

## **ESTUDO DE OSCILAÇÕES COM VIDEOANÁLISE: APLICAÇÕES PARA O ENSINO DE FÍSICA EXPERIMENTAL NAS ENGENHARIAS.**

*Lorena Ferreira Silva – loferreirasilva94@hotmail.com*  
*Instituto Federal da Bahia – Campus de Paulo Afonso*  
*Avenida Marcondes Ferraz – 200 – General Dutra*  
*48607-000 – Paulo Afonso – Bahia*

*Welber Leal de Araújo Miranda – mirandawelber@gmail.com*  
*Instituto Federal da Bahia – Campus de Paulo Afonso*  
*Avenida Marcondes Ferraz – 200 – General Dutra*  
*48607-000 – Paulo Afonso – Bahia*

**Resumo:** *Nas diversas formas de ensino, a prática tradicional do ensino de física é dificilmente agregada a uma análise experimental. Isto se reflete em dificuldades para extrapolar os clássicos exemplos em sala de aula. A ferramenta de videoanálise tracker video analysis é capaz de extrair variáveis físicas a partir de uma filmagem e de calibradores para o movimento. Neste trabalho se focou no estudo do pêndulo simples e pêndulo circular, observando aspectos para sua utilização didática em diversas disciplinas. Os pêndulos continuam sendo objetos com diversas aplicações tecnológicas e são capazes de revelar uma grande quantidade de informações mecânicas. Propõe-se o desenvolvimento de metodologias para o ensino de oscilações utilizando a ferramenta Tracker aos movimentos do pêndulo. São discutidos diversos aspectos de calibração e ajuste de qualidade de uma medição em videoanálise. Uma regressão senoidal é obtida para descrever o movimento obtido. A equação do movimento é discutida para o pêndulo simples e obtida a partir dos dados experimentais. Os gráficos para a posição e velocidade são obtidos diretamente da videoanálise e suas variáveis físicas são discutidas. A precisão das medições foi comparada com um método tradicional e as principais vantagens e desvantagens do método de videoanálise foram discutidas. Foi observado que o método da videoanálise tem sua maior aplicação quando deseja-se descrever e/ou obter de forma completa as variáveis de um movimento, obtendo uma grande quantidade de pontos experimentais e consequentemente reduzindo erros estatísticos. A metodologia seguida pode ser usada como roteiro didático no ensino de mecânica.*

**Palavras-chave:** *Ensino de física. Ensino de Engenharias. Oscilações. Tracker Video Analysis.*

### **1. INTRODUÇÃO**

A prática tradicional do ensino de física é dificilmente agregada a uma análise experimental (GASPAR, 2014). Em muitos casos, os problemas apresentados em aula não passam dos reducionistas clássicos. A exemplificação em sala é limitada à resolução de problemas. Utiliza-se quase sempre exemplos que exigem uma avançada capacidade de abstração (HALLIDAY, 2009). Implementar experimentos por meio de *softwares* de modelagem possibilita uma perspectiva diferenciada para o aprendizado.

As plataformas de videoanálise aliam a possibilidade de executar experimentos com alto poder de motivação, com relativo baixo custo de implantação e realização. O uso de metodologias experimentais significativas para o ensino de Física ultrapassa o paradigma

tradicional, tendo em vista que proporciona ao sujeito a aquisição de significados reais do conteúdo que está sendo estudado (DE JESUS, 2014). Se essa significação é atingida, a aprendizagem deixa de ser mecânica e automatizada e passa a ser prazerosa e emancipadora.

Nesse contexto, para Bezerra et al. (2012) a videoanálise é uma técnica que possibilita a exemplificação de leis físicas em contato direto com o fenômeno e que apresenta grande potencial para o ensino de física. O software livre *Tracker*, ligado ao projeto *Open Source Physics* (OSP, 2017), destinado à análise de vídeos de movimento quadro a quadro vem mostrando grandes potencialidades para aplicações em laboratórios de física que compõem a matriz curricular das diversas engenharias.

