

## CONVOLUÇÃO DE SINAIS NO TEMPO DISCRETO - NOVO MÉTODO DE RESOLUÇÃO UTILIZANDO TABELAS

**Bianca Barros Pecanha** – bianca.barros.pecanha@gmail.com

**Paulo Henrique Sousa Silva** – paulohenriquesousa1997@gmail.com

**Natália Lima de Oliveira Santos** – nataliaoliveira@fainor.com.br

Faculdade Independente do Nordeste – FAINOR  
Avenida Luis Eduardo Magalhães nº 1305 Candeias  
45055-420 – Vitória da Conquista – Bahia

**Resumo:** O uso de novas metodologias de ensino é uma alternativa para o desenvolvimento do aluno quanto à questão de absorção do conhecimento, o ensino na área da engenharia pode se tornar uma árdua tarefa em diversos momentos devido à complexidade dos assuntos e também a dificuldade de relacionar os conteúdos estudados com a prática. Dentre um dos desafios encontrados no processo de formação do engenheiro existe a operação matemática da convolução a qual serve de base para diversas áreas. Diante desse cenário o presente artigo tem como objetivo apresentar um novo método de resolução da soma de convolução para pontos finitos, visando um melhoramento no aprendizado e absorção desse conhecimento que é base para diversos estudos como processamento digitais de sinais e de controle. Os resultados obtidos com o uso desse método foram satisfatórios visto que os alunos se capacitaram a resolver os problemas com um menor tempo e uma melhor taxa de desempenho.

**Palavras-chave:** Metodologias de ensino. Engenharia. Soma de convolução.

### 1 INTRODUÇÃO

As constantes mudanças ocorridas no ensino devido à evolução tecnológica vêm gerando um questionamento sobre novos métodos de educação principalmente no nível superior, uma vez que antigas técnicas demonstram pouca eficiência em determinados momentos.

De acordo com Diesel (2017) as metodologias ativas devem ser estimuladas entre os discentes, visto que há uma ineficácia no sistema atual utilizado em boa parte das instituições de ensino. Para Bastos (2006 apud BERBEL, 2011, p. 29) entende-se por métodos ativos para o ensino “processos interativos de conhecimento, análise, estudos, pesquisas e decisões individuais ou coletivas, com a finalidade de encontrar soluções para um problema”.

De acordo com os autores citados, entende-se que os métodos ativos de ensino não refutam o atual sistema de aprendizagem, e sim auxiliam os alunos para que consigam um maior sucesso ao realizar atividades que envolvam simulações reais em relação ao conteúdo. Comumente as metodologias ativas são confundidas com a prática deliberada dos alunos com experimentos, entretanto os métodos ativos apresentam-se de forma bem mais complexa.

Com base em Rech (2016) os métodos ativos de ensino são feitos no contexto “*Learning by doing*” que significa aprender na prática com conceitos e problemas reais nas disciplinas que estão sendo apresentadas, a fim de aumentar a capacidade crítica e lógica do aluno acerca dos conteúdos estudados.

Haykin (2001) define análise de sinais e sistemas como uma disciplina básica para a engenharia elétrica em todos seus níveis, por suas diversas aplicações. O entendimento da

disciplina é fundamental para a aplicação e entendimento de partes essenciais da engenharia como: processamento de sinais, sistemas de comunicação e também de controle linear.

A soma de convolução é considerada a saída entre a resposta de um dado sinal a um impulso no tempo discreto, de acordo com Haykin (2001) a saída de qualquer sistema de tempo discreto de uma resposta a um impulso de duração finita é dada pela soma ponderada dos sinais de entrada, sabendo que os efeitos do sistema dependerão diretamente dos valores escolhidos das entradas.

No intuito de criar uma nova metodologia de resolução de assuntos voltados a tópicos da engenharia foi desenvolvido um método ao qual será descrito neste trabalho.

