

# RESOLVENDO UMA TRELIÇA PELO MÉTODO DE CREMONA COM A UTILIZAÇÃO DE UM PROGRAMA DE DESENHO GRÁFICO

**José Gabriel Maluf Soler<sup>1</sup>; Ana Paula Brescancini Rabelo<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – *Campus* Poços de Caldas  
Avenida Padre Francis Cletux Cox, 1661  
37701-355 – Poços de Caldas – MG  
jgmsoler@pucpcaldas.br

<sup>2</sup> Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – *Campus* Poços de Caldas  
Avenida Padre Francis Cletux Cox, 1661  
37701-355 – Poços de Caldas – MG  
ana@pucpcaldas.br

**Resumo:** *Este trabalho descreve uma experiência adotada no curso de Engenharia Civil, na disciplina de mecânica aplicada, da PUC Minas/Campus Poços de Caldas, que procura estimular os alunos, mostrando que apesar de ter sido desprezado por algum tempo, o método de Cremona pode ser utilizado com uma grande precisão. Sabe-se que a resolução de uma treliça pode ser efetuada de três maneiras diferentes, as quais são: método dos nós, método de Ritter e método de Cremona. Por se tratar de um método gráfico, o método de Cremona ficou por muito tempo esquecido, uma vez que ficava dependente da precisão dos instrumentos de medição que eram utilizados. Com a melhoria dos “softwares” de desenho, o método passou a ser facilmente executado e agora com uma precisão excelente, compatível com os outros métodos citados acima. Assim, os alunos foram incentivados a entender melhor o método, uma vez que com a utilização do computador e de um “software” de desenho o interesse em relação ao método cresceu. Será apresentado um exemplo de treliça simples resolvido em sala de aula pelos alunos do terceiro período do curso de Engenharia Civil da PUC Minas/Campus Poços de Caldas mostrando a facilidade e precisão encontrada no resultado.*

**Palavras-chave:** *Ensino, Engenharia Civil, Mecânica, Cremona, Treliça.*

## 1. INTRODUÇÃO

O curso de Engenharia Civil da PUC Minas – *Campus* Poços de Caldas pretende formar um profissional com criatividade, senso crítico, com capacidade de trabalhar na interdisciplinaridade, com conhecimentos tecnológicos, sociais e econômicos contemporâneos, ético, com conhecimentos básicos de matemática e física e capaz de utilizar a informática como ferramenta usual e rotineira. Enfim, um profissional com formação genérica flexível e ampla (SOLER, 2004).

O aluno do curso de Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – *Campus* Poços de Caldas inicia o curso, como a maioria das Engenharias, adquirindo ferramentas matemáticas e físicas para o suporte às disciplinas consideradas profissionalizantes. A fim de estimular o aluno a adquirir os conceitos mais importantes das

disciplinas básicas, direcionam-se essas disciplinas do curso de Engenharia Civil, por meio de exemplos, mostrando aplicações dentro da área de interesse (SOLER, 2004).

Todo curso de graduação, em geral, apresenta as habilidades que gostaria que seus alunos, ao final do curso possuíssem. Essas habilidades, em geral, são fragmentadas em várias disciplinas, ao fim das quais se admite que o objetivo foi alcançado, sem que na maioria dos casos, seja verificado se o aluno realmente conseguiu relacionar as disciplinas à habilidade que deveria ser atingida.

Entende-se que no curso de graduação deva haver a oportunidade de realização de atividades nas quais haja a combinação dos elementos apresentados separadamente para a construção de um todo e que para isso, deva proporcionar a oportunidade de desenvolvimento do poder criativo, da iniciativa intelectual, do desenvolvimento de um raciocínio mais receptivo, não linear, simultâneo, espacial, intuitivo e da capacidade de análise e síntese de uma atividade programada (STEMMER, 1988).

Na disciplina de Mecânica, uma das condições fundamentais para seu desenvolvimento é o pleno conhecimento de Física I e Física II, onde os conceitos de forças e torques são apresentados.

Pensando nisso, foi proposta a resolução de uma treliça utilizando o método de Cremona com a utilização de um computador portátil e um software de desenho. Sendo assim, a atividade descrita neste trabalho foi inserida na disciplina Mecânica. Neste trabalho, várias disciplinas básicas, ministradas nos dois primeiros anos do curso, são aplicadas sendo, portanto, um trabalho interdisciplinar. Atualmente, a interdisciplinaridade tornou-se muito importante no meio acadêmico (BAZZO, 1997).

Foi solicitado aos alunos que resolvessem a treliça mostrada na Figura 1 utilizando o método de Cremona.