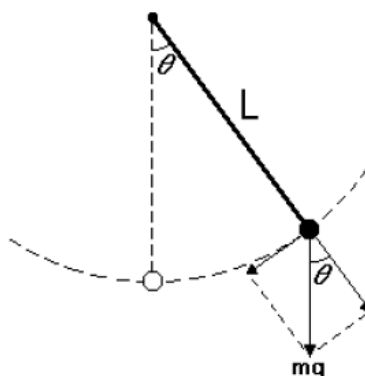
Neste trabalho é proposto o desenvolvimento de metodologias para o ensino de oscilações com foco na ferramenta da videoanálise. A metodologia citada pode ser aplicada desde laboratórios de física bem equipados, ou mesmo em salas de aula com equipagem multimídia básica. A tecnologia da videoanálise pode viabilizar a realização das atividades experimentais com grande flexibilidade de aplicação em diferentes contextos do ensino, bastando a disponibilidade de um computador e uma câmera de vídeo ou smartphone.

### 1.1 Oscilações e pêndulos

Os pêndulos são objetos de estudos científicos há muitos séculos (ARNOLD et al, 2011). O seu estudo revela uma grande quantidade de informações mecânicas, e hoje, continuam sendo objetos com diversas aplicações tecnológicas. O INPI (Instituto Nacional de Propriedade Industrial), e.g., dispõe de 41 patentes com utilização direta de mecanismos com pêndulos (INPI, 2018). Seus diferentes tipos e particularidades vem sendo frequentemente exploradas na literatura científica. Diante do valor deste tema, experimentos com pêndulos estão frequentemente presentes na maior parte dos programas das disciplinas elementares em laboratórios de física e engenharias.

Toda haste, fio ou outro objeto qualquer, suspenso por um de seus pontos e sujeito à ação da gravidade ( $g$ ) executará um movimento oscilatório, se for momentaneamente afastado do seu ponto de equilíbrio. O período deste movimento é uma grandeza física característica do sistema. A versão mais simples de um pêndulo é mostrada na Figura 1, consiste de um objeto de massa pequena suspenso por um fio inextensível, de comprimento  $L$ , e de massa desprezível, é conhecido como pêndulo simples.

Figura 1: Diagrama de forças em pêndulo simples.



Fonte: Lab virtual de ensino de física (2015).

Assim, de acordo com um diagrama de forças é possível obter a equação do movimento de um pêndulo simples, através de

$$m \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mg \sin \theta. \quad (1)$$

Ao fazer-se  $\sin \theta \approx \theta$ , sabendo que  $\theta = S/L$ , é possível obter

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} - mg \theta = 0, \quad (2)$$

que agora é uma equação diferencial homogênea e sua solução representa a de um movimento harmônico, descrito por

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) + D, \quad (3)$$

onde A é uma constante que define a amplitude do movimento,  $\omega$  é a frequência angular do movimento  $\varphi$  é a fase da oscilação. D é uma constante que define a origem do sistema de coordenadas e aqui, serve como parâmetro de ajuste fino, facilitando o ajuste de curvas. Com a definição da frequência angular dada por  $\omega = 2\pi/T$ , é possível obter o período da oscilação na forma

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (4)$$

na qual o erro da aproximação adotado difere apenas em terceira ordem da solução exata, ao fazer-se uma expansão em série de Maclaurin (HOWARD et al, 2014).

Tabela 1: Diferença entre o ângulo  $\theta$  e o  $\sin \theta$  para diferentes valores.

| $\theta$ (graus) | $\theta$ (radianos) | $\sin \theta$ | $\Delta$ (%) |
|------------------|---------------------|---------------|--------------|
| 5                | 0.0873              | 0.0872        | 0.11         |
| 10               | 0.1745              | 0.1736        | 0.51         |
| 15               | 0.2618              | 0.2588        | 1.14         |

Um movimento pendular cônico, ou pêndulo circular, é um caso particular do movimento pendular esférico. O pêndulo cônico possui este nome por reproduzir um movimento circular uniforme da massa do pêndulo no plano horizontal, fazendo com que o fio descreva uma superfície cônica durante o seu movimento. Somente duas forças atuam sobre a massa do pêndulo: a força peso P e a tensão no fio T (De Jesus, 2014). No estudo da Física o pêndulo cônico é semelhante ao pêndulo simples com a diferença de que o corpo, ao invés de se mover para frente e para trás, gira em torno de um círculo horizontal.

