

FERRAMENTA PARA O ENSINO DA SOMA DE CONVOLUÇÃO

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2023.4449

ANDREY JOSÉ MENEZES - andreycad@gmail.com
UNIÃO BRASILEIRA DE FACULDADES

VERUSCA SEVERO DE LIMA - verusca.severo@poli.br
UNIVERSIDADE DE PERNAMBUCO

Resumo: Este trabalho apresenta uma ferramenta didática para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do operador convolução. Tal operador é um tópico importante nos cursos de engenharia e é a base para todos os estudos envolvendo sistemas lineares e invariantes no tempo. O objetivo da ferramenta proposta é ajudar o aluno a compreender matematicamente e visualizar interativamente a soma da convolução 1D e 2D. Ela também apresenta um exemplo de aplicação no cenário de filtragem de imagens no domínio espacial. A ferramenta foi aplicada e avaliada por alunos do curso de Sinais e Sistemas da Universidade de Pernambuco, no qual todos os alunos ficaram satisfeitos com o uso e afirmaram que a interface gráfica auxiliou no entendimento da soma de convolução.

Palavras-chave: ferramenta didática, soma de convolução, convolução 2D, filtragem espacial

FERRAMENTA PARA O ENSINO DA SOMA DE CONVOLUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

A tecnologia tem se tornado uma importante aliada no aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem em salas de aula (MEIRA; BLIKSTEIN, 2020; OLIVEIRA; OLIVEIRA; BARBIRATO, 2022; SILVA; EPIFANIO; SÁ, 2023). Ferramentas didáticas voltadas para o auxílio a temas abordados nos cursos de engenharia têm se tornado cada vez mais imprescindíveis, minimizando a distância entre a teoria e a prática e contribuindo com a assimilação do conteúdo, tornando o ensino dinâmico e produtivo (OLIVEIRA; DALPIVA; SCOLARO, 2022; SAMPAIO; FAZZOLARI, 2022).

Nos cursos de engenharia elétrica e afins, é de grande relevância o conhecimento de ferramentas voltadas para a análise de sinais, como imagem, vídeo, áudio, sinais biomédicos entre outros, e de variados sistemas, tais como embarcados, de potência, de comunicação, entre outros. Neste cenário, a convolução é um dos temas mais importantes, que serve de base para todo estudo envolvendo sistemas lineares e invariantes no tempo (LTI, do inglês *linear time-invariant*) (LATHI, 2007; HAYKIN; VEEN, 2001; OPPENHEIM; WILLSKY; NAWAB, 2010).

Uma importante característica nos sistemas LTI é que a sua saída pode ser caracterizada em termos de sua resposta a um impulso unitário (CARVALHO; VELOSO; GURJÃO, 2015). Isso quer dizer que, conhecendo-se a resposta desses sistemas para uma entrada de um impulso unitário, pode-se determinar a sua saída para qualquer sinal de entrada. Para sinais de tempo discreto, essa operação é chamada de soma de convolução (LATHI, 2007; HAYKIN; VEEN, 2001; OPPENHEIM; WILLSKY; NAWAB, 2010).

Na literatura, diversas bibliografias (HAYKIN; VEEN, 2001; KARRIS, 2003; OPPENHEIM; SCHAFER, 2009; INGLE; PROAKIS, 2011; CARVALHO; VELOSO; GURJÃO, 2015; REIS *et al.* 2017; GONZALEZ; LAMIN, 2019) apresentam variados métodos para o cálculo da convolução. Buscando auxiliar no processo de ensino e aprendizagem e contribuindo com o ferramental fornecido na literatura, o presente trabalho apresenta uma ferramenta didática sobre a operação soma de convolução, que permite ao aluno definir os sinais que deseja realizar a referida operação e visualizar interativamente cada passo do método para obtenção do resultado. A ferramenta também apresenta um módulo para o cálculo da operação soma de convolução bidimensional (2D) e sua aplicação no cenário de filtragem de imagens no domínio espacial, permitindo que o aluno compreenda matematicamente e interativamente como a referida operação acontece sobre a imagem e visualize o efeito da filtragem.

O restante do trabalho encontra-se organizado como segue. A Seção 2 é dedicada a uma revisão sobre a soma de convolução. A Seção 3 apresenta o desenvolvimento e aplicação da ferramenta proposta. Na Seção 4, as funcionalidades da ferramenta são descritas. A Seção 5 apresenta os resultados obtidos com a aplicação de um questionário a um grupo de alunos que utilizaram a ferramenta, contemplando aspectos de usabilidade e contribuição. Por fim, a Seção 6 com as conclusões e trabalhos futuros.

2 SOMA DE CONVOLUÇÃO

A convolução é a representação matemática de como um sistema LTI opera sobre

um sinal. Sistemas que apresentam simultaneamente as características de linearidade e invariância temporal são conhecidos por LTI (HAYKIN; VEEN, 2001). Um sistema é dito LINEAR se este atender a propriedade de superposição, que afirma que se várias entradas atuam no sistema, a saída deste será a soma de todas as saídas correspondentes a cada uma das entradas. Um sistema é dito ser INVARIANTE NO TEMPO se um retardo, ou avanço, de tempo do sinal de entrada resultar em um deslocamento de tempo idêntico ao sinal de saída (OPPENHEIM; SCHAFER, 2009).