## 2 JUSTIFICATIVA

Em diversas áreas da engenharia é necessário a análise de sinais para a compreensão de diversos fenômenos físicos. O processo da convolução de sinais em si é algo complexo para ser entendido por um iniciante nos estudos de análise de sinais e sistemas. Nessa circunstância, o presente artigo tem como intuito demonstrar a utilização de um método para resolução de problemas acerca da convolução de tempo discreto entre dois sinais distintos e validar o método criado utilizando o *software* MATLAB para demonstrar o resultado por algoritmos.

## 3 OBJETIVO

Discorrer sobre o método criado com o intuito de resolver problemas relacionados à soma de convolução no tempo discreto, utilizando tabelas, com o propósito de facilitar o aprendizado e execução da mesma fazendo uso por fim do *software* MATLAB para fundamentar a eficácia do método abordado.

## 4 DESENVOLVIMENTO

De acordo com HAYKIN (2001) a convolução é uma operação matemática a qual auxilia o cálculo de resposta ao impulso num sinal sendo ela de forma discreta e contínua. De acordo SANTOS (2017, p.2) a Análise de Sinais e Sistemas é definida da seguinte forma:

“Análise de Sinais e Sistemas pode ser usada para exemplificar este problema, nela é necessário entender o comportamento de sinais, e para isso algumas técnicas são utilizadas, como a Convolução de Sinais que possui aplicações em diversas atividades da engenharia, como exemplo, a filtragem de sinais, porém em tal aplicação a teoria não é tão visível e possivelmente as abordagens existentes no processo de filtragem de sinais não auxiliaria no entendimento do conteúdo.”

Segundo HAYKIN (2001) a definição matemática para a convolução de sinais discretos é dada por:

$$w[n] = x[n] * h[n] \text{ (Eq. 1)}$$

As variáveis discretas transformam-se em um somatório que é dado por:

$$w[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n]h[n - k] \text{ (Eq. 2)}$$

A fórmula geral para soma de convolução foi dada na Eq. 2 em uma soma finita de pontos. De acordo com SOVIEROSKI (2010) e SANTOS (2017) a operação matemática da convolução apresenta certo nível de complexidade elevado, já que existe uma dificuldade no uso dos objetos didáticos para a compreensão do método. O uso da programação auxilia o aluno a compreender a operação matemática que está sendo feita durante o processo de soma.

## 5 METODOLOGIA

Dado um sinal  $x[n]$  com  $n$  pontos e um sinal  $h[n]$  deseja-se que o sinal  $h[n]$  “passe” pelo sinal  $x[n]$  para que assim seja realizada a convolução:

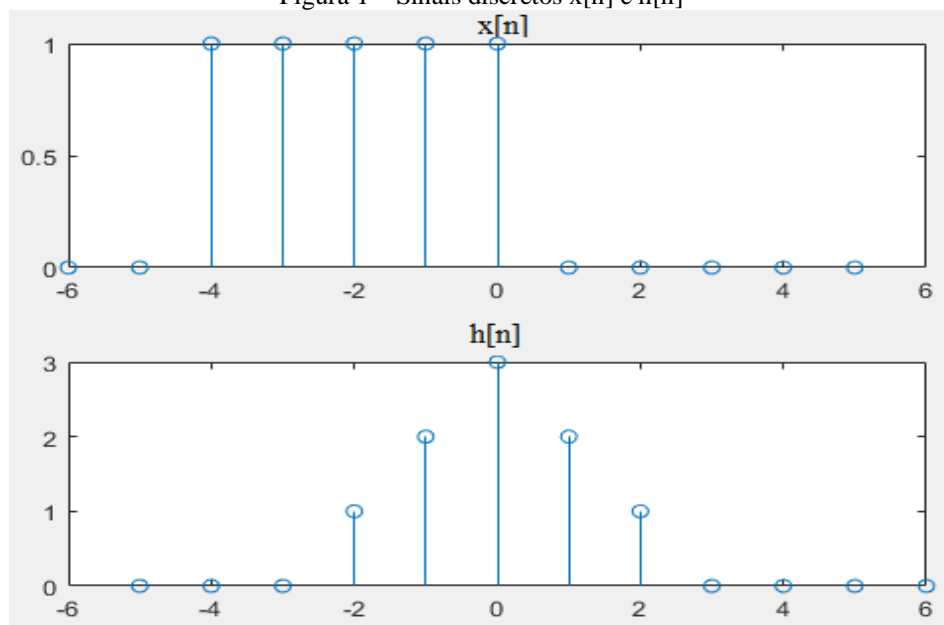
$$w[n] = x[n] * h[n] \text{ (Eq. 3)}$$

Onde,  $x[n]$  e  $h[n]$  são sinais de tempo discreto e  $w[n]$  é o resultado da operação entre a convolução de  $x[n]$  e  $h[n]$ .

O sinal  $h[n]$  deverá passar por toda a extensão de  $x[n]$ , logo a quantidade de pontos de  $w[n]$  será a soma da quantidade de pontos de  $x[n]$  (a qual será atribuída como variável  $a$ ) e a quantidade de pontos de  $h[n]$  (a qual será atribuída a variável  $b$ ), logo a quantidade de pontos  $w[n]$  ou  $c$  será:

$$c = (a + b) - 1 \text{ (Eq. 4)}$$

Figura 1 – Sinais discretos  $x[n]$  e  $h[n]$



O método que foi desenvolvido para a soma de convolução tem como ideia utilizar uma tabela para a resolução do problema. Abaixo será demonstrado um exemplo da utilização da tabela, fazendo a convolução de  $x[n]$  com  $h[n]$ , descritos na Figura 1.

As fitas  $x[n]$  e  $h[n]$  contém ambas cinco elementos, logo, utilizando a Eq. 4 é possível definir previamente que a quantidade de pontos da fita  $w[n]$  conterá nove elementos.

$$w[n] = x[n] = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] * h[n] = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 1]$$

Tabela 1 – Aplicação do método para resolver a convolução entre os sinais da figura 1

Posições $w[n]$	$x[-4] = 1$	$x[-3] = 1$	$x[-2] = 1$	$x[-1] = 1$	$x[0] = 1$
$w[-4]$	$h[-2] = 1$				
$w[-3]$	$h[-1] = 2$	$h[-2] = 1$			
$w[-2]$	$h[0] = 3$	$h[-1] = 2$	$h[-2] = 1$		
$w[-1]$	$h[1] = 2$	$h[0] = 3$	$h[-1] = 2$	$h[-2] = 1$	
$w[0]$	$h[2] = 1$	$h[1] = 2$	$h[0] = 3$	$h[-1] = 2$	$h[-2] = 1$
$w[1]$		$h[2] = 1$	$h[1] = 2$	$h[0] = 3$	$h[-1] = 2$
$w[2]$			$h[2] = 1$	$h[1] = 2$	$h[0] = 3$
$w[3]$				$h[2] = 1$	$h[1] = 2$
$w[4]$					$h[2] = 1$

A partir desta tabela, são obtidos os seguintes valores para  $w[n]$ :

$$\begin{aligned}
 w[-4] &= 1 \cdot 1 = 1 \\
 w[-3] &= 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 3 \\
 w[-2] &= 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 6 \\
 w[-1] &= 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 8 \\
 w[0] &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 9 \\
 w[1] &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 8 \\
 w[2] &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 6 \\
 w[3] &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 3 \\
 w[4] &= 1 \cdot 1 = 1
 \end{aligned}$$

