagem para nivelamento. Além disso, deveriam existir os seguintes elementos:

- Uma barra de módulo de elasticidade e limite de escoamento conhecidos, que será submetida à compressão;
- Um sistema de aplicação de cargas que permita que estas sejam aplicadas gradualmente, além de um sistema de escalas que permita uma medição precisa destas cargas;
- Extremos da barra que permitam representar as vinculações de rótula, engaste e apoio livre;
- Um sistema que limita os deslocamentos laterais, de modo a evitar a plastificação da barra quando a mesma apresente o fenômeno de instabilidade

(flambagem), e que possa também funcionar como contraventamento, de modo a diminuir o comprimento de flambagem do elemento.

2.2 Sistema de aplicação de cargas

O sistema de aplicação de cargas está localizado na parte superior do modelo, acima do apoio, e é composto por uma mola confinada em um suporte de alumínio fixado ao acrílico. A aplicação da carga é realizada por meio de um parafuso na parte superior da mola, que ao ser apertado aplica um deslocamento progressivo controlado na mola. A aferição da carga é feita por meio do controle da variação de comprimento da mesma, utilizando duas agulhas de referência, uma na parte superior e outra na parte inferior da mola. Essas agulhas permitem a medição dos pequenos deslocamentos (da ordem de milímetros) amplificados (na ordem de centímetros) através de uma escala. Um detalhe do sistema de aplicação e medida de carga é apresentado na Figura 1.

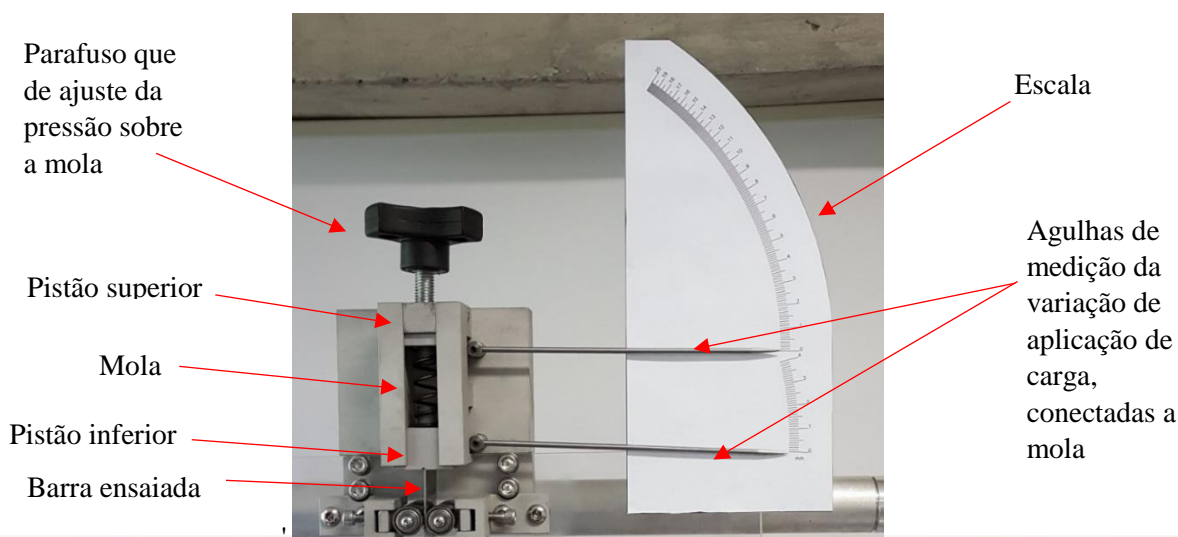
A escala foi projetada de modo que se ajustasse da melhor maneira aos deslocamentos medidos, levando em conta um fator de amplificação devido ao aumento do braço de alavanca da agulha em relação ao ponto de apoio na mola, sendo necessária uma redução da escala de modo que esta se aproxime mais da realidade de deslocamento da mola. Com isso, a escala é maior na sua parte inferior, e diminui gradativamente até o topo, seguindo também o raio de giração da agulha.