## 2. METODOLOGIA

Através da captura do vídeo com uma câmera comum ou câmera de alta velocidade, é possível utilizar o *software Tracker* para criar um mapa do movimento e subsequente obtenção das variáveis físicas. Utiliza-se de uma referência, no mesmo plano do movimento analisado, de escolha do usuário para as dimensões (2D) do vídeo. Este objeto de referência é ajustado com uma ferramenta do software denominada de *bastão de calibração*. O objeto tem seu movimento estudado quadro a quadro via identificação manual ou automática dos pontos de interesse. Com estas técnicas pode-se obter com relativa facilidade dezenas de pontos experimentais. Foram realizados dois experimentos para o estudo das oscilações. O primeiro consistiu no estudo do pêndulo simples, no qual foi feita uma análise do seu período por



medidas diretas (uso do cronômetro) e pela videoanálise. Em seguida foram realizadas as filmagens com o pêndulo cônico para a análise do seu período com o *Tracker*.

De uma forma geral os procedimentos necessários para uma boa aquisição de dados por videoanálise no software *Tracker* são: O corte do vídeo: considerando o instante inicial assim como o final do movimento que será analisado; Eixos de referência: para o programa ter um referencial do eixo x e y; Bastão de calibração: referencial de medida que o software necessita para o fornecimento de valores; Marcação do ponto de massa: corpo que será acompanhado e fornecerá o rastreamento de pontos; Acompanhamento automático: realiza o acompanhamento quadro a quadro do ponto de massa escolhido; Acompanhamento manual: quando o modo automático não reconhece um ponto da trajetória, deve-se realizar a marcação desse ponto manualmente; Seleção dos vetores velocidade e/ou aceleração: indicam o sentido e direção dos vetores durante a trajetória; A Figura 2 mostra alguns desses pontos importantes para a análise de dados no *software Tracker*.

Para obter uma medida experimental de referência, foram realizadas as medições do período da oscilação. Foi realizado a contagem das oscilações, medindo o tempo total (t) para dez oscilações do pêndulo. O procedimento foi repetido por vinte vezes, para a obtenção do período médio do pêndulo. Iniciamos a contagem do tempo no momento que o pêndulo foi soltado de sua altura máxima e a contagem das oscilações foram realizadas de forma direta. Foi utilizado a ferramenta do cronômetro através de um celular e sua estimativa de incerteza foi escolhida sendo 0,01 s. Obtidas as medidas diretas, foram realizadas três filmagens do movimento do pêndulo simples para posterior análise no *Tracker*.

A Figura 2 mostra a disposição do pêndulo e dos instrumentos utilizados para a coleta de informações. Os materiais empregados nos experimentos são: cronômetro, câmera de celular, massa de chumbo esférica, fio de nylon, suporte para o pêndulo, tripé para câmera, régua e paquímetro. Para o segundo experimento, acrescentamos uma iluminação extra e um anteparo na cor branca para uma melhora do contraste no ambiente de filmagem.

Um pêndulo simples similar ao mostrado na Figura 1 foi montado. Uma das extremidades do fio de nylon foi fixada ao suporte e a outra ponta foi presa a bola de chumbo. O corpo foi deslocado manualmente da posição de repouso. Neste caso, o ângulo de deslocamento é pequeno e a aproximação  $\sin \theta \approx \theta$  é aceitável na Equação (1). Em seguida, soltando-o cuidadosamente, este entra em oscilação descrevendo um movimento. A excitação inicial do pêndulo define se o movimento será em apenas um plano (pêndulo simples) ou se terá duas componentes (pêndulo cônico). Assim, para o pêndulo cônico a excitação inicial foi realizada de uma maneira que o corpo descrevesse um movimento aproximadamente circular, como mostra a Figura 2.