Uma característica importante nos sistemas LTI é que, conhecendo-se sua resposta impulsiva, $h[n]$, pode-se obter a saída, $y[n]$, para qualquer sinal de entrada, $x[n]$, como a soma ponderada das respostas ao impulso deslocadas no tempo, como segue (LATHI, 2007; OPPENHEIM; WILLSKY; NAWAB, 2010):

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n - k], \quad (1)$$

em que $*$ é a notação utilizada para o operador convolução. Tal operação apresenta algumas propriedades matemáticas como a comutatividade, associatividade e distributividade (OPPENHEIM; SCHAFER, 2009).

A convolução pode ser obtida pelo método gráfico, que consiste em realizar as operações de reversão e deslocamento temporal sobre um dos sinais, deslocando-o gradativamente sobre o outro sinal e obtendo a soma do produto entre eles. O referido método pode ser definido em três passos, como segue (LATHI, 2007):

- **PASSO 1:** Realize a operação reversão temporal sobre $h[k]$, que consiste em rotacionar $h[k]$ em relação ao eixo das ordenadas, resultando em $h[-k]$;
- **PASSO 2:** Realize a operação de deslocamento temporal sobre o sinal $h[-k]$, resultando no sinal $h[n - k]$;
- **PASSO 3:** Varie o parâmetro k de $-\infty$ até $+\infty$, ou seja, desloque o sinal da esquerda para a direita e calcule a soma do produto entre $x[k]$ e $h[n - k]$.

2.1 Convolução 2D

A convolução tem aplicabilidade em diversas áreas. No processamento digital de imagem, por exemplo, a convolução é utilizada nas operações de filtragem no domínio espacial (GONZALEZ; WOODS; EDDINS, 2004). Vários são os objetivos de utilização de filtros em imagens digitais, dentre eles pode-se destacar: eliminação de ruídos, realce de detalhes, detecção de bordas, detecção de formas, suavização da imagem, entre outros.

A filtragem espacial realiza uma modificação na imagem que não depende apenas da intensidade de um determinado *pixel*, mas também do valor dos seus vizinhos. Para isso, utiliza-se uma operação de convolução entre uma máscara (também chamada de *kernel*) e a imagem a ser filtrada (GONZALEZ; WOODS; EDDINS, 2004).

Para a operação de convolução em imagens, faz-se necessário dois somatórios devido a dimensionalidade das imagens que apresentam *pixels* dispostos na vertical e na horizontal, isso significa que a convolução tem que ser 2D. Assim, a convolução entre uma imagem \mathbf{x} e uma máscara \mathbf{h} é dada pela expressão (JAYARAMAN; ESAKKIRAJAN; VEERAKUMAR, 2009):

$$y[l, c] = \mathbf{x} * \mathbf{h} = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} x[i, j]h[l - i, c - j], \quad (2)$$

em que l e c são as coordenadas da função resultante da convolução. Os dois somatórios são realizados em todas as posições possíveis dos índices i e j .

Na Equação (2), realiza-se a operação de reversão espacial sobre a máscara **h** (que equivale a máscara sofrer uma rotação de 180°), em seguida a máscara percorre a imagem **x**, se deslocando espacialmente (linha e coluna), multiplicando e somando os valores sobrepostos, gerando uma função de saída **y**.

A convolução 2D pode ser definida em três passos, como segue:

- **PASSO 1:** Define-se a matriz **x** que representa a imagem original e a matriz **h** que representa a máscara.
- **PASSO 2:** Realiza-se a reversão espacial (rotação de 180°) sobre a matriz máscara **h** como segue:

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{h}_{\text{rotacionada}} = \begin{bmatrix} i & h & g \\ f & e & d \\ c & b & a \end{bmatrix}$$

- **PASSO 3:** A máscara **h_{rotacionada}** é posicionada sobre a matriz **x**. A soma dos produtos entre os elementos sobrepostos será o valor da matriz de saída **y**, referente à posição do elemento de **x** que sobrepõe o elemento central da máscara. A máscara é deslocada espacialmente, da esquerda para a direita, de cima para baixo, e o mesmo processo é realizado para se obter o valor para cada elemento de **y**.

Para uma imagem de tamanho $N_1 \times N_2$ e uma máscara de tamanho $M_1 \times M_2$, o tamanho da imagem de saída será $(N_1 - M_1 + 1)$ linhas e $(N_2 - M_2 + 1)$ colunas (JAYARAMAN; ESAKKIRAJAN; VEERAKUMAR, 2009). A Figura 2 ilustra a operação de convolução entre as matrizes **x** e **h** apresentadas na Figura 1.

Figura 1 – Matrizes **x** e **h** para exemplo da convolução 2D.

1	1	1	0
0	1	1	1
0	0	1	1
0	0	1	1

(a) **x**

1	0	1
0	1	0
1	0	1

(b) **h**

Fonte: Autoria própria.

Figura 2 – Convolução 2D entre as matrizes **x** e **h**.

1	1	1	0
0	1	1	1
0	0	1	1
0	0	1	1

4	

(a) $y[0,0] = 4$

1	1	1	0
0	1	1	1
0	0	1	1
0	0	1	1

4	3

(b) $y[0,1] = 3$

1	1	1	0
0	1	1	1
0	0	1	1
0	0	1	1

4	3
2	

(c) $y[1,0] = 2$

1	1	1	0
0	1	1	1
0	0	1	1
0	0	1	1

4	3
2	4

(d) $y[1,1] = 4$

Fonte: Autoria própria.