De posse da variação de comprimento Δx , e sendo conhecida a rigidez K da mola, pode-se utilizar da lei de Hooke, vista na Equação (1), para a determinação da carga F aplicada na barra no instante de flambagem.

$$F = K \cdot \Delta x \quad (1)$$

A configuração do sistema permite a troca da mola, sendo possível utilizar molas com diferentes rigidezes.

Figura 1 - Sistema de aplicação de cargas

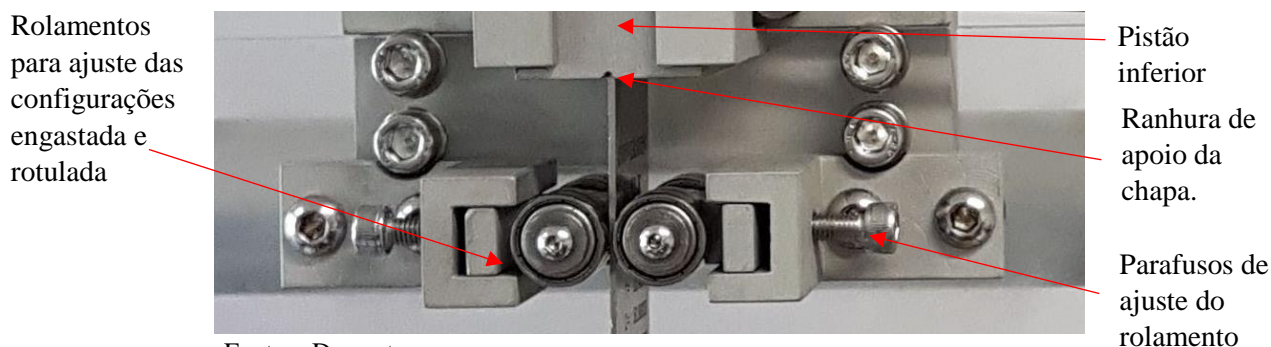


2.3 Vínculo superior

Para ser possível utilizar-se, em um mesmo modelo, as diferentes configurações de apoio, surge a necessidade de que o vínculo superior apresente as configurações rotulada e engastada. Para isto, foi feita uma pequena ranhura no centro do pistão preso a parte inferior da mola para a colocação da barra que será ensaiada. Essa vinculação gera uma ligação rotulada da barra ao pistão, impedindo seu deslocamento horizontal e permitindo sua rotação. O encurtamento imposto a mola pelo Parafuso é transferido como carga ao pistão que pode sofrer um pequeno deslocamento vertical (mínimo necessário para ocorrência da flambagem).

Para a obtenção da configuração engastada, são fixados ao acrílico dois rolamentos, à direita e esquerda da barra, logo abaixo do pistão. Estes rolamentos possuem um ajuste para permitir que a barra fique perfeitamente centralizada, e quando montados no modelo criam, juntamente com a ranhura no pistão, um vínculo que impede a rotação e o deslocamento horizontal sem restringir o deslocamento vertical da barra. Um detalhe do sistema de apoio superior é apresentado em detalhe na Figura 2.

