

NOVIDADES PEDAGÓGICAS NO CAMPO DA MODELAGEM

Marcos A. da Silveira¹; **José A. R. Parise**²; **Carlos Frederico B. Palmeira**³ e **Reinaldo C. Campos**⁴

¹ PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica
Rua Marquês de São Vicente, 225
22453-900 - Rio de Janeiro - RJ
marcos@ele.puc-rio.br

² PUC-Rio, Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Marquês de São Vicente, 225
22453-900 - Rio de Janeiro - RJ
parise@puc-rio.br

³ PUC-Rio, Departamento de Matemática
Rua Marquês de São Vicente, 225
22453-900 - Rio de Janeiro - RJ
fredpalm@puc-rio.br

⁴ PUC-Rio, Decanato do CTC
Rua Marquês de São Vicente, 225
22453-900 - Rio de Janeiro - RJ
rccampos@puc-rio.br

Resumo: *Mostra-se que as atuais ferramentas computacionais (simulação, resolução numérica de equações diferenciais, resolução literal de sistemas algébricos, derivadas e integrais) mudaram a modelagem de sistemas complexos, a ponto de modelos incluindo funções empírica e módulos numéricos servirem para projetar soluções para problemas de engenharia. Defende-se a introdução desta visão desde o início do curso de engenharia. Alguns exemplos de aplicação desta metodologia são mostrados e analisados a partir de uma conceituação pedagógica desenvolvida no texto a partir de exemplos reais.*

Palavras-chave: *Educação em engenharia, Modelos matemáticos, Simulação numérica, Aprendizado baseado em projetos, Pedagogia da matemática*

1. INTRODUÇÃO

Quer na representação dos problemas de engenharia, quer no seu estudo e simulação, quer na atividade de projeto – em especial na sua otimização, a modelagem é uma das ferramentas principais da engenharia. Modelagem matemática, qualitativa ou quantitativa, mas também modelagem empírica. Na realidade, graças às facilidades computacionais atuais, trabalha-se cada vez mais com modelos complexos, integrando módulos representando:

- funções conhecidas (soluções de equações, transformações de variáveis ou transduções instantâneas, por exemplo);
- equações só solúveis numericamente;
- funções obtidas empiricamente (às vezes muito complexas);
- módulos qualitativos (modelados por grafos ou por funções lógicas);

→ módulos mistos (como ocorre em controladores inteligentes).

A computação intensiva, usando testes lógicos ou quantitativos para adaptar o caminho da simulação, permite utilizar estes modelos complexos de simulação para obter soluções de problemas inversos (dada uma resposta do sistema, encontrar os coeficientes do modelo que a produz) via tentativa-e-erro, ou usando métodos de otimização sofisticados.

Estas facilidades estão mudando a prática da engenharia e a forma como a modelagem é considerada e utilizada. Não há mais a obrigatoriedade do uso de modelos simplificados para o projeto. Isto é, pode-se agora utilizar os modelos complexos citados acima, não apenas para estudos “semi-empíricos” iniciais e para a avaliação do projeto (simulando o sistema por um modelo mais próximo da realidade que o usado no projeto), mas, também, para a realização e implementação do projeto em si.

Esta metodologia de projeto e modelagem precisa chegar aos cursos de graduação em engenharia. No entanto, uma das reclamações mais constantes dos professores de engenharia refere-se à dificuldade dos estudantes em modelar os objetos propostos, “mesmo em casos simples”. Em geral, o modelo é visto como uma representação “aproximada” de um sistema, não como ferramenta de projeto – e isto é parte do problema pedagógico, como será discutido neste trabalho.

Depois de algumas considerações gerais sobre o ensino/aprendizagem da modelagem nos cursos de engenharia, utilizando a comparação entre os cursos brasileiros e os cursos franceses, será apresentada neste trabalho um conjunto de considerações pedagógicas e a descrição de algumas experiências pedagógicas realizadas no curso de engenharia da PUC-Rio. Este trabalho continua a pesquisa anunciada em (DA SILVEIRA 2005) e (DA SILVEIRA ET AL. 2006).

