

## DESENVOLVIMENTO DE UM SOFTWARE PARA CÁLCULO MATRICIAL COMO ABORDAGEM COMPLEMENTAR AO ENSINO DE ÁLGEBRA LINEAR

Adriel Luiz Bastos Souza – [adrielluiz35@gmail.com](mailto:adrielluiz35@gmail.com)  
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia  
Avenida Sérgio Vieira de Mello, 3150 - Zabelê  
45078-900 – Vitória da Conquista – Bahia

Matheus Vilela Novaes – [matheusvilelanovaes22@gmail.com](mailto:matheusvilelanovaes22@gmail.com)  
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia  
Avenida Sérgio Vieira de Mello, 3150 - Zabelê  
45078-900 – Vitória da Conquista – Bahia

Natália da Silva Ramos – [natyramos126@gmail.com](mailto:natyramos126@gmail.com)  
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia  
Avenida Sérgio Vieira de Mello, 3150 - Zabelê  
45078-900 – Vitória da Conquista – Bahia

Sérgio Ricardo Ferreira Andrade Júnior – [srjuniorfajr@gmail.com](mailto:srjuniorfajr@gmail.com)  
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia  
Avenida Sérgio Vieira de Mello, 3150 - Zabelê  
45078-900 – Vitória da Conquista – Bahia

Lailah Silva Anjos – [lailahsilva.anjos@gmail.com](mailto:lailahsilva.anjos@gmail.com)  
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia  
Avenida Sérgio Vieira de Mello, 3150 - Zabelê  
45078-900 – Vitória da Conquista – Bahia

**Resumo:** O trabalho situa-se entre os avanços da computação, as dificuldades no ensino da disciplina de Álgebra linear e na modernização das universidades pelo aparato do computador e da utilização de smartphones. O foco do artigo são os softwares educativos que se distinguem dos demais pelo seu desenvolvimento fundamentado na teoria de um ensino com o intuito de estimular a aprendizagem na capacidade que os estudantes têm de construir e consolidar, de modo autônomo, o conhecimento acerca de um determinado tema. O objetivo foi o desenvolvimento de um aplicativo gratuito, usando o sistema Androide, que permite aos usuários resolver operações de cálculo com matrizes. O aplicativo foi disponibilizado em um grupo de 43 alunos do Instituto Federal da Bahia, Vitória da Conquista, onde foi possível qualificar a validade do trabalho.

**Palavras-chave:** Software educativo. Álgebra Linear. Cálculo com matrizes.

## 1 INTRODUÇÃO

Segundo uma pesquisa divulgada pela Fundação Getúlio Vargas de São Paulo (FGV-SP) no ano de 2018, o número de celulares inteligentes ativos em utilização superava a quantidade de habitantes no Brasil. Aliado ao crescimento e a popularização dos smartphones, há um aumento progressivo no número de aplicativos disponíveis com os mais distintos propósitos, como por exemplo, transporte, entretenimento e educação. Conforme o estudo divulgado em janeiro de 2019 realizado pela App Annie, empresa que realiza análises mundiais acerca de aplicativos em dispositivos móveis, o brasileiro ocupa o quinto lugar no ranking global de tempo de uso de celular.

Com base nas informações supracitadas, constata-se a importância que os aplicativos têm no cotidiano das pessoas. A partir disso, é possível destacar a importância destes na área da educação, como uma abordagem complementar que visa mitigar os impactos causados por alguma deficiência que os estudantes possam ter no processo da aprendizagem.

Valente (1993) sugere que em situações específicas, o uso do computador poderia resultar em mudanças no modelo educacional vigente, reforçando que o centro do processo de aprendizagem está no educando, tomando-o participante ativo no processo educativo, e mais autônomo em relação a figura do professor. Além disso, esta ferramenta poderia transformar a pedagogia tradicional, diretiva e reprodutora em uma pedagogia ativa, criativa, dinâmica, libertadora e apoiada na descoberta, na investigação e no diálogo. Valente complementa afirmando que a introdução da informática na educação necessita de quatro componentes que são o computador, o aluno, o professor capacitado para usar o computador e o software educativo.