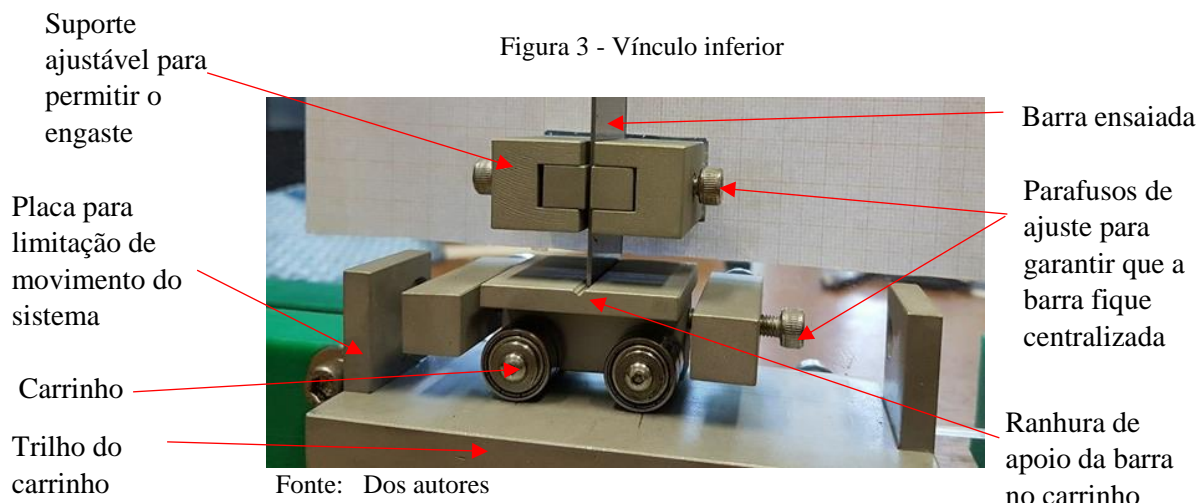
Figura 2 - Vínculo superior



Fonte: Dos autores

2.4 Vínculo inferior

O apoio inferior possui um sistema similar ao superior com algumas modificações para incluir a vinculação de rotação e deslocamento horizontal livres (apoio rotulado móvel). Para isso foi confeccionado um trilho sobre o qual pode se mover um carrinho para permitir o deslocamento horizontal. Esse carrinho possui, do mesmo modo que o pistão superior, uma ranhura para o apoio da barra ensaiada. Nesta configuração se obtém um vínculo que simula um apoio rotulado móvel. Para se obter a configuração de apoio rotulado fixo, foram acrescentados dois suportes ajustáveis que quando montados no modelo bloqueiam o movimento horizontal do carrinho. Para a obtenção da configuração de engaste foram acrescentados outros dois suportes ajustáveis pouco acima do carrinho que, quando montados juntamente com o carrinho na configuração fixa, simulam o comportamento de um apoio engastado. Como na parte inferior não há deslocamento vertical no ensaio, não foi necessário a inclusão de rolamentos neste último suporte. Na Figura 3 é apresentado um detalhe do sistema de apoio inferior, com todos os componentes montados (simulação de engaste).



2.5 Barra

A barra metálica possui seção transversal de 27,5 mm de base e 1,0 mm de largura, e um comprimento de 55,85 cm. Destes, 2,6 cm são do ponto de aplicação de carga até o vínculo superior, 50,75 cm do vínculo superior ao início dos suportes do vínculo inferior, e 2,5 cm destes suportes até a extremidade final da barra. Devido a isto, o comprimento a ser considerado varia de acordo com a configuração de apoios estudada.

A barra é de aço, apresentando um módulo de elasticidade de 210 GPa. O sistema permite a fácil substituição da barra o que possibilita o ensaio de barras com diferentes seções transversais e materiais.

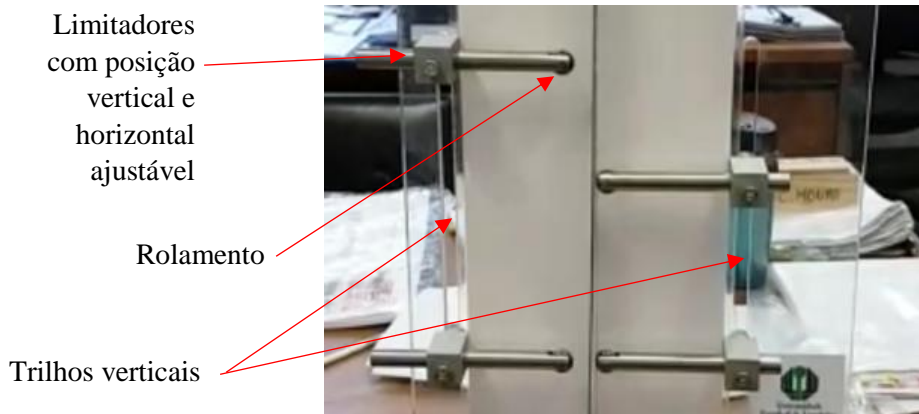
2.6 Limitadores de deslocamento

O modelo conta também com limitadores de deslocamento com posição ajustável tanto na vertical como na horizontalmente. A posição vertical pode ser alterada mediante o movimento nos trilhos verticais presentes no acrílico, e o horizontal mediante o deslizamento horizontal da barra no seu suporte de alumínio (fixado por um parafuso de pressão). Esses dispositivos também possuem rolamentos na ponta para não restringirem os deslocamentos verticais, tal como apresentado em detalhe na figura 4. As principais funções dos limitadores no modelo são:

- Manter a barra totalmente reta antes do início do ensaio;
- Evitar flechas excessivas, que possam danificar a barra;
- Funcionar como apoios intermediários, permitindo a simulação da flambagem em diferentes graus.

Foram instalados 4 limitadores (dois limitadores de cada lado da barra) o que permite, além dos ajustes necessários quanto à linearidade da barra e a limitação da flecha máxima, o estudo da flambagem até o terceiro modo.

Figura 4 – Limitadores de deslocamento

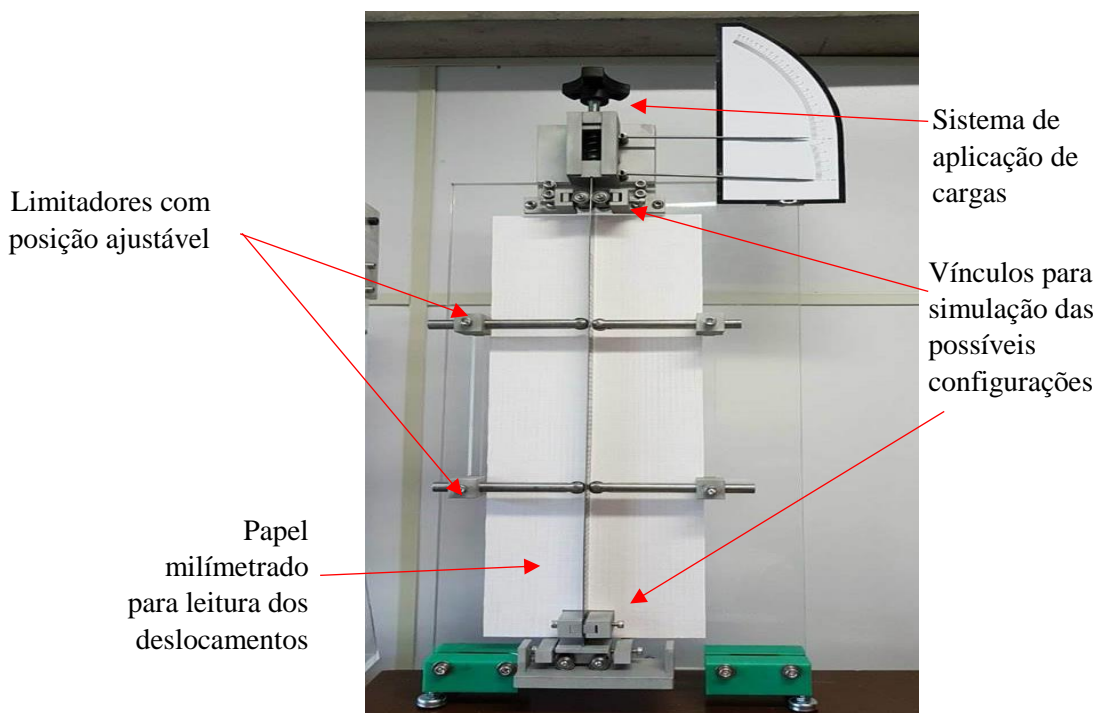


Fonte: Dos autores

2.7 Modelo finalizado

Após a realização de várias análises e ajustes de modo a se obter a melhor configuração possível (ajuste fino por meio dos vários parafusos de regulagem), além de testes para garantir o funcionamento desejado, o modelo foi finalizado. Na figura 5 é apresentado o modelo montado com todos os dispositivos. Ao fundo do mesmo foi fixado um papel milimetrado como referência para a verificação da linearidade da barra, e para realização de medidas dos deslocamentos após o início da flambagem.