3 METODOLOGIA

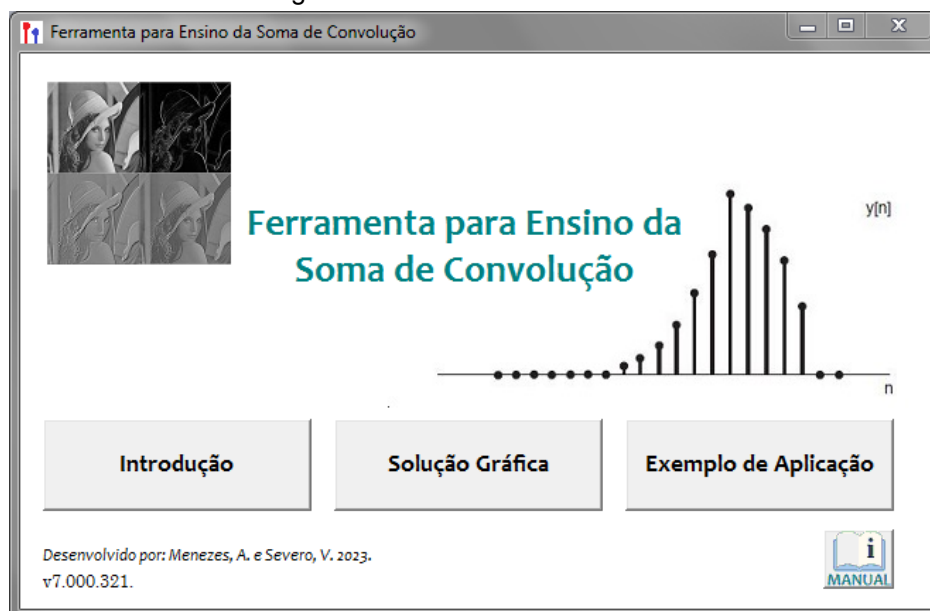
Nesta seção são apresentadas as informações sobre o desenvolvimento da ferramenta, a sua aplicação em sala de aula e sua avaliação por parte dos usuários em relação à usabilidade e contribuição didática.

3.1 Desenvolvimento da ferramenta

A ferramenta proposta foi implementada na linguagem C++ para uma aplicação *desktop*, com a interface de desenvolvimento C++ Borland Builder 6, da Borland Software Corporation®.

A Figura 3 ilustra a interface principal da ferramenta. Na Seção 4 deste documento é descrita a funcionalidade da ferramenta proposta.

Figura 3 – Tela inicial da ferramenta.



Fonte: Autoria própria.

3.2 Aplicação da ferramenta

Anteriormente à aplicação da ferramenta, os alunos participaram de uma aula sobre o operador soma de convolução, em que foi abordada a definição matemática, as propriedades e possíveis cenários de aplicação. Em seguida, a ferramenta foi apresentada aos alunos.

Para auxiliar o aluno na utilização da ferramenta em sala, foi elaborado um guia de experimentos contendo exercícios práticos que contemplaram o cálculo da soma de convolução entre sinais unidimensionais e bidimensionais, bem como a aplicação do operador convolução no âmbito da filtragem espacial.

3.3 Avaliação da ferramenta

Para a avaliação da ferramenta foi elaborado um formulário, por meio do *Google Forms*, composto por doze perguntas relacionadas a sua usabilidade e contribuição didática. Das doze perguntas, nove apresentam como opções de resposta “muito pouco”, “pouco”, “razoavelmente” e “muito”, duas com respostas “sim” ou “não” e uma com respostas variando de “insatisfeito”, “razoavelmente satisfeito”, “satisfeito” e “bastante

satisfeito". O formulário foi preenchido de forma anônima pelos alunos após a utilização da ferramenta.