Conforme Moraes (1997), o uso de softwares no ensino da matemática pode ser uma ferramenta facilitadora para cálculos muito complexos, para que os alunos possam trabalhar no desenvolvimento de teorias para a resolução dos problemas e testá-las, a fim de estimular a criatividade e o raciocínio para despertar o interesse pela matéria.

A Álgebra Linear é uma disciplina muito importante que compõe a grade curricular dos cursos de graduação na área das ciências exatas e, como muitas outras matérias, traz um grande nível de abstração nos conceitos abordados. Um desses conceitos é o Cálculo Matricial, que é uma ferramenta indispensável para muitos matemáticos e cientistas.

Deste modo, o presente trabalho apresenta o desenvolvimento de um aplicativo que realiza Cálculo Matricial, com o objetivo de oferecer uma ferramenta de consulta e de instrução rápida e prática.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Matriz

Segundo Boldrini et al (1980), matriz é uma tabela com elementos dispostos em linhas e colunas. Esses elementos podem ser números (reais ou complexos), funções, ou ainda outras matrizes. Sendo uma matriz de ordem m por n, seus m x n elementos estarão dispostos em m linhas e n colunas, como apresenta a Figura 1.

Figura 1 – Matriz m x n.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Fonte: Steinbruch e Winterle (1987).

## 2.2 Operação com matrizes

Para Boldrini, as seguintes operações para matrizes são válidas:

### *Soma de matrizes*

A soma de duas matrizes de mesma ordem,  $\mathbf{A}_{m \times n} = [a_{ij}]$  e  $\mathbf{B}_{m \times n} = [b_{ij}]$ , é uma matriz  $m \times n$ , pois esta operação é feita de elemento por elemento como mostrado na matriz genérica da Figura 2, abaixo.

Figura 2 – Soma de matrizes.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} & a_{33} + b_{33} \end{pmatrix}$$

Fonte: Boldrini (1980).

### *Multiplicação de matrizes*

O produto da matriz  $\mathbf{A}_{m \times n} \times \mathbf{B}_{n \times p}$ , só poderá ser realizado quando  $m$  da matriz  $\mathbf{A}$  for igual a  $\mathbf{B}$ , ou seja, o número de linhas da primeira matriz deve ser igual ao número de colunas da segunda. Esta operação é realizada fazendo o somatório da multiplicação da linha da matriz  $\mathbf{A}_{m \times n}$  com os elementos da coluna da matriz  $\mathbf{B}_{n \times p}$ . Abaixo, na Figura 3, temos um exemplo de uma multiplicação de matrizes da ordem  $2 \times 2$ . O mesmo método pode ser aplicado para qualquer matriz desde que sejam satisfeitas as condições citadas acima.

Figura 3 – Multiplicação de matrizes.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \times b_{11} + a_{12} \times b_{21} & a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22} \\ a_{21} \times b_{11} + a_{22} \times b_{21} & a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22} \end{bmatrix}$$

Fonte: Boldrini (1980).

## 2.3 Teorema de Laplace

Desenvolvido pelo matemático e físico Pierre Simon Laplace (1749-1827), o teorema é um método de calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem  $n$ , cuja definição é dada por Eccher (2016):

“O determinante de uma matriz quadrada  $M = [a_{ij}]_{m \times n}$  ( $m \geq 2$ ) pode ser obtido pela soma dos produtos dos elementos de uma fila qualquer (linha ou coluna) da matriz  $M$  pelos respectivos cofatores. Assim fixando  $j \in \mathbb{N}$ , tal que  $1 \leq j \leq m$ , temos:  $\text{Det } M = \sum_{i=1}^m a_{ij} A_{ij}$ , onde  $\sum_{i=1}^m$  é o somatório de todos os termos de índice  $i$ , variando de 1 até  $m$ ,  $m \in \mathbb{N}$  e  $A_{ij}$  é o cofator  $ij$ .”

Este método é eficaz para calcular os determinantes de matrizes de ordem 4 ou acima, pois outros métodos se tornam complicados de serem aplicados em matrizes de ordem grande.

