

## IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS SIMPLES EM MALHA FECHADA PARA RESSINTONIA DE CONTROLADOR PI/PID EM UMA PLANTA DIDÁTICA

*Primeiro Autor – e-mail  
Instituição de Ensino, Faculdade ou Departamento  
Endereço  
CEP – Cidade – Estado*

*Primeiro Co-Autor – e-mail  
Instituição de Ensino, Faculdade ou Departamento  
Endereço  
CEP – Cidade – Estado*

*Segundo Co-Autor – e-mail  
Instituição de Ensino, Faculdade ou Departamento  
Endereço  
CEP – Cidade – Estado*

**Resumo:** Este artigo apresenta uma metodologia para ressonância do controlador PID realizada a partir da obtenção, em malha fechada, de modelos dinâmicos contínuos de primeira e segunda ordem. A partir dos modelos obtidos, realizaram-se novas sintonias de controle PI e PID baseadas no método IMC (Internal Model Control). A metodologia adotada visa ilustrar a utilização de modelos aproximados, de primeira e de segunda ordem e validação desses modelos no controle em malha fechada. A utilização de modelo de primeira ordem e controlador apenas proporcional permite equacionar a identificação indireta em malha fechada de forma algébrica, e o posterior incremento desse modelo, com dinâmica de segunda ordem mais tempo morto, possibilita representar comportamentos oscilatórios da malha de controle.

**Palavras-chave:** Controle PID. Identificação de Sistemas. IMC.

### 1 INTRODUÇÃO

A sintonia de controladores PID representa um desafio constante para engenheiros que lidam com processos industriais (SKOGESTAD, 2003), (TEIXEIRA, 2007). Embora os controladores PID sejam conceitualmente simples, a sua sintonia pode ser bastante difícil na prática devido a requisitos conflitantes como rejeição de perturbações e redução da atividade do sinal de controle (ASTROM & HAGGLUND, 2006).

Modelos simples, de primeira ou segunda ordem, com ou sem tempo morto, são comumente utilizados para a sintonia de controladores PID e obtidos através de testes de resposta ao degrau ou ao impulso, em malha aberta (LJUNG, 2002). Uma das vertentes da chamada “Identificação para Controle” envolve a identificação de modelos aproximados, mas que se mostrem adequados para o projeto ou sintonia de controladores (ROSSI, 2008). Em (AGUIRRE, 2000), por exemplo, mostra-se que modelos de processos diferentes, com respostas em malha aberta similares, podem gerar resultados bastante diferentes em malha fechada.

Este artigo apresenta uma metodologia para identificação de modelos simples em malha fechada a partir de uma planta didática, e posterior resintonia do controlador PI/PID com base nesses modelos, utilizando o método IMC (*Internal Model Control*) (MORARI & ZAFIRIOU, 1989). A metodologia adotada visa ilustrar a utilização de modelos aproximados, de primeira e de segunda ordem, e a validade limitada desses modelos em malha fechada, que depende inclusive do controlador adotado.

## 2 METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho consiste de quatro etapas: (a) autossintonia dos parâmetros PID; (b) identificação em malha fechada de modelo de primeira ordem; (c) identificação de modelo de segunda ordem mais e tempo morto (a partir do modelo de primeira ordem) e (d) projeto de controladores PI e PID pelo método IMC.