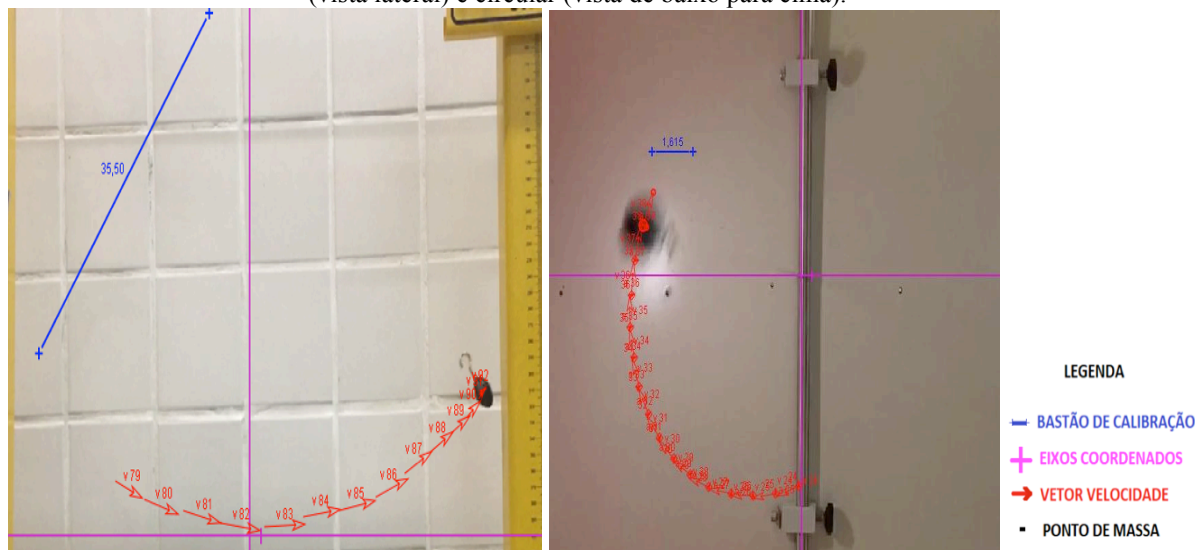
O fio de nylon juntamente com o raio da massa de chumbo compõem o comprimento L de 36,3 cm e foi empregado como bastão de medição, para o pêndulo simples, utilizado pelo programa como referencial. A bola de chumbo (1,6 cm) foi usada como referencial para o experimento do pêndulo cônico. Para uma maior precisão do valor a ser utilizado, foi empregado um paquímetro universal para medição da largura e comprimento do corpo.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os gráficos da Figura 3 representam o movimento do pêndulo simples no eixo horizontal (x) ao longo do tempo (t) e a sua velocidade (v) em relação a t. O gráfico do deslocamento apresentou um comportamento bem próximo ao de uma senóide, como esperado, uma vez que a condição de pequenos ângulos foi obedecida. Através da Figura 3 evidencia a defasagem da velocidade em relação a posição. Os pontos de maior velocidade - energia cinética -, a amplitude encontra-se na posição de inflexão do gráfico e ocorre a transição de energia potencial para a energia cinética.

Na utilização de ferramentas de videoanálise, a obtenção de uma grande quantidade de pontos é uma metodologia que permite uma redução significativa dos erros aleatórios das medições. Por outro lado, um elevado cuidado é necessário para a contenção dos erros sistemáticos nestes experimentos. Para a redução dos erros sistemáticos a perspectiva da filmagem é um ponto importante, é preciso observar a diferença de tamanhos produzidas por diferentes ângulos. Recomenda-se posicionar a câmera no ponto médio e todo o movimento realizado.

Figura 2 - Marcações de posição e vetores velocidade para o acompanhamento via *Tracker* do pêndulo simples (vista lateral) e circular (vista de baixo para cima).



A Figura 4 mostra o ajuste de curva no *Tracker*. Com ajuda do software é possível realizar o ajuste estatístico à medida que é inserida a equação geral do movimento realizado pelo corpo, sendo possível obter os parâmetros envolvidos no fenômeno físico. Para o movimento do pêndulo tanto simples quanto o cônico foi inserido como parâmetro a Equação do deslocamento em relação ao tempo para o movimento harmônico simples.

O ajuste de curva, em cor azul no gráfico é mostrado na Figura 4. Nota-se que os dados experimentais se aproximam da curva do movimento, sendo quase imperceptível a curva cor de rosa em alguns pontos da trajetória, confirmando que o ângulo formado pelo movimento se encaixa na condição de pequenos ângulos. O movimento do pêndulo cônico é decomposto em duas coordenadas. Foi realizado o ajuste de curva tanto para o eixo x quanto para o eixo y para a obtenção dos parâmetros. Na Figura 5 é possível observar o ajuste em x, representado pela cor verde, e o ajuste em y, mostrado pela curva azul. Com os ajustes de curva realizados foram construídas as Tabelas 2 e 3 com os parâmetros fornecidos pelo *Tracker* e calculados os períodos para os experimentos com o pêndulo simples e cônico, respectivamente.