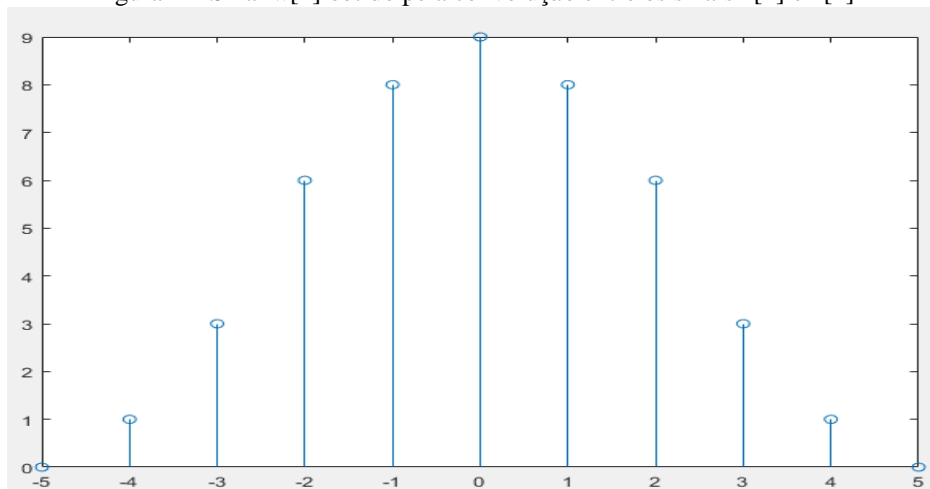
Tabela 2 – Resultados obtidos no sinal  $w[n]$

$w[-4]$	$w[-3]$	$w[-2]$	$w[-1]$	$w[0]$	$w[1]$	$w[2]$	$w[3]$	$w[4]$
1	3	6	8	9	8	6	3	1

Por fim, os valores para  $w[n]$  são obtidos e o gráfico obtido da convolução entre  $x[n]$  e  $h[n]$  é dado na Figura 2.



Figura 2 – Sinal  $w[n]$  obtido pela convolução entre os sinais  $x[n]$  e  $h[n]$



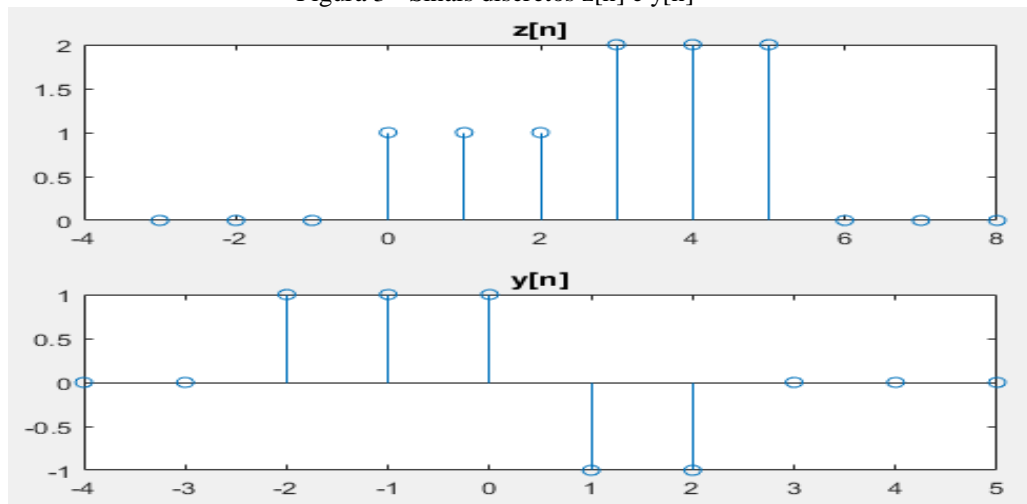
Para um melhor entendimento o método será elucidado em um passo a passo:

- ❖ Definir a quantidade de elementos da fita  $x[n]$  e da fita  $h[n]$  e utilizar a Eq.4 para definir a quantidade de elementos da fita  $w[n]$ ;
- ❖ Posicionar a fita  $x[n]$  na primeira linha da tabela;
- ❖ Posicionar a fita  $h[n]$  nas colunas referentes a cada linha das posições do elemento  $x[n]$ ;
- ❖ Fazer a soma de convolução nos pontos de  $w[n]$  pegando os elementos de  $x[n]$  e  $h[n]$  da forma demonstrada no tópico 5;
- ❖ Criar a fita  $w[n]$  com os valores da soma de convolução entre  $x[n]$  e  $h[n]$ .