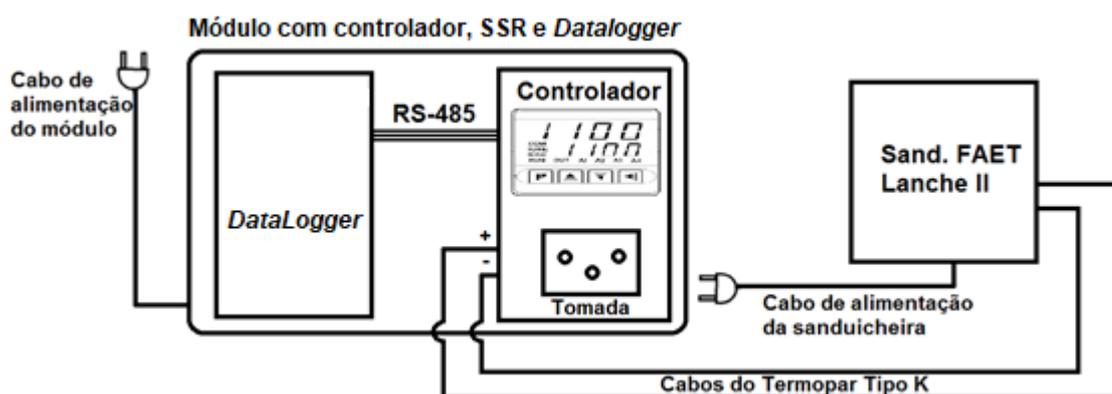
A utilização de modelo de primeira ordem e controlador apenas proporcional permite equacionar a identificação indireta em malha fechada de forma algébrica, embora tal modelo permita representar apenas comportamentos não oscilatórios da malha, relacionados, tipicamente, ao controlador com ganho proporcional reduzido. Em um segundo momento o ganho do controlador é aumentado de modo a produzir resposta oscilatória, sendo essa utilizada para incrementar o modelo do processo através do acréscimo de uma segunda constante de tempo e tempo morto, cujos valores são obtidos através de um algoritmo de otimização.

Ambos os modelos, de primeira e de segunda ordem, são utilizados para sintonizar controladores PI e PID respectivamente, pelo método IMC.

### 2.1 Equipamentos utilizados

Para este trabalho foram utilizados um módulo com controlador de processos, relé de estado sólido (SSR) e registrador de dados (*datalogger*) e uma sanduicheira doméstica de 750 W acrescida de um termopar tipo K (Figura 1).

Figura 1 – Módulo de Controle e Aquisição de Dados



Fonte: Autoria Própria

O controlador capta os valores medidos pelo termopar, compara com o valor ajustado para o *Set Point* (SP), calcula a ação de controle e gera um sinal modulado por largura de pulso para energização do relé de estado sólido, que funciona como uma chave eletrônica para alimentar ou não a sanduicheira.

### 2.2 Métodos

Um controlador inicial é obtido por meio de teste de autossintonia de parâmetros PID próprio do controlador. Ao final do teste, obtêm-se os seguintes parâmetros práticos: banda proporcional

( $PB^{ATUN}$ ), taxa de integração ( $Ir^{ATUN}$ ) e tempo derivativo ( $dT^{ATUN}$ ). Além desses parâmetros que implementam o controlador prático, pode-se obter o controlador PID na notação ISA (*Setting the Standard for Automation*), dado pela Equação (1). O ganho proporcional  $K_P$ , tempo integrativo  $T_i$  e tempo derivativo  $T_d$  do controlador são calculados por meio da Tabela 1.

$$C(s) = K_P \cdot \left( 1 + \frac{1}{s \cdot T_i} + s \cdot T_d \right) \quad (1)$$

Tabela 1 – Metodologia para cálculo de controlador em notação ISA

Ganho proporcional	Tempo integrativo	Tempo derivativo
$K_P = \frac{100}{PB}$	$T_i = \frac{1}{Ir}$	$T_d = \frac{dT}{60}$

Fonte: Autoria Própria

A identificação em malha fechada é realizada com o controlador apenas P, anulando-se as parcelas integrativa e derivativa e ajustando a banda proporcional do controlador para um múltiplo do valor obtido através da autossintonia, conforme a Equação (2).

$$PB = n \cdot PB^{ATUN} \quad (2)$$

Os valores de  $n$  adotados visam obter respostas amortecidas e oscilatórias em testes de resposta ao degrau em malha fechada, para que modelos de primeira e de segunda ordem, respectivamente, sejam capazes de aproximar as respostas da malha real (para os testes realizados neste trabalho, foram adotados os valores  $n=10$  e  $n=2$ ).