## 2.4 Transposta de uma matriz

Dada uma matriz  $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{m \times n}$ , a sua transposta  $\mathbf{A}^T$  será uma matriz  $\mathbf{A}^T = [a_{ji}]_{n \times m}$ , como mostra a Equação R.



$$A = (a_{ij})_{m \times n} \xrightarrow{\text{Transposta}} A^T = (a_{ji})_{n \times m} \quad (1)$$

Abaixo, na Equação H, é apresentado um exemplo de como é feita a transposição de uma matriz.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Transposta}} A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Neste exemplo temos uma matriz de ordem 2x3 que é transformada em uma matriz 3x2 com a inversão dos elementos.

### 3 METODOLOGIA

O aplicativo foi desenvolvido pela plataforma App Inventor, uma aplicação em código aberto disponibilizada pelo Massachusetts Institute of Technology (MIT), e é voltado para o sistema operacional Android. Esta plataforma é focada no desenvolvimento de aplicativos voltados para pesquisa. Além disso, ela permite que o desenvolvedor crie toda interface gráfica do aplicativo arrastando e soltando os elementos visuais.

O programa foi dividido em blocos, conforme as operações que podem ser executadas.

#### 3.1 Tela Inicial

Ao inicializar o aplicativo, é exibida uma tela inicial, contendo todas as operações disponíveis para execução. As opções (screens) disponíveis são: Soma, Multiplicação, Determinante e Transposta. Ao clicar no botão de retorno, o usuário poderá sair do aplicativo.

Figura 4 – Design da Tela Inicial.

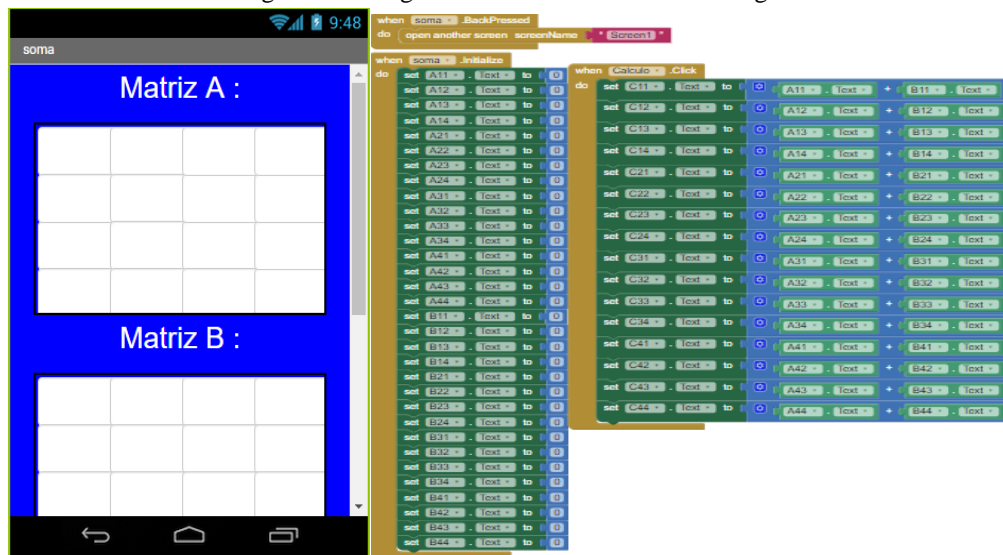


Fonte: Autoria própria.

## 4.1 Soma

Ao selecionar esta opção, o aplicativo inicializará à screen Soma, onde o usuário poderá selecionar o tamanho e os valores envolvidas na operação. Ao preencher todos os dados, basta apertar o botão “Calculo” e o resultado será exibido.