Figura 5 – Modelo didático de flambagem finalizado



Fonte: Dos autores

Organização:

Realização:

3 AFERIÇÃO E TESTE DO MODELO

A partir de ensaios experimentais da mola, a ser utilizada no sistema de carga do modelo, obteve-se um valor da constante elástica de $K = 1 \text{ kgf/mm}$ ($9,807 \text{ N/mm}$).

Em relação às características da barra, tem-se o módulo de elasticidade de $E = 210 \text{ GPa}$, ou seja, $E = 2,142 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$ ($2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$). Em função das dimensões já mencionadas anteriormente, a seção transversal da barra possui um momento de inércia mínimo de $I_{\min} = 2,292 \text{ mm}^4$, resultando em uma rigidez mínima á flexão de $EI = 49094 \text{ kgfmm}^2$ (481320 Nmm^2)

As cargas críticas de flambagem são calculadas, para cada situação de vínculos da barra, a partir da equação da carga crítica de Euler, segundo a Equação (2).

$$P_{Fl} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{L_{Fl}^2} \quad (2)$$

Sendo P_{Fl} a carga crítica de flambagem, e L_{Fl} o comprimento de flambagem da barra.

Os valores das cargas críticas de cada configuração de vinculação da barra, assim como os comprimentos de flambagem utilizados nos cálculos, constam na Tabela 1, onde L é o comprimento da barra, e c é o coeficiente que proporciona o comprimento de flambagem de cada configuração.

Tabela 1 – Cargas críticas teóricas de flambagem

Configuração	$L \text{ (cm)}$	c	$L_{Fl} \text{ (cm)}$	P_{Fl}
Bi-engastada	50,75	0,5	25,38	7,52 kgf (73,74 N)
Engastada-rotulada	53,35	0,7	37,34	3,47 kgf (34,07 N)
Birrotulada	55,85	1,0	55,85	1,55 kgf (15,23 N)
Engastada-livre	53,25	2,0	106,50	0,43 kgf (4,19 N)

Fonte: Dos autores

Uma vez obtidas as cargas teóricas de flambagem para cada uma das quatro configurações de vinculações, procedeu-se a aplicação de carga no modelo, de modo a se determinar o valor que leva a ocorrer o início do fenômeno da flambagem. Constatou-se, inicialmente, que os valores de carga obtidos, para cada configuração, eram muito elevados em relação aos referidos valores calculados, indicados na Tabela 1. Isso vem de encontro com a teoria clássica dos problemas de instabilidade, onde o fenômeno da flambagem ocorre somente após uma perturbação na barra do modelo.

Portanto, a forma mais adequada e precisa para avaliar a carga crítica é provocar a flambagem, após uma perturbação, e ir gradativamente retirando a carga aplicada até que a barra retorne a posição reta. Quando isso ocorre, obtém-se a carga de flambagem da barra.

Os resultados obtidos com este procedimento foram satisfatórios, e são exibidos na Tabela 2.

Tabela 2 – Comparativo entre cargas críticas teóricas e experimentais

Configuração	Carga teórica	Valores medidos	Variação percentual
Bi-engastada	7,52 kgf (73,74 N)	7,25 kgf (71,10 N)	-3,6%
Engastada-rotulada	3,47 kgf (34,07 N)	3,75 kgf (36,77 N)	8,1%
Birrotulada	1,55 kgf (15,23 N)	1,75 kgf (17,16 N)	12,9%
Engastada-livre	0,43 kgf (4,19 N)	0,35 kgf (3,43 N)	-18,6%

Fonte: Dos autores

Devido à necessidade de se realizar a medida de deslocamento rapidamente nos dois pistões de modo a se calcular a diferença entre eles, visto que a barra tem um rápido retorno à posição inicial, há uma incerteza no valor da carga de flambagem do modelo. É possível, porém, determinar um intervalo, que mostra atender de maneira satisfatória os valores teóricos.

A variação percentual obtida se deve principalmente a três fatores:

- Possíveis erros de manuseio do operador;
- As equações e valores de referência são teóricos e podem não condizer totalmente com a realidade;
- A montagem do modelo pode apresentar pequenas imperfeições que levam a desvios nos valores medidos.