A identificação em malha fechada, pelo método indireto (LJUNG, 1999), com o controlador P e modelo de primeira ordem, pode ser representada pela Equação (3).

$$G_{MF}(s) = \frac{G(s) \cdot K_P}{1 + G(s) \cdot K_P} = \frac{g_{est}^{MF}}{(\tau^{MF} \cdot s + 1)} \longrightarrow G(s) = 1 / \left[ K_P \cdot \left( \frac{1}{G_{MF}(s)} - 1 \right) \right] = \frac{g_{est}}{\tau \cdot s + 1} \quad (3)$$

De posse dos dados obtidos no primeiro experimento, com  $n=10$ , será calculado o ganho estático e constante de tempo em malha fechada ( $g_{est}^{MF}$  e  $\tau^{MF}$ ), pelo método gráfico e, a seguir, o ganho estático e a constante de tempo ( $g_{est}$  e  $\tau$ ) do processo em malha aberta, conforme as Equações (4) e (5).

$$g_{est} = \frac{1}{K_P} \left( \frac{g_{est}^{MF}}{1 - g_{est}^{MF}} \right) \quad (4)$$

$$\tau = \tau^{MF} \cdot (1 + g_{est} \cdot K_P) \quad (5)$$

A partir de um conjunto de dados em malha fechada com resposta oscilatória (devido a um ganho elevado do controlador), o modelo de primeira ordem torna-se insuficiente para descrever a resposta da malha, procura-se obter um modelo de segunda ordem compatível com os dados observados. Dessa forma, o método consiste na determinação da segunda constante de tempo a

partir de um critério de otimização baseado nos mínimos quadrados entre a resposta obtida durante o teste e a resposta simulada com o modelo de segunda ordem.

Com o intuito de resintonizar um controlador de processos PID ou PI, aplicou-se o método IMC, que funciona através do cancelamento de polos da função de transferência de um processo. Essa metodologia pode ser analisada onde, a partir de uma velocidade de interesse para o sistema, pode-se encontrar o sistema que responderá na rapidez desejada.

No método IMC, os parâmetros do controlador dependem do parâmetro de ajuste  $\lambda$ . Uma maneira de definir este valor é através do inverso da frequência de cruzamento de ganho original do sistema ( $\omega_{cg0}$ ), na condição de operação em que o modelo do processo foi obtido.

Para o cálculo dos parâmetros teóricos do controlador IMC (sendo  $K_P$  o ganho proporcional,  $T_i$  o tempo integrativo e  $T_d$  o tempo derivativo), são constatados dois modelos principais, como apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros de controlador PI/PID IMC.

Método IMC	Modelo do processo	Ganho proporcional	Tempo integrativo	Tempo derivativo
A	$\frac{g_{est}}{(\tau \cdot s + 1)}$	$K_P = \frac{\tau}{\lambda \cdot g_{est}}$	$T_i = \tau$	$T_d = 0$
B	$\frac{g_{est}}{(\tau_2 \cdot s + 1) \cdot (\tau_1 \cdot s + 1)}$	$K_P = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\lambda \cdot g_{est}}$	$T_i = \tau_1 + \tau_2$	$T_d = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$

Fonte: (MORARI & ZAFIRIOU, 1989, p. 126)

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 3.1 Autossintonia

Conforme descrito na seção anterior, foi realizado o teste de autossintonia próprio do controlador partindo da temperatura ambiente e com SP em 65 °C. A partir desse teste obtiveram-se os parâmetros apresentados pela Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros obtidos após o teste de autossintonia.

Teste	PB (%)	Ir (rep/min)	dT (s)
Autossintonia	2,2	0,18	64

Fonte: Autoria Própria

#### 3.2 Identificação de modelo de primeira ordem em malha fechada

Através dos parâmetros mostrados na tabela citada, é possível realizar a dessintonia do controlador, com o intuito de iniciar a estimação do modelo para a dinâmica do processo.

A partir de resultados anteriores a este artigo, observou-se que a partida do teste sob temperatura ambiente gera problemas na simulação do tempo derivativo do controlador. Para evitar tal fato, partiu-se de uma temperatura de referência, no caso 65 °C, e aplicou-se um degrau de SP de 5 °C e, portanto, com temperatura final de 70 °C.