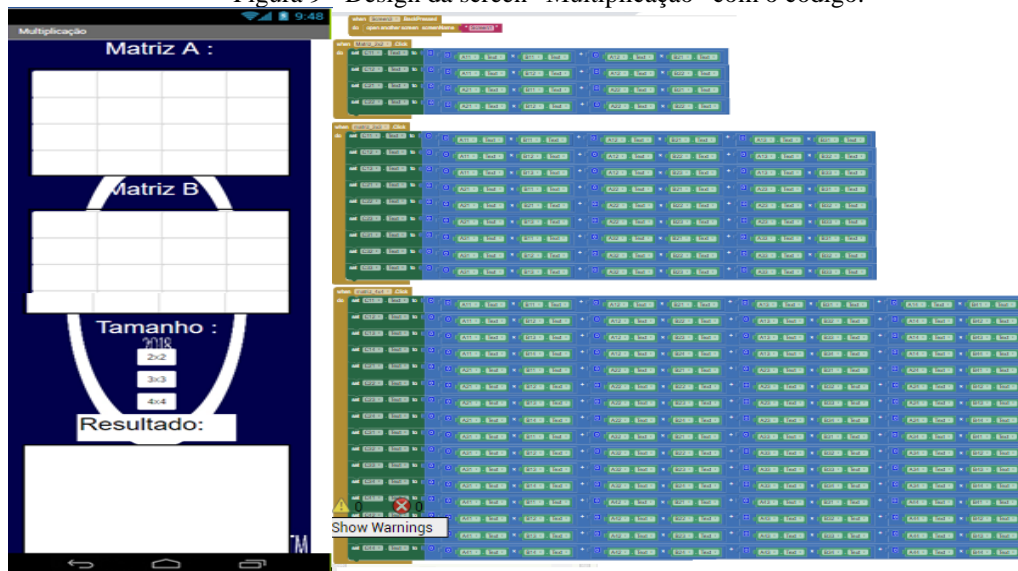
Figura 5 - Design da Screen “Soma” com o código.



Fonte: Autoria Própria.

## 4.2 Multiplicação

Figura 9 - Design da screen “Multiplicação” com o código.

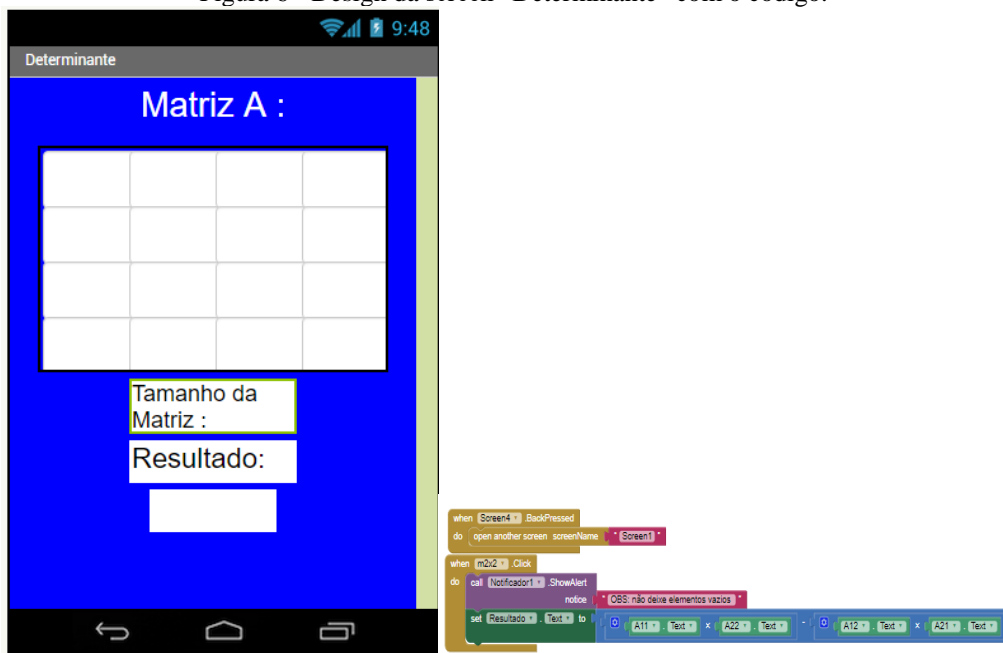


Fonte: Autoria Própria.