4 FERRAMENTA

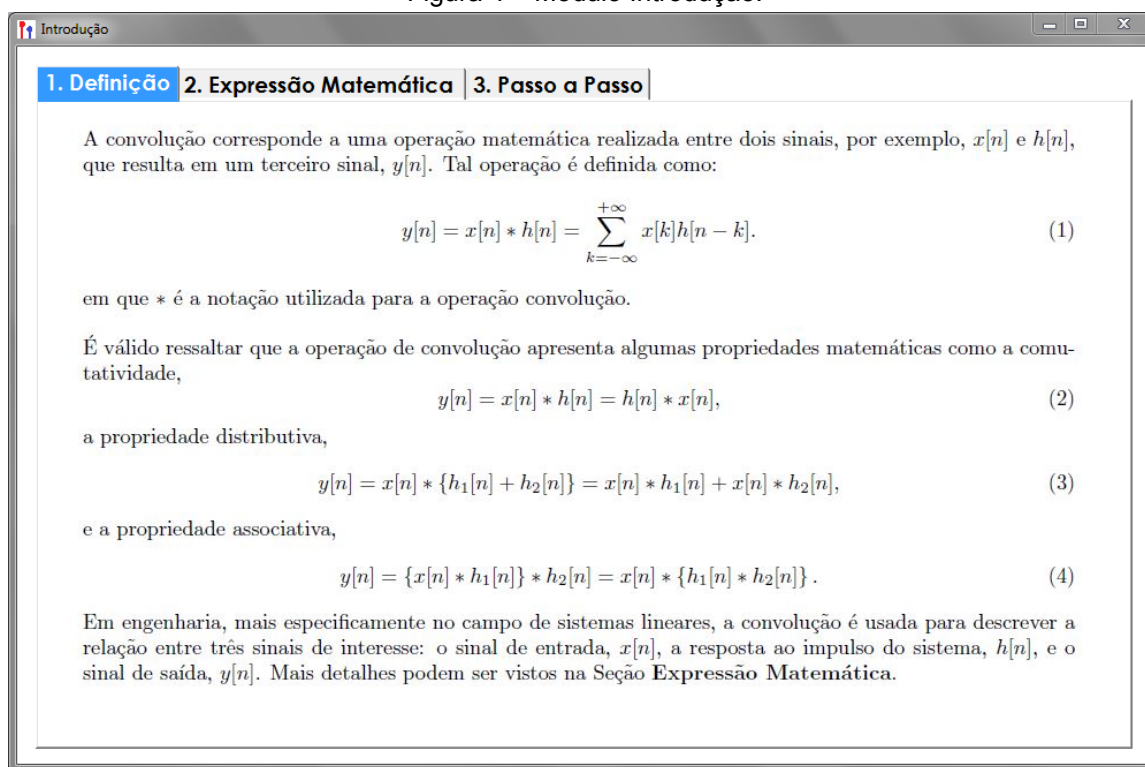
A descrição das funcionalidades da ferramenta é apresentada em um manual de instruções que pode ser facilmente acessado pelo usuário a partir da tela inicial do programa, localizado no canto inferior direito da tela, conforme ilustra a Figura 3.

Três módulos compõem a ferramenta, são eles: Introdução, Solução Gráfica e Exemplo de Aplicação.

4.1 Módulo Introdução

O módulo Introdução, ilustrado na Figura 4, tem por objetivo apresentar uma fundamentação teórica sobre a operação soma de convolução, com a demonstração matemática da referida operação e a descrição dos passos para realização do cálculo por meio do método gráfico. Tal módulo é composto pelas seções Definição, Expressão Matemática e Passo a Passo.

Figura 4 – Módulo Introdução.



Fonte: Autoria própria.

4.2 Módulo Solução gráfica

O módulo Solução gráfica permite que o usuário realize a convolução unidimensional entre dois sinais a partir do método gráfico, conforme descrito na Seção 2. Os sinais para o cálculo da convolução são informados pelo usuário, a partir do registro da amplitude do sinal, utilizando a barra de rolagem vertical, para cada instante n (barra de rolagem horizontal), em que n varia do instante -5 até o instante 5 , conforme ilustra a Figura 5.

Solução Gráfica

Opções Ferramentas

Sinal $x[n]$

$x[n]$

n


n

Para gravar a amplitude em cada posição " n " do intervalo $[-5,5]$, arraste a barra horizontal e a cada posição " n ", clique no botão GRAVAR.

GRAVAR SINAIS:
 Selecione $x[n]$ ou $h[n]$ para registrar o sinal no gráfico acima.

$x[n]$ GRAVAR

Cada passo do método gráfico é habilitado na tela à medida que o usuário vai executando os comandos indicados pela ferramenta. No PASSO 3, a partir da barra de rolagem horizontal, o usuário deverá realizar o deslocamento temporal do sinal, de modo que, a cada instante n , o sinal $y[n]$, que é o resultado da convolução, irá surgir na parte inferior do lado direito da tela, conforme ilustra a Figura 6.

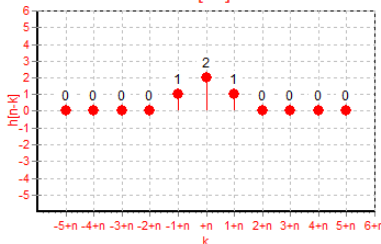


Solução Gráfica

Opções

Ferramentas

Sinal $h[n-k]$



Visualizar:

☐ $x[n]$; ☐ $h[n]$; ☐ $h[-k]$; ☒ $h[n-k]$;

Gravar Sinais:

Selecione $x[n]$ ou $h[n]$ para registrar o sinal no gráfico acima.

GRAVAR

PASSO 1:

Selecione o sinal para realizar a operação reversão temporal.

REVERSÃO

PASSO 2:

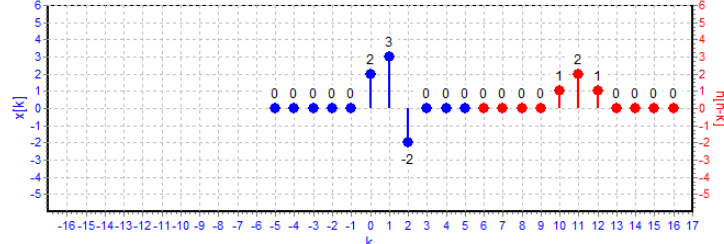
Clique no botão para realizar o deslocamento temporal sobre o sinal definido no PASSO 1.