Primeiramente, realizou-se o teste de resposta ao degrau do sistema, com o controlador configurado para uma condição de menor desempenho, o que significa um ganho proporcional reduzido em relação ao de autossintonia. Através da referida resposta ao degrau, semelhante à de um sistema de primeira ordem, pode-se estimar o modelo do processo. Dessa forma, obteve-se a função de transferência de primeira ordem  $G_1(s)$  do processo, descrita através da Equação (6).

$$G_1(s) = \frac{1,155}{(14,58 \cdot s + 1)} \quad (6)$$

Esse teste pode ser observado na Figura 2(a), que apresenta valores reais e simulados das variáveis controlada e manipulada, com uma aproximação razoável entre elas.

Com essa primeira constante de tempo (dada em minutos) foi realizada a validação do modelo de primeira ordem. Nesse caso é importante que seja validado para uma condição de operação de maior desempenho. Por meio do mesmo procedimento, obtiveram-se as curvas de um novo teste, apresentadas na Figura 2(b). Ao analisá-las, pode-se concluir que o modelo não é adequado para representar esse ponto de operação, uma vez que  $G_1(s)$  não foi capaz de reproduzir a oscilação durante o teste. Portanto, opta-se por incluir uma nova constante de tempo no modelo.

### 3.3 Identificação de modelo de segunda ordem mais tempo morto

Para a identificação da segunda constante de tempo, foi desenvolvido-se uma relação que, baseada nos mínimos quadrados, calcula o erro entre a resposta experimental e a simulada, além de encontrar a constante de tempo que obteve o menor erro. Dessa forma, obteve-se o modelo de segunda ordem, como mostrado através da Equação (7).

$$G_2(s) = \frac{1,155}{(0,4375 \cdot s + 1) \cdot (14,58 \cdot s + 1)} \quad (7)$$

Durante a validação do modelo, foi observado um erro pode ser relacionado com o tempo morto do processo. Dessa forma, deve considerá-lo para a melhor estimativa do modelo que descreve sua dinâmica. Para tanto, utilizou-se um cálculo que associa o erro quadrático, obtido anteriormente, com o valor de tempo morto. Por fim, utilizam-se os valores que produziram os menores erros para criar o modelo dinâmico do processo para serem aplicados ao modelo  $G_2(s)$ , expresso pela Equação (8). Para validar o modelo pode-se observar a Figura 3, e concluir que o modelo descreve bem o comportamento do processo.

$$G_2(s) = \frac{1,155}{(0,4375 \cdot s + 1) \cdot (14,58 \cdot s + 1)} \cdot e^{(-0,1083) \cdot s} \quad (8)$$

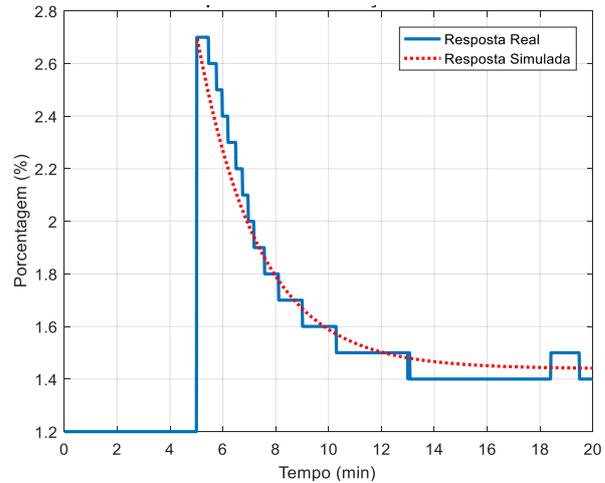
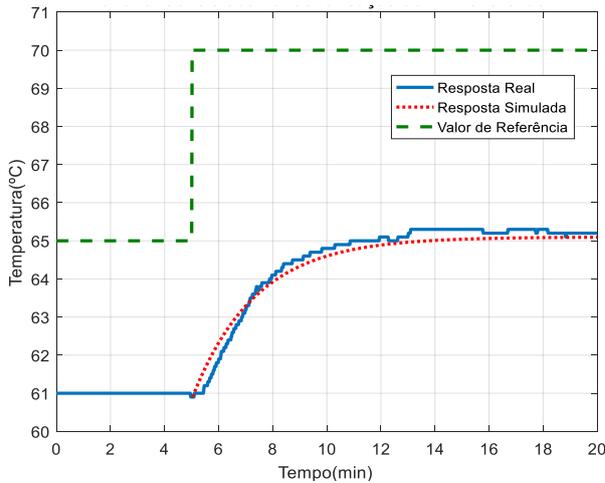
### 3.4 Ressintonia do controlador através do método IMC

Através do sistema composto pelo controlador proporcional de alto desempenho e o modelo  $G_2(s)$ , calcula-se a frequência de cruzamento de ganho do sistema original em malha aberta, cujo valor obtido para  $\omega_{cg0}$  foi de 1,503 rad/min.