Através das 20 medições realizadas com o cronômetro foi feita a média dos períodos e foi encontrado um valor de  $1,18 \pm 0,01$  segundos. O valor teórico do período do pêndulo simples, encontrado pela Equação (4), foi de 1,21 s. Os erros experimentais avaliados correspondem a menor medida do cronômetro digital. No experimento do pêndulo cônico, o comprimento do fio utilizado foi 45 cm e o período teórico do pêndulo, calculado pela Equação (4), foi de 1,36 segundos.

Figura 3 – Posição e velocidade em função do tempo para o pêndulo simples (dados obtidos do Tracker).

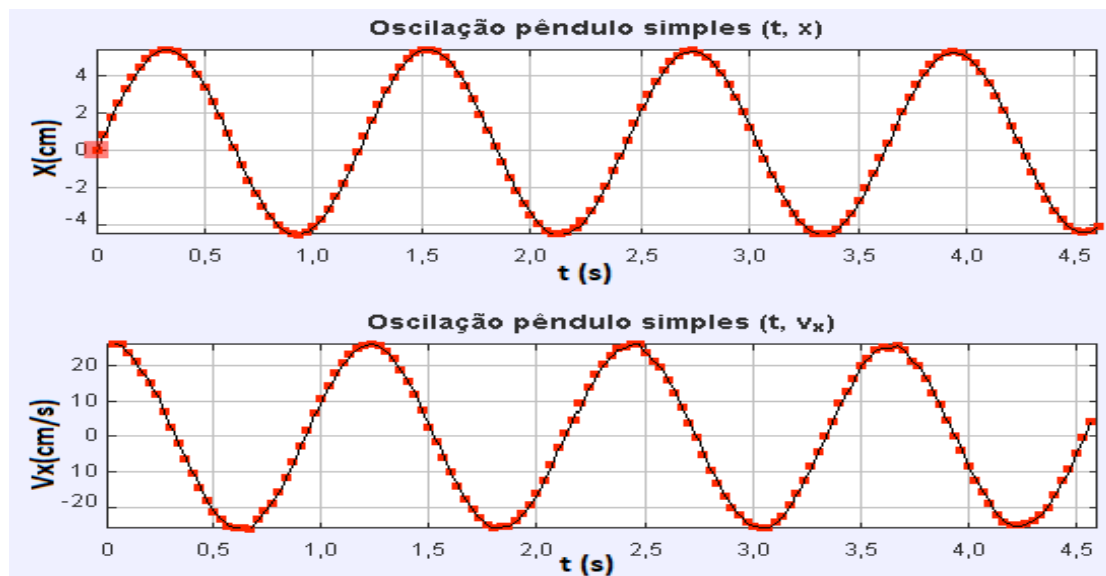


Figura 4 – Comparação entre dados experimentais e descrição física da posição para o pêndulo simples (dados obtidos do Tracker).