Assim como na screen anterior, para executar a operação de multiplicação de matrizes, o usuário deve informar o tamanho e inserir os elementos das matrizes. Depois, conforme mostrado na “Figura 5”, o resultado poderá ser visualizado.

### 4.3 Determinante

Figura 6 - Design da screen “Determinante” com o código.

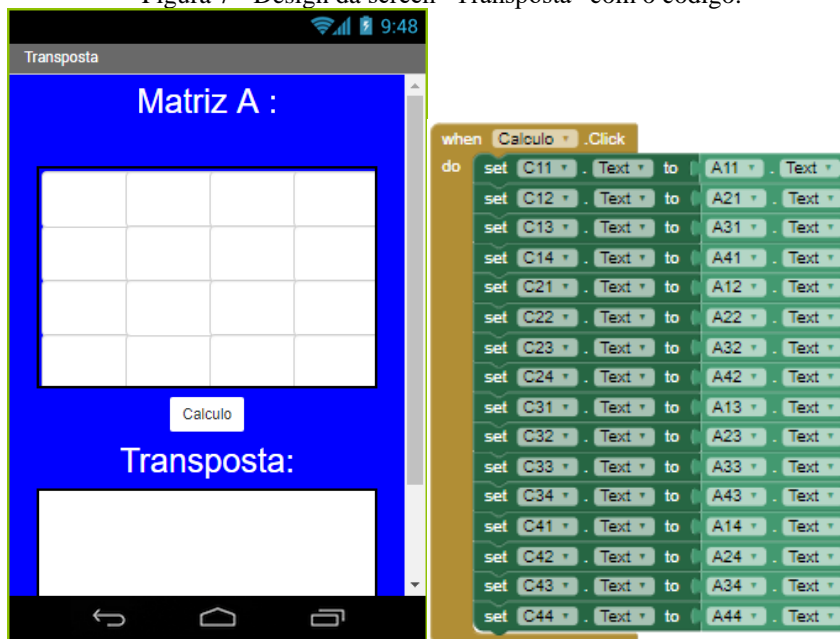


Fonte: Autoria Própria.

O aplicativo pode calcular o determinante das matrizes quadradas de ordem 2, 3, 4 e 5. Para isso, o usuário deve informar o tamanho e os elementos da matriz, e posteriormente clicar no botão “Calculo” e assim o resultado será exibido.

### 4.4 Transposta

Figura 7 - Design da screen “Transposta” com o código.



Fonte: Autoria Própria.

Esta screen realiza a operação de transposição de uma matriz. Para realizar a operação, basta informar o tamanho da matriz, e inserir os elementos, que estes, por sua vez, serão rearranjados, gerando a matriz transposta.

#### 4.5 Inversa

Finalmente, esta screen realiza a operação de cálculo da inversa das matrizes de ordem igual ou inferior a 5. Assim como nas operações supracitadas, o usuário deve informar o tamanho e os elementos da matriz, para que a operação seja executada e exibida.

Figura 8 - Design da screen "Transposta".



Fonte: Autoria Própria.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, no processo de desenvolvimento do software foram enfrentadas algumas dificuldades, pois foi necessário adquirir um conhecimento acerca da linguagem de programação. No entanto, a plataforma utilizada permitiu desenvolver o aplicativo de maneira mais simples.

Após construir o software, este foi testado com um grupo de estudantes do Instituto Federal da Bahia (IFBA), Vitória da Conquista. Depois de seu explicar o funcionamento, o aplicativo foi disponibilizado. Durante o período de teste, não houveram erros nos cálculos executados.

O software foi desenvolvido com intuito de auxiliar o aprendizado dos estudantes de Álgebra Linear como um método recreativo complementar ao estudo além de servir com uma ferramenta de consulta. Dessa forma, foi desenvolvido um questionário para verificar a satisfação dos usuários, com o objetivo de qualificar a utilização do software.