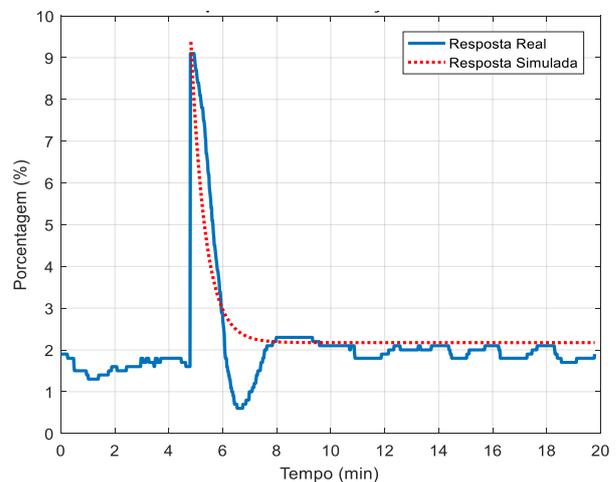
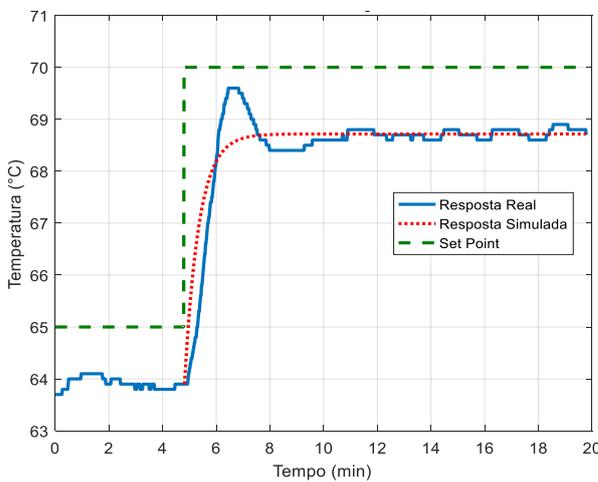
Com o objetivo de comparar diferentes tipos de controladores, foram introduzidos distúrbios no processo através da abertura e fechamento da sanduicheira ao longo dos testes, em tempos pré-determinados e iguais para todos os testes.

Conforme a seção 3.1, o teste de autossintonia foi o ponto de partida escolhido para a metodologia e, a partir dos parâmetros apresentados na Tabela 4, obtiveram-se as respostas ao degrau da variável controlada (VC) e manipulada (VM), apresentadas pela Figura 4(a). Além disso, a referida tabela mostra os parâmetros do controlador para os três testes subsequentes, que serão explicados a seguir.