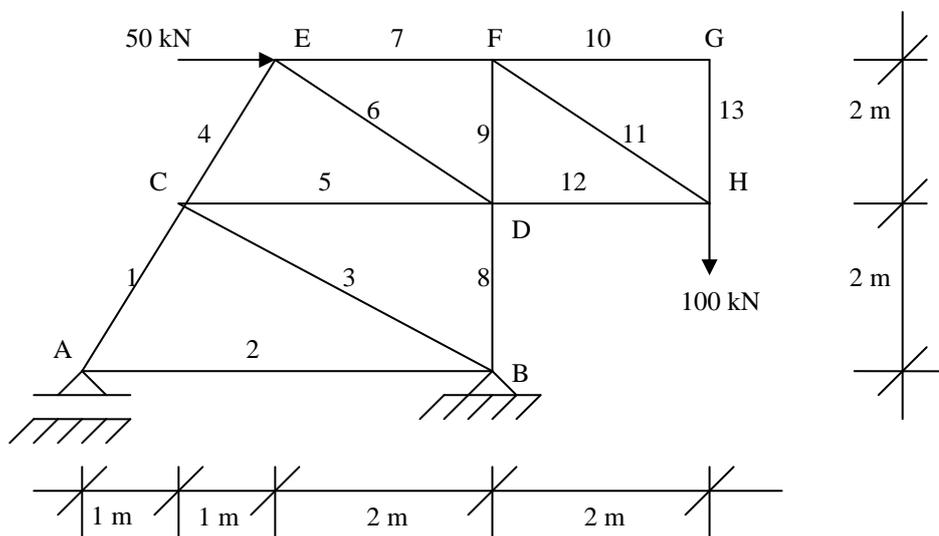


Figura 1 – Treliça isostática simples para resolução pelo método de Cremona.

O método de Cremona foi desenvolvido pelo matemático italiano Luigi Cremona (1830-1903), e trata-se de um método gráfico baseado no equilíbrio do polígono de forças estudado

nas disciplinas de Física. Em um polígono de forças fechado a resultante é zero. O método consiste nos seguintes passos:

I – Determinam-se os esforços externos reativos.

II – Parte-se de um nó onde as forças em duas barras são desconhecidas.

III – Nesse nó, no sentido horário, inicia-se a construção do polígono de forças, com aquelas forças que são conhecidas e com as outras duas forças desconhecidas fecha-se o polígono. (pode-se trabalhar com qualquer escala). No caso da utilização de um “software” de desenho, o problema da escala pode ser eliminado, uma vez que os alunos já trabalharam bem o uso de escala nas disciplinas de desenho.

IV – A direção dos vetores a serem determinados para o fechamento do polígono de forças, indicará o sentido do esforço no nó da estrutura. Por equilíbrio determina-se se a barra está tracionada ou comprimida. O valor numérico do vetor encontrado indicará o valor do esforço.

V – Uma vez determinado o valor do esforço e seu tipo (compressão/tração), identifica-se outro nó com apenas duas barras desconhecidas e aplica-se o mesmo esquema de equilíbrio do polígono de forças.

## **2. OBJETIVOS DO EXERCÍCIO PROPOSTO.**

Um dos principais objetivos desse exercício era a obtenção dos esforços nas barras da treliça apresentada na Figura 1, mas também avaliar os conceitos fundamentados de disciplinas anteriores, pré-requisitos para a disciplina Mecânica, adquiridos pelos alunos. A utilização de um “software” de desenho já estudado em disciplinas anteriores e a utilização de um computador portátil fez com que o interesse dos alunos aumentasse.

### **2.1 Desenvolvimento da criatividade**

Como pode perceber-se na introdução, uma das características que se pretende formar em um profissional de engenharia é a criatividade. Para solucionar o problema proposto dessa maneira, o envolvimento da criatividade para a resolução dessa treliça é muito alto, uma vez que o aluno jamais imaginaria que um “software” de desenho poderia ajudá-lo a resolver uma estrutura como a da Figura 1.

### **2.2 Trabalho em equipe**

O individualismo sempre tende a estar presente nos cursos de graduação, uma vez que a competitividade acaba prevalecendo sobre o trabalho em equipe. Com esse trabalho, os alunos começaram a trabalhar em grupo, o que foi importante na tomada de decisões, capacidade de argumentação, tolerância de opiniões, etc.

### **2.3 Motivação**

A grande motivação, além da nota, foi a de verificar a verdadeira importância do que haviam aprendido e fixado até o momento. A descontração e o ânimo dos alunos mostraram que ao serem motivados com trabalhos como este, eles apresentam um envolvimento e interesse maiores.