DESLOCAMENTO

PASSO 3:

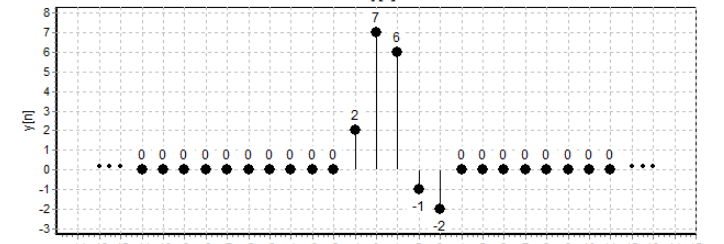
No gráfico superior ao lado direito, use a barra horizontal para variar "k" e obter a convolução entre os sinais $x[n]$ e $h[n]$.

Sinais $x[k]$ e $h[n-k]$



Para: $5 + n = 16$
 $n = 11$

Saída $y[n]$



Realização:

No painel superior da tela Solução Gráfica, o usuário poderá, por meio do menu Opções, retornar para a tela inicial do programa, retornar para o módulo Introdução ou imprimir os gráficos apresentados na tela. No menu Ferramentas, o usuário poderá limpar cada um dos sinais individualmente ou reiniciar o módulo.

4.2 Módulo Exemplo de aplicação

O módulo Exemplo de aplicação tem por objetivo apresentar o emprego do operador soma de convolução no cenário de filtragem. O referido módulo é composto de três seções, são elas: Introdução, Exercício e Exemplo.

A seção Introdução contempla uma breve explicação sobre a filtragem espacial de imagens digitais utilizando o operador soma de convolução.

A seção Exercício permite que o usuário realize a operação soma de convolução 2D entre uma matriz x , de dimensão 5×5 , e uma máscara h , de dimensão 3×3 . Para o cálculo, o usuário deverá informar os elementos das matrizes x e h . Vale ressaltar que essas matrizes devem ser carregadas com valores inteiros. O resultado final da convolução espacial, $y = x * h$, será apresentado na matriz localizada no lado direito da tela, conforme ilustra a Figura 7. As setas direcionais l e c , que estão localizadas abaixo do botão "Calcular", podem ser utilizadas para que o usuário visualize o resultado $y[l, c]$ para cada deslocamento, com l e c variando de 0 a 2, em que é utilizado uma escala de cores para ilustrar cada resultado parcial da convolução realizada. A seção Exercício possui ainda um menu "Opções" que permite ao usuário limpar as matrizes.

Figura 7 – Seção Exercício do módulo Exemplo de Aplicação.

Exemplo de Aplicação

Opções

Introdução **Exercício** Exemplo

Passo 1: Registrar elementos das matrizes x e h .
ATENÇÃO: Carregue as matrizes somente com valores inteiros.

Matriz da Imagem original x :

1	1	1	0	0
0	0	1	1	0
0	0	1	1	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	0

Máscara h :

2	3	1
7	2	1
5	2	1

Passo 2: Reversão espacial (rotação de 180°) de h .

Reversão

Reversão espacial de h :

1	2	5
1	2	7
1	3	2

Passo 3: Deslocamento e soma das multiplicações dos elementos sobrepostos das matrizes x e h .

Operação $x * h$:

1	1	1	0	0			
0	0	1	1	0			
0	0	1	1	1	2	1	5
0	0	1	1	1	2	0	7
0	1	1	1	0	3	0	2

Calcular

$l = 2$ $c = 2$

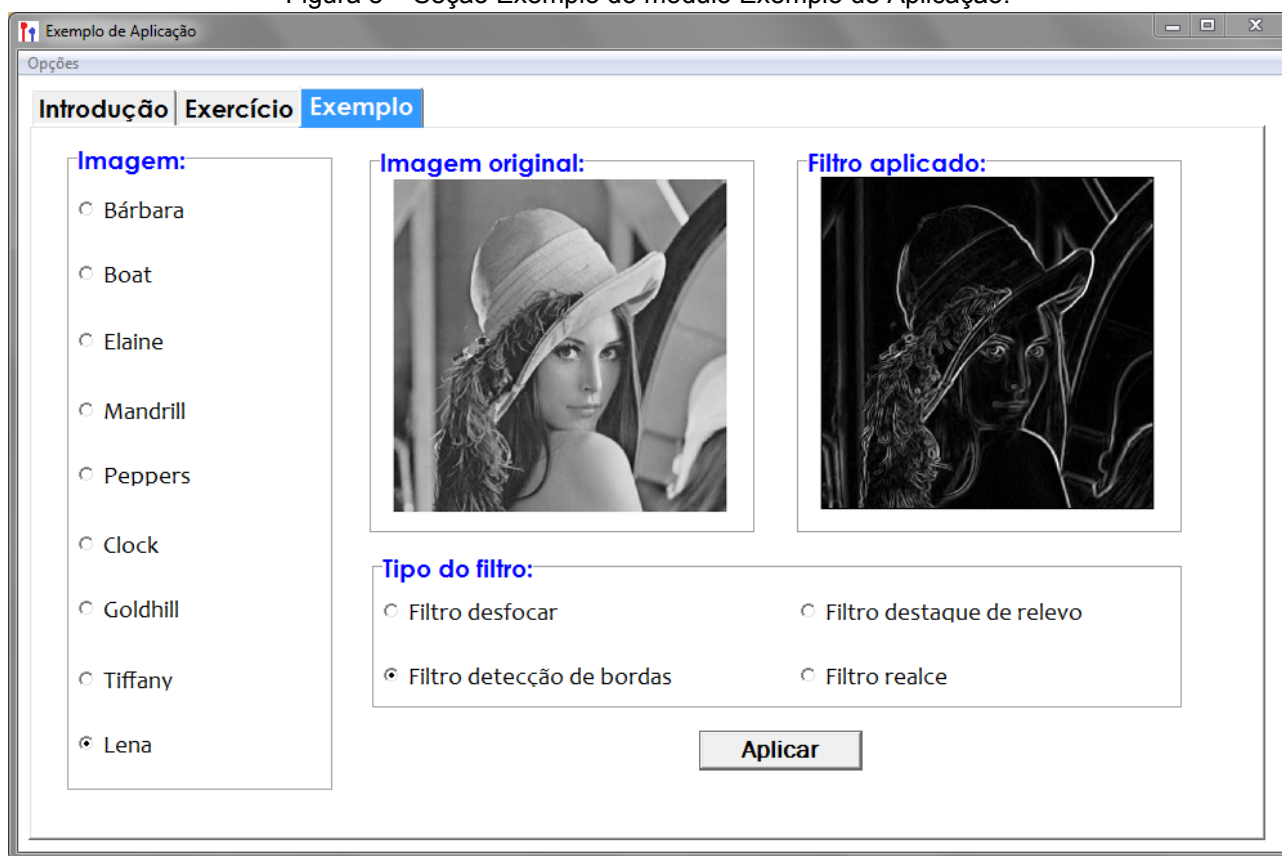
Matriz $y[l, c]$:

17	17	10
14	18	17
17	20	12

Fonte: Autoria própria.

A seção Exemplo tem por objetivo ilustrar o resultado da filtragem espacial de algumas imagens utilizando quatro tipos de filtro, isto é, quatro diferentes máscaras, a saber: filtro de desfoque, filtro de detecção de bordas, filtro de destaque de relevo e filtro de realce. O usuário deverá selecionar a imagem e o filtro que deseja utilizar para que a ferramenta apresente a imagem original e filtrada dispostas lado a lado na tela. As imagens utilizadas são Bárbara, Boat, Clock, Elaine, Goldhill, Lena, Mandrill, Peppers e Tiffany, em formato PGM (do inglês *portable gray map*), de dimensão 256×256 pixels, obtidas da *Signal and Image Processing Institute* (SIPI) da *University of Southern California* (USC, 2023). A Figura 8 ilustra a interface da referida seção.

Figura 8 – Seção Exemplo do módulo Exemplo de Aplicação.



Fonte: Autoria própria.

5 RESULTADOS

A ferramenta foi avaliada pelos alunos, de forma anônima, a partir de um formulário. A Figura 9 apresenta as respostas do formulário.

No quesito auxílio na compreensão de tópicos abordados na disciplina (questão 1.1), 83,9% dos alunos responderam que a ferramenta foi muito útil.

Sobre a interface gráfica abordada na questão 1.2, 87,1% dos alunos afirmaram que a ferramenta facilitou muito o entendimento da operação soma de convolução.

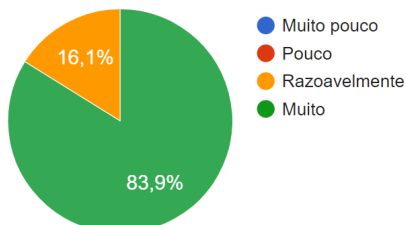
Acerca da motivação com a disciplina após a utilização da ferramenta (questão 1.3), 71% dos alunos se sentiram muito motivados.

A respeito do desenvolvimento de trabalhos futuros apresentado na questão 1.4, 35,5% dos alunos declararam que se sentem muito estimulados a desenvolver trabalhos

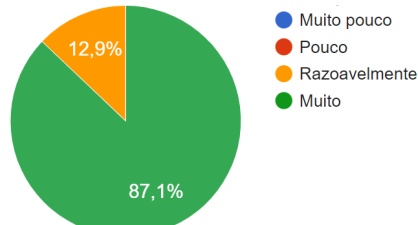
com os temas que foram abordados na ferramenta, 41,9% responderam que se sentem razoavelmente estimulados, enquanto 19,4% afirmaram que se sentem pouco estimulados.

Figura 9 - Respostas do formulário de avaliação da ferramenta.

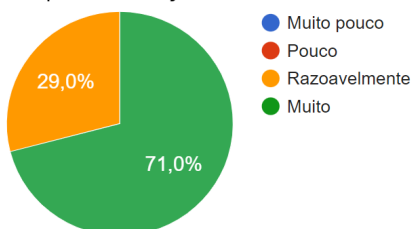
1.1. A ferramenta lhe auxiliou na compreensão de tópicos apresentados na disciplina?



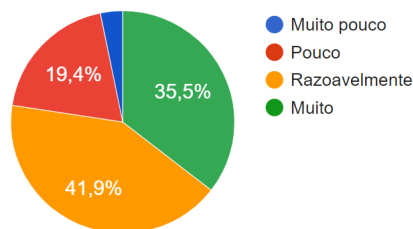
1.2. A interface gráfica da ferramenta facilitou o entendimento da operação soma de convolução?