Figura 2 – Identificação e validação do modelo de primeira ordem



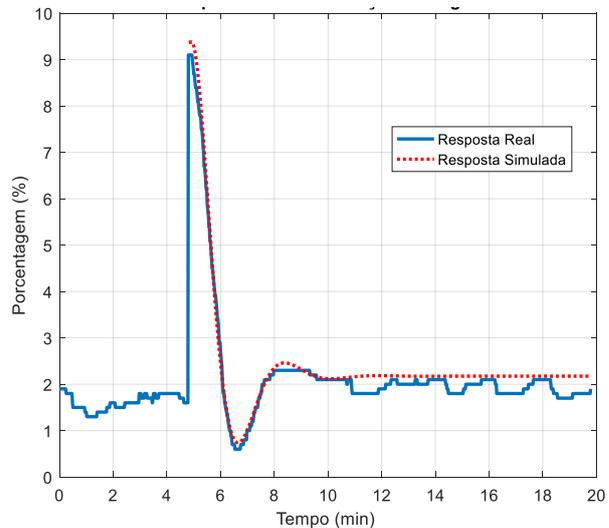
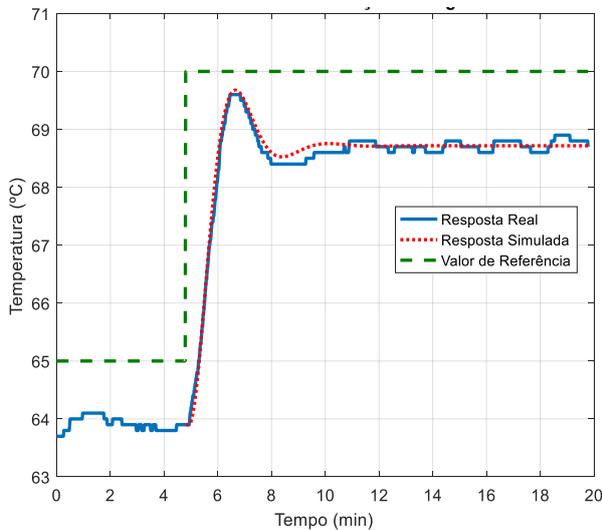
(a)  $PB = 10 \cdot PB^{ATUN}$  (identificação)



(b)  $PB = 2 \cdot PB^{ATUN}$  (modelo não validado)

Fonte: Autoria Própria

Figura 3 – Resposta real e simulada com modelo de segunda ordem mais tempo morto



Fonte: Autoria Própria

Tabela 4 – Valores dos parâmetros do controlador e integral do erro para os testes realizados

Teste	$\lambda$	PB (%)	Ir (rep/min)	dT (s)
Autossintonia	-	2,2	0,18	64
PID IMC <sub>1</sub>	0,666	5,1	0,07	34
PID IMC <sub>2</sub>	0,333	2,6	0,07	34
PI IMC	0,998	7,9	0,07	-

Fonte: Autoria Própria

No primeiro teste de ressintonia, o parâmetro  $\lambda$  utilizado foi definido a partir da própria frequência de cruzamento de ganho obtida para o ponto de operação em que o modelo foi definido. Dessa forma, têm-se os valores obtidos para o controlador IMC<sub>1</sub> a partir de  $\lambda_1$  e resultando na resposta ao degrau apresentada na Figura 4(c).

Posteriormente, realizou-se um novo teste de ressintonia pelo método citado, definindo-se o parâmetro de ajuste como descrito anteriormente, com  $\lambda = \lambda_2 = 2,0 \cdot \lambda_1$ , cuja resposta ao degrau é mostrada na Figura 4(b).

Em seguida, com o intuito de se obter um controlador PI para observar-se o efeito da componente derivativa do controlador, realizou-se mais um teste. Semelhantemente ao experimento anterior, o parâmetro de ajuste foi definido a partir de um múltiplo de  $\lambda_2$ . Dessa forma, o múltiplo 3,0 foi obtido sob os mesmos critérios adotados. Visualizando o modelo A da Tabela 2, observa-se a necessidade de utilizar um modelo de primeira ordem e, portanto, por meio de  $G_1(s)$ , calcula-se os parâmetros para o controlador IMC. A resposta ao degrau observada após o experimento é mostrada na Figura 4(d)