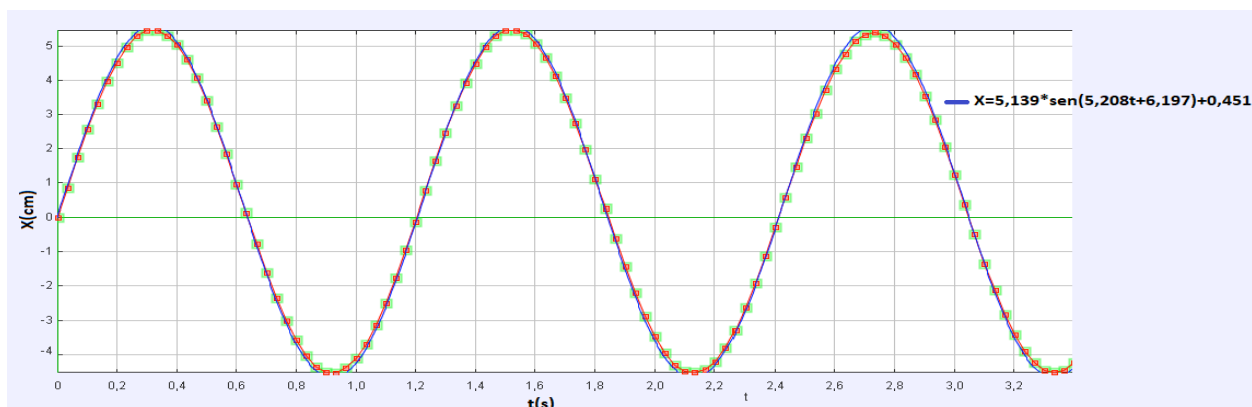


Figura 5 - Comparação entre dados experimentais e descrição física da posição para o pêndulo cônico

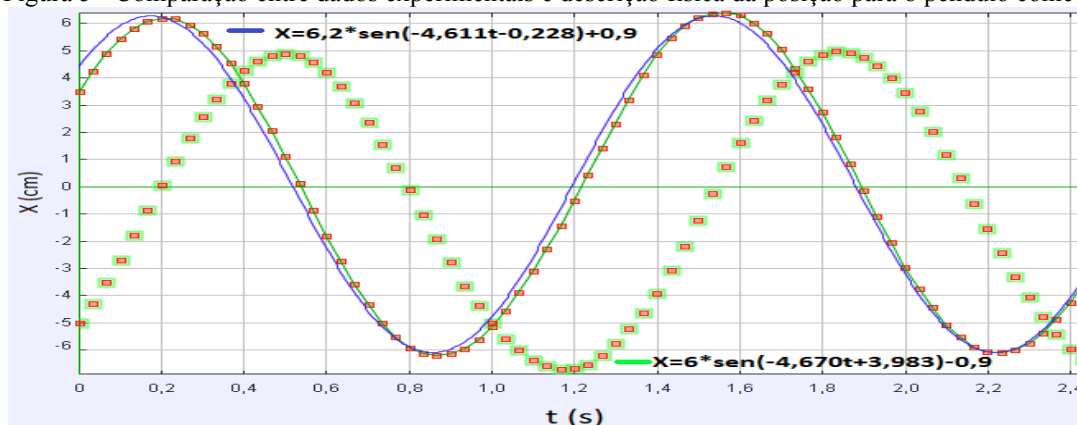




Tabela 2 – Parâmetros para o pêndulo simples.

|                            |       |
|----------------------------|-------|
| Amplitude máxima (m)       | 0,514 |
| Velocidade angular (rad/s) | 5,208 |
| Ângulo de fase (rad)       | 6,197 |
| Deslocamento (m)           | 0,005 |
| Período (s)                | 1,206 |

Tabela 3 - Parâmetros para o pêndulo cônico.

| Parâmetros                 | Eixo x | Eixo y |
|----------------------------|--------|--------|
| Amplitude máxima (m)       | 0,060  | 0,062  |
| Velocidade angular (rad/s) | 4,670  | 4,611  |
| Ângulo de fase (rad)       | 3,983  | 0,228  |
| Deslocamento (m)           | 0,009  | 0,009  |
| Período (s)                | 1,345  | 1,363  |

#### 4. CONCLUSÕES

Para o experimento com pêndulo simples, o período medido teve discrepância relativa de 2,48% para o método direto e 0,18% pelo software, quando comparados com o valor teórico. Com os dados fornecidos pelo *Tracker*, observa-se uma aproximação considerável dos valores experimentais e valor teórico para o período. Por tal motivo, observa-se que o *Tracker* proporciona também grande precisão experimental. Para o experimento com o pêndulo circular, o período apresentou uma discrepância de 1,48% em x e 0,22% em y, em relação ao valor teórico e mostrando que para aproximações de pequenos ângulos, o período do pêndulo cônico pode ser calculado de forma análoga ao pêndulo simples.

Nas condições impostas aos experimentos com o pêndulo simples e cônico, os ajustes das curvas experimentais mostraram que os modelos escolhidos apresentaram resultados satisfatórios para as aproximações de pequenos ângulos. A simplicidade de realização dos experimentos também torna sua compreensão acessível aos alunos e a aplicação da videoanálise, tem grandes vantagens didáticas para o estudo e discussão das diferentes variáveis da física. A modelagem apresentada é compatível com a interpretação física e os experimentos desenvolvidos contribuem para uma avaliação mais abrangente e realística do comportamento do pêndulo.