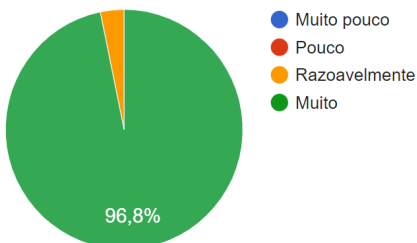
1.3. Você se sente mais motivado com a disciplina após a utilização da ferramenta?



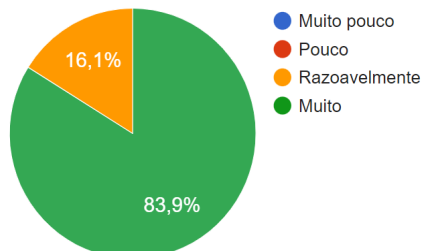
1.4. A ferramenta estimula-o a desenvolver um trabalho futuro com os temas abordados?



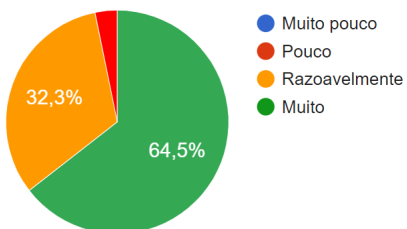
1.5. Você recomendaria manter o uso desta ferramenta nas próximas turmas desta disciplina?



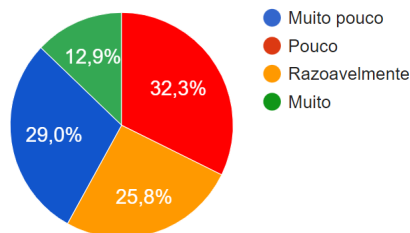
2.1. Sentiu facilidade em utilizar a ferramenta?



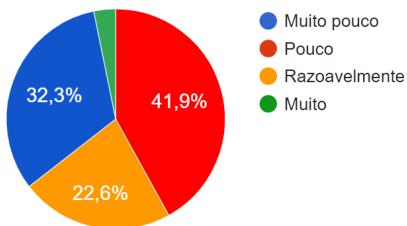
2.2. As instruções são claras de modo a prevenir que o usuário não cometa erros?



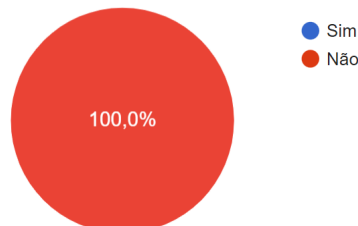
2.3. A ferramenta fornece mensagens de avisos ou de erros?



2.4. Foi necessária a consulta de um especialista para auxiliar sobre sua utilização?



2.5. Você constatou alguma lentidão no tempo de resposta (execução) da ferramenta?



Fonte: Autoria própria.

Na questão 1.5, 100% dos alunos recomendam a utilização da ferramenta para as próximas turmas da disciplina.

Acerca da facilidade na utilização da ferramenta (questão 2.1), 83,9% dos alunos responderam que é muito fácil utilizá-la e 16,1% declararam que é razoavelmente fácil.

A respeito da clareza das instruções apresentadas na ferramenta (questão 2.2), 64,5% dos alunos declararam que as instruções são muito claras e 32,3% declararam que as instruções são razoavelmente claras.

Referente ao fornecimento de mensagens de avisos ou de erros, na questão 2.3, 61,3% dos alunos responderam que a ferramenta fornece “pouco” ou “muito pouco”, enquanto 38,7% responderam que a ferramenta fornece “muito” ou “razoavelmente” essas mensagens.

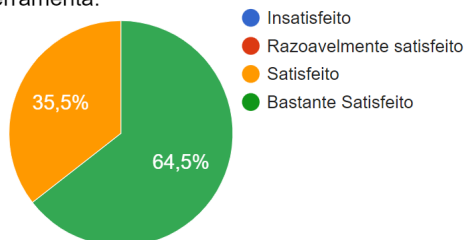
Sobre a necessidade de ajuda para utilizar a ferramenta (questão 2.4), 74,2% dos alunos responderam que necessitaram “muito pouco” ou “pouco” da consulta de um especialista.

Quanto ao desempenho da ferramenta em termos do tempo de resposta (questão 2.5), 100% dos alunos declararam que não constataram lentidão na ferramenta.

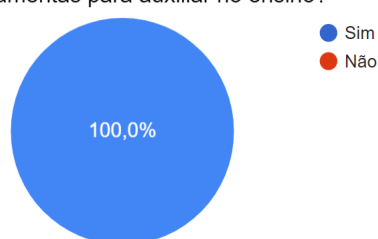
As questões 3.1 e 3.2 do formulário avaliaram aspectos gerais da ferramenta. Os resultados podem ser vistos na Figura 10.

Figura 10 - Respostas do formulário de avaliação da ferramenta acerca de aspectos gerais.

3.1. Indique a sua satisfação geral com a ferramenta.



3.2. Você acha importante trazer para sala de aula ferramentas para auxiliar no ensino?



Fonte: Autoria própria.

Na questão 3.1, sobre o nível de satisfação geral com a ferramenta, 100% dos alunos declararam estar “bastante satisfeitos” ou “satisfeitos” com a ferramenta.

Na questão 3.2, sobre a importância da utilização de ferramentas como instrumentos didáticos, 100% dos alunos afirmaram que é importante o uso dessas ferramentas para auxiliar o ensino.