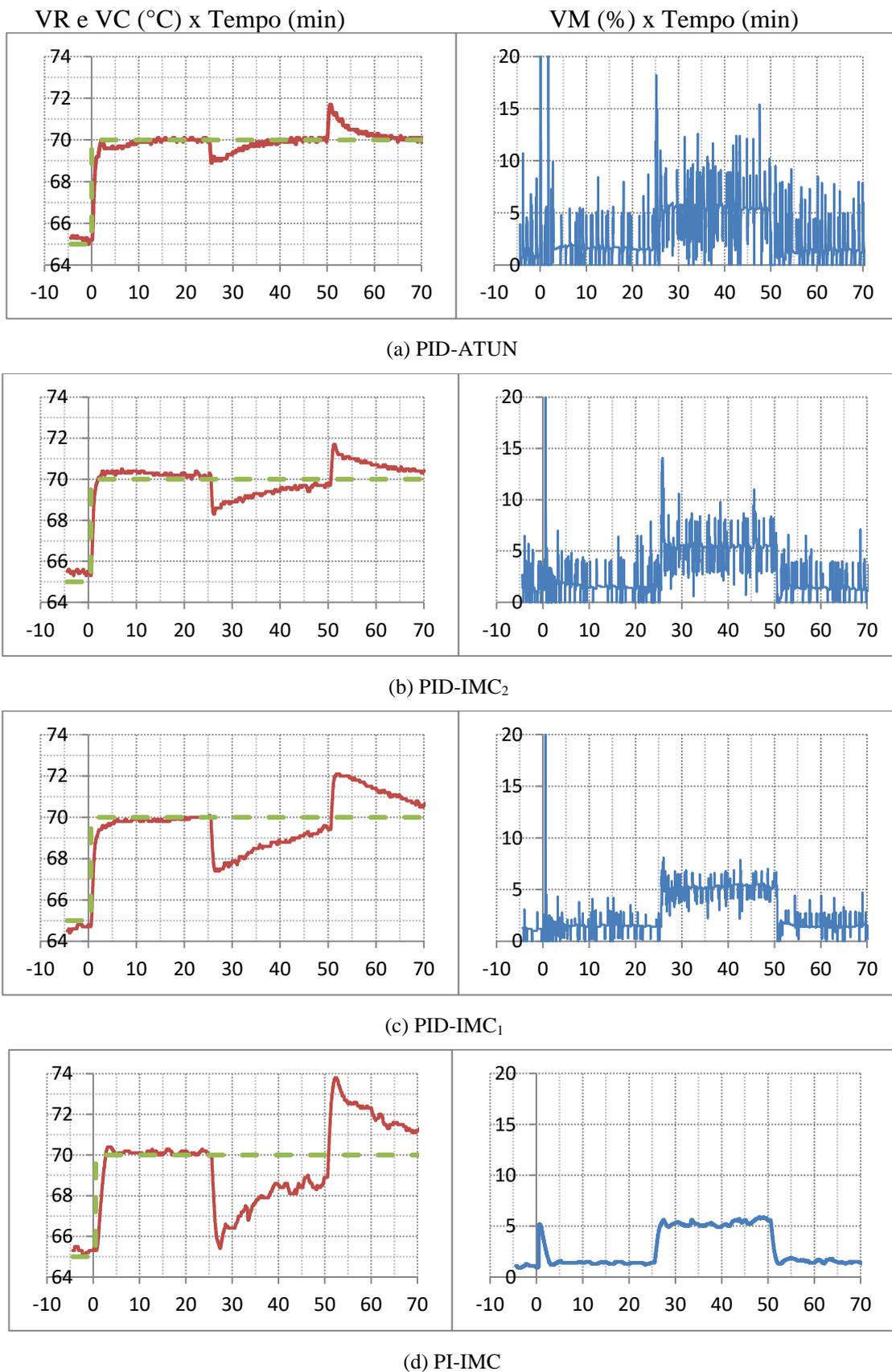
Observando-se as Figuras 4(a) a 4(d), é perceptível que a área sob a curva da variável controlada em relação ao *Set Point* para o primeiro experimento, é menor do que a das outras curvas. Além disso, possui o menor *overshoot* quando submetido à abertura e fechamento da sanduicheira, concluindo-se por possuir melhor desempenho sob a aplicação de distúrbios.

Além da comparação por integral do erro, outra análise de desempenho a ser estudada é a resposta ao degrau das variáveis manipuladas. Essa resposta indica o esforço de controle necessário ao controlador e, conseqüentemente, a frequência de chaveamento do atuador. Apesar do controlador configurado com os parâmetros obtidos em autossintonia obter o melhor desempenho através da integral do erro, foi também aquele que apresentou maior atividade da ação de controle, como mostrado na Figura 4(a).

Além disso, ao comparar os controladores PID-IMC, é possível perceber uma oscilação menor da variável manipulada para o controlador IMC<sub>1</sub>, o que significa dizer que possui um menor esforço de controle do que os outros controladores ressintonizados após o processo de autossintonia.