## 6 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE RESOLUÇÃO PARA SOMA DE CONVOLUÇÃO

Com o objetivo de enfatizar a credibilidade e eficiência do método criado algumas questões retiradas do livro de Sinais e Sistemas serão resolvidas tanto pelo esquema proposto como também pelo *software* MATLAB demonstrando assim os resultados corretos de cada problema proposto.

Figura 3 - Sinais discretos  $z[n]$  e  $y[n]$



Na Figura 3 é possível perceber um problema que envolve dois sinais discretos  $y[n]$  e  $z[n]$ , no qual  $y[n]$  tem cinco elementos e  $z[n]$  seis elementos, utilizando a Eq. 4 do tópico anterior, tem-se que  $w[n]$  terá dez elementos.

Tabela 3 - Aplicação do método para resolver a convolução entre os sinais da figura 3

Posições $w[n]$	$z[-2] = 1$	$z[-1] = 1$	$z[0] = 1$	$z[1] = -1$	$z[2] = -1$
$w[-2]$	$y[0] = 1$				
$w[-1]$	$y[1] = 1$	$y[0] = 1$			
$w[0]$	$y[2] = 1$	$y[1] = 1$	$y[0] = 1$		
$w[1]$	$y[3] = 2$	$y[2] = 1$	$y[1] = 1$	$y[0] = 1$	
$w[2]$	$y[4] = 2$	$y[3] = 2$	$y[2] = 1$	$y[1] = 1$	$y[0] = 1$
$w[3]$	$y[5] = 2$	$y[4] = 2$	$y[3] = 2$	$y[2] = 1$	$y[1] = 1$
$w[4]$		$y[5] = 2$	$y[4] = 2$	$y[3] = 2$	$y[2] = 1$
$w[5]$			$y[5] = 2$	$y[4] = 2$	$y[3] = 2$
$w[6]$				$y[5] = 2$	$y[4] = 2$
$w[7]$					$y[5] = 2$

$$w[-2] = 1 \cdot 1 = 1$$

$$w[-1] = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 2$$

$$w[0] = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 3$$

$$w[1] = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + (-1 \cdot 1) = 3$$

$$w[2] = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + (-1 \cdot 1) + (-1 \cdot 1) = 3$$

$$w[3] = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + (-1 \cdot 1) + (-1 \cdot 1) = 4$$

$$w[4] = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + (-1 \cdot 2) + (-1 \cdot 1) = 1$$

$$w[5] = 1 \cdot 2 + (-1 \cdot 2) + (-1 \cdot 2) = -2$$

$$w[6] = (-1 \cdot 2) + (-1 \cdot 2) = -4$$

$$w[7] = (-1 \cdot 2) = -2$$

Tabela 4 – Resultados obtidos no sinal  $w[n]$

$w[-2]$	$w[-1]$	$w[0]$	$w[1]$	$w[2]$	$w[3]$	$w[4]$	$w[5]$	$w[6]$	$w[7]$
1	2	3	3	3	4	1	-2	-4	-2

Utilizando o *software* MATLAB, foram utilizados comandos para realizar a soma de convolução, as fitas foram criadas nas linhas 1 e 4 e a convolução foi dada pelo comando `conv(z,y)` na linha 7 e sua resposta na linha 9 pela variável `ans`:

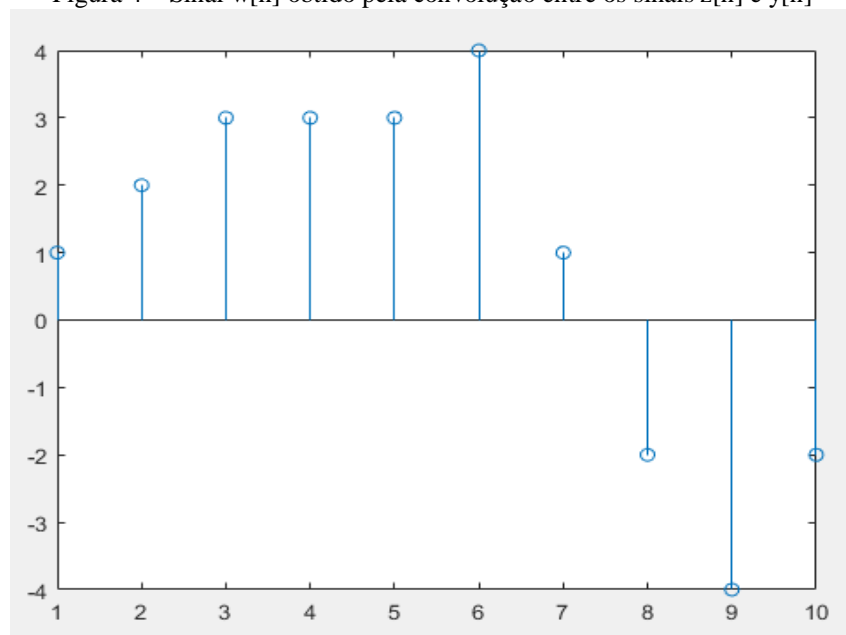
```

1. >> z = [1 1 1 -1 -1] %Criando a fita z[n]
2. z =
3. 1    1    1   -1   -1
4. >> y = [1 1 1 2 2 2] %Criando a fita y[n]
5. y =
6. 1    1    1    2    2    2
7. >> conv(z,y) %Utilizando o comando para fazer a convolução entre z e y (z*y)
8. ans =
9. 1    2    3    3    3    4    1   -2   -4   -2

```

Por fim, na Figura 4 está presente o gráfico da convolução do problema proposto na Figura 3, demonstrando assim a eficácia do método proposto visto que os resultados batem tanto na execução manual quanto computacional.

Figura 4 – Sinal  $w[n]$  obtido pela convolução entre os sinais  $z[n]$  e  $y[n]$



## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

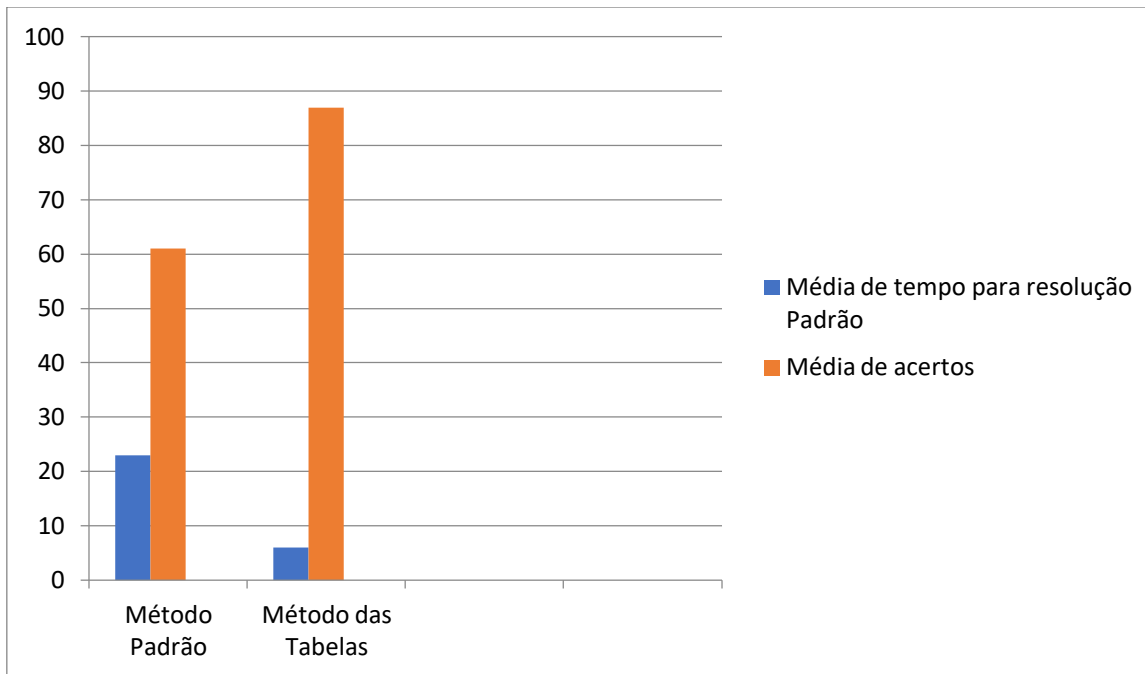
Para verificar a eficiência do método abordado foi realizada uma atividade com alunos do ensino superior de engenharia elétrica e computação, que estão cursando a disciplina de Análise de Sinais e Sistemas, sendo a quantidade de sujeitos da pesquisa vinte e sete.