## **2.4 Observação dos esforços**

Procurava-se com esse exercício, verificar a verdadeira importância dada pelos alunos ao aprendizado em outras disciplinas para ser aplicado na resolução de um exercício de treliça onde iriam ser obtidos os esforços em todas as barras por um processo gráfico.

## **2.5 Planejamento organizacional para resolução do exercício**

O início do exercício iria requerer a organização da equipe e o planejamento das atividades de cada um, uma vez que, entre outras atividades, o grupo deveria ter um componente com habilidade no “software” de desenho que seria utilizado e também saber utilizar o método de Cremona, enquanto os outros membros do grupo iriam informar e marcar os valores dos esforços encontrados.

## **2.6. Tomada de decisão**

Frente ao exercício apresentado, verificar a liderança e espírito organizacional dos membros da equipe para enfrentar esse tipo de desafio.

## **3. DESCRIÇÃO DO EXERCÍCIO**

A proposta do exercício foi introduzida na semana anterior à execução do mesmo. O professor já havia resolvido o mesmo pelo método dos nós e já havia feito um corte de Ritter e agora eles iriam resolver o mesmo exercício utilizando um “software” de desenho. O grupo que não possuísse um computador portátil poderia resolver o exercício em papel milimetrado com a utilização de um escalímetro e esquadros.

Os alunos já haviam aprendido a usar um “software” de desenho, o que facilitou o aprendizado do método e os procedimentos a serem executados durante a resolução do exercício, uma vez que estavam acostumados com os comandos do mesmo.

### **3.1. Impacto gerado**

Engloba a análise de qual foi a primeira reação, a forma de encarar o desafio e qual a tarefa atribuída a cada elemento do grupo. A expectativa gerada foi muito grande, pois alguns alunos jamais imaginariam que com um programa de desenho seriam capazes de resolver um problema de Engenharia que envolvia, a todo o momento, o equilíbrio dos nós e a utilização de funções trigonométricas.

### **3.2. Resolução do exercício**

O exercício mostrado na Figura 1 começa a ser resolvido com a utilização das equações da estática, aprendidas pelos alunos na disciplina de física I e revista na disciplina de mecânica, onde também foram introduzidos os conceitos de vínculos e graus de liberdade. Assim sendo, os alunos conseguem determinar as reações de apoio para o exercício proposto, aplicando as equações da estática, que são: para o nó A de 100 kN na vertical para baixo e para o nó B de 50 kN na horizontal para a esquerda e 200 kN na vertical para cima.

### 3.3 Distribuição de tarefas

Foi observado como o grupo organizou-se na distribuição das tarefas: 1) Aplicar as equações de equilíbrio, 2) Utilizar o papel milimetrado para conferir os resultados que outro elemento do grupo iria encontrar utilizando um computador portátil e 3) documentar os valores encontrados.

No final, a avaliação foi feita pela observação do esforço de cada aluno e de sua participação no desenvolvimento das tarefas, além de serem corrigidos os valores encontrados. Um elemento do grupo precisava resolver a treliça utilizando o método dos nós, enquanto outro resolvia por cremona e outro documentava os esforços encontrados por ambos para que fosse feita uma comparação numérica e do tempo gasto por ambos os métodos para a resolução de cada barra.

## 4. RESULTADOS

O interesse na participação do projeto foi uma grande surpresa. Os alunos mostraram-se extremamente ansiosos em relação à resolução de um problema numérico, utilizando uma ferramenta de desenho.

Iniciou-se então a resolução da treliça pelo equilíbrio do nó A, de acordo com a Figura 2, e foi realizada uma comparação com a resolução efetuada pelo método dos nós.

Verificou-se que a resposta encontrada com a utilização de um programa de desenho gráfico era obtida de uma forma exata, mesmo o exercício sendo resolvido por um método gráfico. Para que os alunos pudessem entender o método de cremona, foi utilizado inicialmente papel milimetrado e uma régua para obtenção dos valores dos esforços. Pode-se observar que a resposta estava condicionada à precisão do instrumento utilizado, ou seja, a régua.

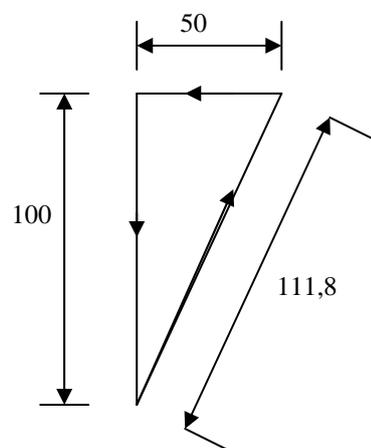


Figura 2 – Equilíbrio do nó A.