Comparando-se os controladores PID com o PI-IMC, observa-se redução da ação do controlador, assim como uma elevada amplitude inicial. Essas características podem ser explicadas através da ausência de ação derivativa. O primeiro efeito implica na redução seus ruídos de alta frequência na saída, uma vez que o controlador não responde mais a qualquer pequena variação da variável controlada. Além disso, a ação derivativa é responsável por reduzir a amplitude inicial da variável controlada, o que explica o segundo efeito citado.

Figura 4 – Respostas ao degrau e à perturbação.



Fonte: Autoria Própria

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo apresentou um método de ressonância de parâmetros PID de um controlador industrial. Consta-se inicialmente que os objetivos traçados para o projeto foram atingidos e espera-se que a metodologia possa ser testada e aprimorada a partir do contato com processos industriais reais através de atividades de extensão.

Por meio dos parâmetros obtidos durante a função de autossintonia, realizou-se a dessintonia do controlador (controlador apenas proporcional), método empregado para facilitar a obtenção do modelo que descreve o processo.

Através da análise do modelo de primeira ordem obtido, concluiu-se sobre a pertinência de se aumentar sua ordem. Portanto, uma segunda constante de tempo foi acrescentada, obtida através do critério do erro dos mínimos quadrados. Além disso, constatou-se a necessidade de otimização do modelo principalmente em relação ao tempo morto do processo, parâmetro que foi inserido posteriormente ao modelo de segunda ordem.

Na sequência do trabalho, utilizou-se o método IMC para resintonizar o controlador e testar novas configurações. A partir dos resultados obtidos, foi possível constatar as vantagens e desvantagens dos diferentes tipos de controladores aplicados ao sistema. Para o controlador obtido em processo de autossintonia, o desempenho relacionado à resposta à perturbação foi melhor, mas em contrapartida, obteve-se um maior esforço de controle (observado através da variável manipulada). O controlador PI-IMC, ao contrário, apresentou o pior resultado em termos de desempenho, porém com a redução considerável no esforço de controle do atuador.

Por fim, os resultados obtidos balizam a conclusão de uma relação inversa entre os dois critérios analisados. Em sistemas com melhores respostas sob distúrbios, existe maior exigência sobre o elemento final de controle e, a partir da redução desse esforço, perde-se o desempenho quando submetidos a perturbações. Dessa forma, é importante considerar a necessidade do usuário, relacionando-as com os critérios supracitados, para escolher uma configuração de controlador a ser implementada em uma malha real.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**Livros:**

AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas*. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2000.

ASTROM, K. J., & HAGGLUND, T. *Advanced PID Control*. Research Triangle Park, NC: ISA, 2006.

LJUNG, L. *System Identification* (2 ed.). Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.

LJUNG, L. *Identification for Control: Simple Process*. *IEEE Conf. on Decision and Control*. Las Vegas, NV, 2002.

MORARI, M., & ZAFIRIOU, E. *Robust Process Control*. New Jersey: Prentice Hall, 1989.

SKOGESTAD, S. *Simple Analytic Rules for Model Reduction and PID Controller Tuning*. *Journal of Process Control*, 291-309, 2003.

**Monografias:**

ROSSI, R. D. F. *Sintonia de Controladores PID sob o Enfoque da Identificação para Controle (Doutorado)*. Belo Horizonte: UFMG, 2008.

**Artigos de periódicos:**

TEIXEIRA, B. *et al.* *Modelagem, Controle e Otimização do Processo dos Fornos de Reaquecimento de Placas*. *Revista Controle & Automação*, 67-93, 2007.

## **CLOSED LOOP IDENTIFICATION OF SIMPLE MODELS FOR PI/PID CONTROLLERS, AT A LEARNING PLANT**

**Abstract:** *This paper presents a tuning method for the PID control based on closed loop identification for first and second order dynamic continuous models. With these models, PI and PID tunings are done using IMC (Internal Model Control) method. The adopted methodology aims to illustrate the use of approximate models, of first and second orders, and validation of these on a closed loop control scheme. The use of first order model and purely proportional controller allows equating the problem of indirect closed loop identification on algebraic basis; oscillatory behavior can be estimated by the model by adding a second time constant and dead time to it.*

**Key-words:** *PID control. System Identification. IMC.*