Na Figura 6, pode-se ver o modelo após a flambagem nas quatro configurações de vinculações.

Figura 6 – Modelo pós-flambagem nas configurações: (a) birrotulada; (b) engastada-rotulada; (c) engastada-livre; (d) bi-engastada



Fonte: Dos autores

Finalmente, na Figura 7, é possível observar o modelo sendo utilizado em sala de aula.

Figura 7 – Modelo sendo utilizado em aula de Resistência dos Materiais na Universidade Estadual de Londrina



Fonte: Dos autores

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho consistiu no desenvolvimento de um modelo reduzido didático, qualitativo e quantitativo, de um sistema que permite a visualização e análise do efeito da flambagem. O modelo permite simular as diversas configurações de vinculações, realizando medidas das cargas críticas de flambagem para cada situação.

Os valores calculados teoricamente apresentam boa correlação com os medidos, o que torna o modelo muito útil no ensino do fenômeno estrutural em questão.

O modelo pode ser utilizado no ensino da disciplina de Resistência dos Materiais, onde os conceitos muitas vezes são abstratos para os alunos, e a visualização permite uma melhor compreensão e aprendizado.

Um estudo mais aprofundado sobre o modelo seria capaz de mostrar se este pode ser utilizado para se tomar medidas de deslocamentos laterais, verificando se as obtidas no modelo são condizentes com os deslocamentos laterais calculados teoricamente ou não.

O desenvolvimento de outros modelos reduzidos, que exemplifiquem outros fenômenos estruturais, poderia ser de grande utilidade para o ensino de Engenharia e demonstração prática dos assuntos abordados nas disciplinas.

Agradecimentos

Ao Curso de Especialização em Engenharia de Estruturas do Departamento de Estruturas/CTU/UFLA pelo apoio financeiro na execução do modelo. À Prograd/UFLA pela formalização do projeto de pesquisa em ensino. Ao Sr. Wanderley Alexander, da empresa Digital Design, pela grande ajuda na elaboração e construção do modelo.

REFERÊNCIAS

CAMPOS, A.; CARBONARI, G.; ALDO, A. A.; BABUGIA, F.; ZANLUCHI, G.; PRIETO, L. W. Desenvolvimento de um modelo reduzido didático qualitativo e quantitativo de treliça plana. COBENGE, Natal. 2016.

CARBONARI, G.; CAMPOS, A.; NICACIO, C. E. A.; SAGAE, D. T.; OGASSAWARA, L. T.; FUJII, N.; SOUZA, R. R. Desenvolvimento de um modelo reduzido didático qualitativo e quantitativo de viga hiperestática. PRINCIPIA (JOÃO PESSOA), v. 34, p. 55-61, 2017.

DOMINGUES, J.; LIMA NETO, A. Desenvolvimento de modelos didáticos para as disciplinas da área de estruturas. Tucuruí: UFPA, 2015.

FLAHERTY, D. How-To Guide: The Use of Physical Models and Demonstrations in Engineering Education. CU Boulder, Colorado. 2017.

DEVELOPMENT OF A QUALITATIVE AND QUANTITATIVE BUCKLING EDUCATIONAL REDUCED SCALE MODEL

Abstract: *The teaching of engineering courses can be eased by the use of qualitative and quantitative educational reduced scale models. With this objective, a bar buckling model was developed, which allows to compare the critical loads, calculated in the classroom, with the values measured within the model. Furthermore, it allows the measurement of the lateral displacements, caused in the post buckling phase, which can be of great help in the teaching of Mechanics of Materials and Structural Analysis courses. The model is composed basically by a metallic steel bar and supports, superior and inferior, that can be adjusted in a way to represent the several studied support conditions (pinned, fixed and free). The load application system contains a spring and a scale which allows, simultaneously, to apply and measure the load applied on the bar. Through a device lateral to the bar, it is possible to simulate side bracings, besides limiting the displacements that could damage the model. All the simulations, which the model allows, have showed that the values theoretically obtained are very close to the measured ones, therefore proving its efficiency.*

Key-words: *Reduced scale model, Qualitative and quantitative, Buckling, Teaching of Engineering.*