Para o nó A obtiveram os valores de 111,8 kN de tração para a barra 1 e de 50 kN de compressão para a barra 2.

Procedeu-se então ao equilíbrio dos demais nós e percebeu-se que poderiam realizar o equilíbrio dos nós separadamente ou em um único desenho.

Com isso conseguiram resolver completamente a treliça proposta.

A maioria dos grupos conseguiu estruturar-se adequadamente para a obtenção do sucesso no cumprimento da tarefa.

As principais dificuldades relacionadas aos conceitos assimilados, detectadas neste trabalho foram: lembrarem os comandos do “software” de desenho que estava sendo utilizado pelos alunos e interpretar os resultados obtidos em relação à tração e compressão nas barras.

Alguns alunos utilizaram o AUTOCAD, software bastante utilizado nos cursos de Engenharia e Arquitetura. Outros utilizaram softwares similares. Existem softwares de utilização livre que poderiam ser utilizados para a resolução dos exemplos propostos.

Os conceitos e pontos mais fortes apresentados pelos grupos foram: fácil relação com problemas de treliça e rápido entendimento do procedimento utilizado para a obtenção dos esforços.

## 5. CONCLUSÕES

A aceitação do desafio foi muito boa por parte dos alunos. Em nenhum grupo houve atrito e nem discussões mais exaustivas sobre a maneira de resolução do problema apresentado.

A utilização de recursos como computador portátil e “software” de desenho gráfico, fez com que os alunos apresentassem um comportamento diferente em relação aos exemplos apresentados na disciplina, pois ficaram mais atentos para a resolução do exercício proposto.

Perceberam que métodos de resolução dependentes de escala podem ser facilmente resolvidos utilizando um equipamento com uma melhor precisão.

Em outros semestres onde não foi utilizado esse procedimento, os alunos sempre optavam por resolver a treliça pelo método de Ritter ou dos nós. Neste semestre, vários alunos optaram por resolver a treliça pelo método de Cremona, por acharem mais fácil e por apresentar um resultado exato, o que não ocorria nos semestres anteriores, pois os resultados eram dependentes da precisão do equipamento utilizado para realizar as medidas, no caso um escalímetro.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAZZO, W.A. & PEREIRA, L.T. do V. **Ensino de Engenharia – na busca de se aprimoramento**, Florianópolis: Editora da Universidade de Santa Catarina, 3<sup>a</sup>. edição, 1997, 167p.

SOLER, J.G.M., RABELO, A.P.B. A importância do projeto integrado nos últimos anos semestres dos cursos de graduação. In: WORLD CONGRESS ON ENGINEERING AND TECHNOLOGY EDUCATION, 14-17 março, 2004, São Paulo, Brasil. **Anais**. 2004, p. 811-815.

STEMMER, C.E. A questão do projeto nos cursos de Engenharia – Texto número 1. **Revista de Engenharia**. V. 7, n. 1, p. 3-12, 1988.

SOLER, J.G.M., RABELO, A.P.B. Avaliação de conceitos estruturais utilizando estruturas de macarrão. COBENGE 2004, 13-17/09/2004. Brasília 2004 .

## **RESOLVING A TRUSS FOR THE METHOD OF CREMONA WITH THE USE OF ONE PROGRAM OF GRAPHICAL DRAWING**

**Abstract:** *This work describes an experience that took place in the applied mechanics discipline of the Civil Engineering Course, at the Pontifical Catholic University of Minas Gerais - PUC Minas – campus Poços de Caldas. This activity was proposed to stimulate the students by showing them that although the Cremona method was forgotten for some time, it can be used now with a sharp precision. It's known that the resolution of a truss can be carried out in three different ways: method of joints, method of sections or Ritter method and Cremona method. For being recognized as a graphical method, the Cremona method was forgotten for a long period once it was dependent on the precision of the measurement instruments that were used. With one program of graphical drawing improvement the method started to be executed, and now with an excellent and compatible precision with the other methods cited above. It made the students to be stimulated for a better understanding of the method, once the use of the computer and of a drawing software led to the growth of interest for it. We will present an example of simple truss, solved by third period students of the PUC-Minas Civil Engineering Course, and we will present the easiness and precision found out in the result.*

**Key-words:** *Education, Civil Engineering, Mechanics, Cremona, Truss.*