Para a coleta dos dados foi aplicada duas questões de soma de convolução para cada aluno e foi proposto que eles resolvessem pelo método tradicional de soma por meio de média ponderada e em seguida foi explicado o método das tabelas para que fosse resolvido o problema proposto por meio das tabelas.

Durante o processo de cada resolução foi contabilizado o tempo de resolução de turma tendo sido a média para o tipo tradicional de soma 23 minutos com índice de acerto de 61%, o

tempo médio para resolução com as tabelas sendo de 6 minutos média com o aumento da quantidade de acerto pra 87%. A comparação desses resultados é ilustrada na tabela 5.

Tabela 4 – Média dos resultados obtidos após aplicação do método em sala de aula.



Esta pesquisa mostra que o método desenvolvido é eficiente, uma vez que os alunos que utilizaram conseguiram solucionar os problemas relacionados a soma de convolução de sinais discretos com uma taxa maior de acertos e um tempo menor para resolução, fazendo assim com que a pesquisa demonstre um resultado satisfatório.

## REFERÊNCIAS

DIESEL, Aline; SANTOS BALDEZ, Alda Leila; NEUMANN MARTINS, Silvana. **Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica**. Revista Thema, [S.l.], v. 14, n. 1, p. 268-288, fev. 2017. ISSN 2177-2894. Disponível em: <<http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/404>>. Acesso em: 27 fev. 2019. doi:<http://dx.doi.org/10.15536/thema.14.2017.268-288.404>.

HAYKIN, S.; VEEN, B. V. **Sinais e Sistemas**. Bookman. Porto Alegre. 2001. Disponível em: <[https://kupdf.net/download/sinais-e-sistemas-haykin\\_5910f315dc0d60267a959e90\\_pdf](https://kupdf.net/download/sinais-e-sistemas-haykin_5910f315dc0d60267a959e90_pdf)>.

SANTOS, N. L. O. de. et al. **SIMULAÇÃO DE UM KIT DIDÁTICO PARA CONVOLUÇÃO DE SINAIS**. Inovação no Ensino/Aprendizagem em Engenharia. 2017. Joinville. Cobenge.

SOVIERZOSKI, M. A. **CONVOLUÇÃO DE SINAIS: DEFINIÇÃO, PROPRIEDADES E FERRAMENTAS**. Revista Ilha Digital, ISSN 2177-2649, volume 2, páginas 81 – 95, 2010. Disponível em: <<http://ilhadigital.florianopolis.ifsc.edu.br/index.php/ilhadigital>>.



## CONVOLUTION OF SIGNALS IN DISCREET TIME - NEW METHOD OF SOLVING USING TABLES

**Abstract:** *The use of new teaching methodologies is an alternative for the development of the student on the issue of absorption of knowledge, teaching in the field of engineering can become an arduous work. One of the challenges encountered in the engineer's training process is the mathematical operation of the convolution, which serves as the basis for several areas. In view of this article aims to present a new method of solving the convolution discrete time for finite points, aiming at an improvement in the learning and absorption of this knowledge that is the basis for several studies such as digital signal processing and linear control. The results obtained with the using of this method were satisfactory since the students were able to solve the problems with a shorter time and a better rate of performance.*

**Keywords:** *Teaching methodologies. Engineering. Sum of Convolution.*