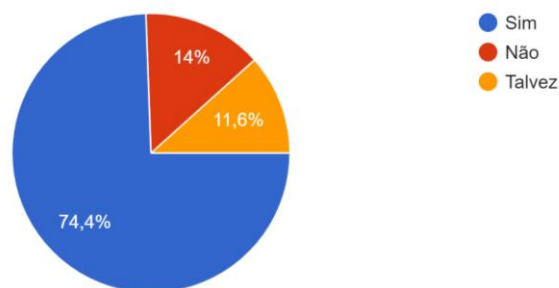
O questionário foi respondido por 43 estudantes das turmas de Engenharia Elétrica, Civil e Ambiental do instituto. A seguir são apresentadas as perguntas e suas respectivas respostas do questionário.



Figura 9 - Gráfico das respostas da avaliação dos estudantes para a pergunta "Você recomendaria o software?".

Você usaria o software para a disciplina de Álgebra?

43 respostas



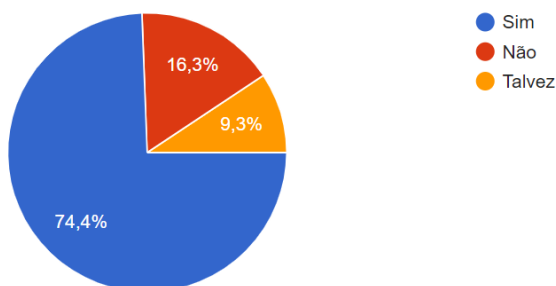
Fonte: Autoria Própria.

Dessa forma, 74,4% dos estudantes que responderam ao questionário afirmaram que usariam o software para a disciplina de álgebra linear. Já 16,3% e 14% disseram, respectivamente, que talvez indicaria e não indicaria o software.

Figura 10 - Gráfico das respostas da avaliação dos estudantes para a pergunta "Você recomendaria o software?".

Você acha o software útil para o auxílio da aprendizagem da disciplina de Álgebra Linear?

43 respostas

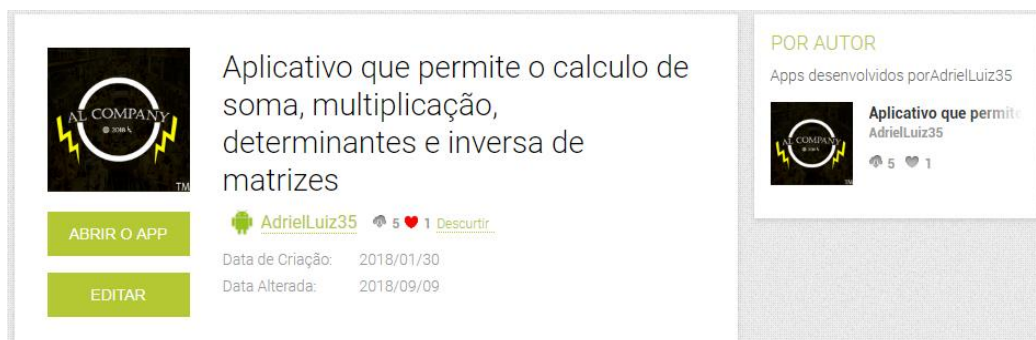


Fonte: Autoria própria.

Sendo assim, constatou-se que 74,4% dos estudantes que participaram da pesquisa responderam "sim", classificando o software como uma ferramenta útil para a disciplina de álgebra linear. Outros 9,3% responderam que "talvez" recomendariam este software e os 16,3% responderam que não recomendariam o aplicativo.



Figura 11 - Aplicativo na galeria da app inventor.



Fonte: Autoria própria.

O aplicativo está disponível na galeria de apps da app inventor, apenas para o sistema operacional Android. Basta buscar por “Aplicativo que permite o calculo de soma, multiplicação, determinante e inversa de matrizes” ou pelo link <[https://drive.google.com/drive/folders/12KhPROS4dsecdZjZTS1Q6Bfni3sG2\\_3x?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/12KhPROS4dsecdZjZTS1Q6Bfni3sG2_3x?usp=sharing)>.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto o objetivo do trabalho foi alcançado, visto que foi possível desenvolver o software e este apresentou resultados satisfatórios, pois todas as operações propostas puderam ser executadas com êxito. Desta forma, apresentou-se uma ferramenta que pode auxiliar os estudantes em cálculos que envolvam operações com matrizes, contribuindo para o desenvolvimento e aprendizado do indivíduo.