A importância de relacionar o que o aluno já sabe com os conceitos estudados e verificar esse conhecimento através dos experimentos e dos resultados obtidos faz da metodologia utilizada com a videoanálise uma excelente alternativa para se promover aprendizagem significativa. De forma geral, observa-se que os experimentos com pêndulos possuem grande potencial de aplicação em ensaios didáticos. A metodologia de estudo aqui desenvolvida pode ser utilizada como experimento didático em diversas formas de ensino nas engenharias.

O contexto possibilita a aplicação das leis de Newton, a discussão das equações diferenciais e, em especial, a discussão de oscilações e suas equações. Diferentemente das medições diretas, esta metodologia possibilita a associação direta dos movimentos com seus

gráficos, ao mesmo tempo em que possibilita a aplicação de métodos estatísticos para a obtenção de curvas algébricas do movimento estudado.

## REFERÊNCIAS

ARNOLD, J. et al. **Estudo do amortecimento do pêndulo simples: uma proposta para aplicação em laboratório de ensino**. Revista Brasileira do Ensino de Física, v. 33, 2011.

BROWN, D. COX, A. J. **Innovative Uses of Video Analysis**. The Physics Teacher, v. 47, 2009.

GASPAR, A. **Atividades experimentais no ensino de Física: Uma nova visão baseada na teoria de Vigotsky**. Editora Livraria da Física, 2014.

HALLIDAY, D., RESNICK R. WALKER E J.. **Fundamentos de Física**. Vol. 1. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2009.

HOWARD A., BIVENS I. , STEPHEN D., **Cálculo - Volume II**. Bookman Editora. 10.ed. 2014.

INPI. **Instituto Nacional de Propriedade Industrial**. Pesquisa por: 'PÊNDULO no Título'. <http://www.inpi.gov.br/>. Acesso em: 20/04/2018 às 14:53:34, 2018.

JESUS, V L B. **Experimentos de Videoanalise - Dinâmica. 1ª Edição**. Editora Livraria da Física.

OPEN SOURCE PHYSICS. **OSP**. Disponível em <http://www.compadre.org/osp/>. Acesso em 15 de abril de 2017

VILLANI, A. **Reflexões sobre o ensino de Física no Brasil: Práticas, conteúdos e pressupostos**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 2, 1984.

SOUZA, R., BARRERA, J., PONTES, SOUZA. **O Ensino de Física nos Cursos de Engenharia: Uma abordagem de métodos mistos**. Latin-American Journal of Physics Education, v.9, 2015.

## STUDY OF OSCILLATIONS WITH VIDEO ANALYSIS: APPLICATIONS FOR THE TEACHING OF EXPERIMENTAL PHYSICS IN ENGINEERING.

**Abstract:** *In the various forms of teaching, the traditional practice of physics teaching is hardly aggregated to an experimental analysis, this is reflected in difficulties in extrapolating the classical examples in the classroom. The video analysis tool tracker video analysis is able to extract physical variables from a footage and calipers for the movement. In this work we focused on the study of the simple pendulum and circular pendulum, observing aspects for its didactic use in several disciplines. The pendulums continue to be objects with diverse technological applications and are able to reveal a great amount of mechanical information. It is proposed to develop methodologies for the teaching of oscillations using the Tracker tool to the pendulum movements. Several aspects of calibration and quality adjustment of a videoanalysis (VA) measurement are discussed. A sinusoidal regression is obtained to describe the motion obtained. The equation of motion is discussed for the simple pendulum*



*and obtained from the experimental data. The graphs for the position and velocity are obtained directly from VA and its physical variables are discussed. The accuracy of the measurements was compared with a traditional method and the main advantages and disadvantages of the VA method were discussed. It was observed that the method of videoanalysis has its greatest is needed to obtain the complete set of variables of a movement, obtaining a large amount of experimental points and consequently reducing statistical errors. The methodology followed can be used as a didactic script in mechanics teaching.*

**Key-words:** physics teaching. Engineering teaching. Oscillations. Pendulum motions. Tracker Video Analysis.