6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

A convolução é uma operação matemática que tem aplicabilidade em diversos campos da engenharia. O estudo sobre o referido operador não é, muitas vezes, de fácil compreensão devido a falta de recursos que facilitam a visualização de detalhes entre o cálculo e a ilustração gráfica da convolução.

Visando contribuir no ensino e aprendizagem do operador supramencionado, este trabalho apresentou uma ferramenta didática voltada para o ensino da soma de convolução e sua aplicação no cenário de filtragem espacial. A ferramenta proposta tem por objetivo fornecer um ambiente interativo, prático e de fácil uso, permitindo que o

usuário realize a soma de convolução entre sinais unidimensionais e bidimensionais e visualize os efeitos da filtragem espacial de algumas imagens.

Para a validação da ferramenta, foi aplicado um formulário a uma turma de alunos da disciplina Sinais e Sistemas, da Universidade de Pernambuco, visando coletar informações referentes à usabilidade e ao auxílio no entendimento de assuntos abordados em aula. Segundo os resultados obtidos, a ferramenta auxiliou os alunos na compreensão dos tópicos abordados na disciplina. Os alunos declararam que a interface gráfica da ferramenta facilitou o entendimento da operação soma de convolução e que se sentiram mais motivados com a disciplina e estimulados a produzirem trabalhos futuros com assuntos relacionados aos abordados na ferramenta. Em relação à usabilidade, os alunos declararam que sentiram facilidade em utilizar a ferramenta, que a mesma não apresentou lentidão e que foi preciso de pouca consulta de um especialista. Ademais, os alunos declararam-se satisfeitos com a ferramenta proposta.

Como trabalhos futuros, pretende-se melhorar a interface gráfica da ferramenta, expandir a aplicação do operador convolução para o domínio da frequência, abordando de forma interativa como o processo de filtragem acontece no referido domínio e acrescentar na ferramenta outros cenários de aplicação da soma de convolução.

REFERÊNCIAS

CARVALHO, J. M.; VELOSO, L.; GURJÃO, E. C. **Introdução à Análise de Sinais e Sistemas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.

GONZALEZ, A. O.; LAMIN, I. C. P. Um exemplo didático para o ensino da convolução discreta. **Revista Univap**, v. 25, n. 49, p. 13–24, 2019.

GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E.; EDDINS, S. L. **Digital Image Processing Using MATLAB**. Pearson Education, 2004.

HAYKIN, S.; VEEN, B. V. **Sinais e Sistemas**. 1 ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

INGLE, V. K.; PROAKIS, J. G. **Digital Signal Processing using MatLab**. 3. ed. Cengage Learning, 2011.

JAYARAMAN, S; ESAKKIRAJAN, S.; VEERAKUMAR, T. **Digital Image Processing**. Tata McGraw Hill Education, 2009.

KARRIS, S. T. **Signals and Systems with MATLAB Applications**. 2ed. Orchard Publications, 2003.

LATHI, B. P. **Sinais e Sistemas Lineares**. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.

MEIRA, L.; BLIKSTEIN, P. **Ludicidade, jogos digitais e gamificação na aprendizagem**. Porto Alegre: Penso, 2020.

OLIVEIRA, C. C.; OLIVEIRA, M. F. M.; BARBIRATO, J. C. C. Simulador do método das forças: desenvolvimento de ferramenta computacional para o auxílio educacional na compreensão das respostas de sistemas estruturais. In: L Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2022, Evento *Online*.

OLIVEIRA, E. S.; DALPIVA, W. V.; SCOLARO, G. R. Plataforma didática de ensino: aplicações para desenvolvimento e introdução de novas tecnologias em instituições de ensino público e privado. In: L Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2022, Evento *Online*.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. **Discrete Time Signal Processing**. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2009.

OPPENHEIM, A. V.; WILLSKY, A. S.; NAWAB, S. H. **Sinais e Sistemas**. 2 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

REIS, M. L. *et al.* Simulação de um kit didático para convolução de sinais. In: XLV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2017, Joinville, SC.

SAMPAIO, L. F.; FAZZOLARI, H. A. Desenvolvimento de aplicativo auxiliar no ensino de sistemas de controle aplicado à engenharia aeroespacial. In: L Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2022, Evento *Online*.

SILVA, G. S. B.; EPIFANIO, M. A. B.; SÁ, G. C. B. Desenvolvimento de uma ferramenta para auxílio do ensino-aprendizagem dos métodos numéricos. *Informática na Educação: Teoria & Prática*, Porto Alegre, v. 25, n. 2, 2023.

USC, "SIPI image database - misc," 2023. [Online]. Disponível em: <http://sipi.usc.edu/database/database.php> Acesso em: 29 jan. 2023.

TOOL TO TEACH THE SUM OF CONVOLUTION

Abstract: *This work presents a didactic tool to assist in the teaching and learning process of the convolution operator. Convolution is a topic important in engineering courses and is the basis for all studies involving linear and time-invariant systems. The objective of the proposed tool is to help the student mathematically understand and interactively visualize the sum operation of 1D and 2D convolution. It also presents an example of convolution application in the image filtering scenario in the spatial domain. The tool was applied and evaluated by students of the Signals and Systems course at the University of Pernambuco, in which all students were satisfied with the use and stated that the graphical interface helped in understanding the convolution sum.*

Keywords: *didactic tool, sum of convolution, 2D convolution, spatial filtering.*