No entanto, algumas operações foram limitadas ao tamanho da matriz. Assim, faz-se necessário desenvolver um novo algoritmo para que as funções disponíveis aceitem matrizes de tamanhos maiores.

Posteriormente pretende-se adicionar uma função de resolução de sistema de equações, aperfeiçoar o software para que seja exibido o passo a passo das operações, além de adicionar a opção de controle do aplicativo via comando de voz, aumentando sua acessibilidade.

## REFERÊNCIAS:

ECCHER, Jaceli. **Teorema de Laplace e Regra de Chió: Regras práticas para o cálculo do determinante no ENEM** Disponível em:

<http://www.elogica.com.br/users/gmoura/refere.htm><https://blogdoenem.com.br/teorema-de-laplace-e-regra-de-chio/>. Acesso em: 29 abr. 2019.

SANTOS, Bruna. **SOFTWARE EDUCATIVO: UMA FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL**. REVISTA CIENTÍFICA ELETRÔNICA DE PEDAGOGIA. Garça-SP.2012.

MARIA, Ana. **SOFTWARE EDUCATIVO, MUITO PRAZER**. 2014.151.Tese de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco. Maio de 2004.

CÉSAR, Sandro. **A RELEVÂNCIA DOS SOFTWARES EDUCATIVOS NA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL**. Ciências & Cognição. Publicação online. Vol 08. 1806-5821. Pags 22-28. agosto de 2016.

GONSALVES, Jéssica. **ANÁLISE DE SOFTWARE EDUCATIVO PARA O ENSINO DE FUNÇÕES LINEARES**. Disponível em:  
[https://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic\\_literatura/artigos/pacotes/938-2781-1-PB.pdf](https://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/artigos/pacotes/938-2781-1-PB.pdf). Acesso em 15 de abr. 2019.

AUGUSTO, Carlos. **TECNOLOGIA MÓVEL. UMA TENDÊNCIA, UMA REALIDADE**. Disponível em:  
<https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1105/1105.3715.pdf>. Acesso em: 15 de abr. 2019.

LIMA, Mariana. **Brasil já tem mais de um smartphone ativo por habitantes, diz estudo da FGV**. Disponível:  
<https://link.estadao.com.br/noticias/geral,brasil-ja-tem-mais-de-um-smartphone-ativo-por-habitante-diz-estudo-da-fgv,70002275238>.

RIBEIRO, Gabriel. **Brasil já é campeão mundial em uma coisa: uso de aplicativo no celular**. Disponível:  
<https://noticias.uol.com.br/tecnologia/noticias/redacao/2018/06/15/brasil-ja-e-campeao-mundial-em-uma-coisa-uso-de-aplicativo-em-celular.htm>. Acesso em 20 de abr. 2019.  
SÁ, Robison. **Adição e Subtração de Matrizes**. Disponível em:  
<https://www.infoescola.com/matematica/adicao-e-subtracao-de-matrizes/>.  
RAMOS, Danielle de Miranda. **"Matriz transposta"**; Brasil Escola. Disponível em  
<<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/matriz-transposta.htm>>. Acesso em 11 de maio de 2019.

## DEVELOPMENT OF A SOFTWARE FOR MATRICAL CALCULATION AS A COMPLEMENTARY APPROACH TO LINEAR ALGEBRA EDUCATION

**Abstract:** The work is situated between the advances in computation, the difficulties in teaching the discipline of Linear Algebra and in the modernization of universities by the computer apparatus and the use of smartphones. The article focuses on educational software that is distinguished from others by its development based on the theory of a teaching with the intention of stimulating learning in the ability of students to build and consolidate, autonomously, knowledge about a given theme. The goal was to develop a free application, using the Android system, which allows users to resolve calculation operations with arrays. The application was made available to a group of 43 students from the Federal Institute of Bahia, Vitória da Conquista, where it was possible to qualify the work.

**Keywords:** Educational software. Linear algebra. Calculation with matrices.