2. MODELAGEM NOS CURSOS DE CIÊNCIAS BÁSICAS

Para dar um sentido claro à matemática abstrata a ser dominada pelos estudantes já no primeiro semestre do curso de engenharia, a equipe do Departamento de Matemática da PUC-Rio resolver considerar a modelagem matemática de problemas de engenharia desde os primeiros cursos de Cálculo.

Esta abordagem não é nova. O livro de Cálculo de STEWART (2006) a emprega, por exemplo. Ela representa uma mudança fundamental no foco dos cursos de matemática para a engenharia, ainda mais se for considerado que os modelos tratados não apenas representam objetos físicos ou abstratos (integrando física e matemática), mas também representam problemas de engenharia, como será visto nos exemplos descritos e analisados a seguir.

Além desta integração, a PUC-Rio introduziu o uso do programa MAPLE[®] diretamente nos cursos de Cálculo, tanto por razões pedagógicas inerentes ao aprendizado de matemática (PALMEIRA e DA SILVEIRA 2008), quanto visando a integração com a informática e o cálculo numérico. Mas também, o que é o ponto que mais interessa neste artigo, para introduzir a modelagem numérica conjuntamente aos modelos analíticos estudados em classe.

Cabe aqui separar a modelagem puramente representativa, com finalidade explicativa de fenômenos observados ou a observar (como é usada nas ciências básicas), da modelagem cuja finalidade é a resolução de um problema de engenharia. Neste segundo caso, não apenas os objetivos do problema fixam a relevância (ou não) das diferentes variáveis, mas também estabelecem critérios para a desconsideração de efeitos (ditos desprezíveis) e para as simplificações realizadas, e determinam o foco do modelo, isto é, a escolha do que deve ser abstraído e o nível de precisão ou de representação a ser obtido. Um modelo de engenharia é construído em função da solução do problema, e não de sua capacidade explicativa em geral – situação diferente do que ocorre nas ciências básicas. Esta diferença epistemológica, se bem explicada aos estudantes (via reflexão sobre o problema e seus objetivos), facilita a

compreensão das hipóteses de modelagem (fornece a elas uma lógica facilmente apreensível) e justifica o nível de abstração.

Um exemplo é a modelagem do movimento de uma bola de futebol sobre a grama, considerando apenas o atrito do ar, com o objetivo de descobrir se este atrito é importante o suficiente para impedir jogadas a longa distância. O objetivo justifica considerar que a bola rola sem atrito sobre a grama – o efeito deste atrito sendo sempre o de retardar a bola, dado que o resultado obtido mostra a rápida perda de velocidade mesmo desconsiderando o atrito com o chão. A simplificação do modelo (abstraindo o atrito com o chão) justifica-se pelo objetivo do estudo.

Modelos de engenharia, neste nível, exigem um raciocínio bem mais complexo que a dedução linear habitual nas questões de Cálculo. Não apenas é necessário concatenar argumentos, métodos e cálculos seqüencialmente (como já é feito no cálculo analítico de integrais), mas, eventualmente, reverter a cadeia de raciocínio. Problemas de engenharia são, de certa forma, problemas inversos: não se modela para calcular a resposta a um cálculo ou equação, mas para escolher parâmetros (os “parâmetros de projeto”, coeficientes do modelo a serem determinados) de forma que o objeto modelado adquira um comportamento pré-fixado – isto é, que a solução da equação tenha propriedades desejadas, pré-fixadas.

Por exemplo, para responder as perguntas “Se uma população de bactérias duplica a cada quatro horas, em quantas horas decuplicará?” ou “Em quanto tempo a produção de toxinas pelas bactérias atingirá o nível de contaminação?”, é preciso modelar o crescimento das bactérias (taxa de variação instantânea proporcional à massa naquele instante) em função de um parâmetro (a constante de proporcionalidade), calcular analiticamente a solução em função do parâmetro, então aplicar o dado fornecido para obter o valor do parâmetro (aquí está a etapa reversa), para então, com a função completa disponível, responder às perguntas. Nota: a quantidade de toxina é proporcional à população de bactérias, a constante de proporcionalidade podendo ser fornecida como dado experimental.

É na reversão da dedução – isto é, continuar com a dedução formalmente até poder ser possível usar o dado experimental e calcular o parâmetro do modelo – que reside uma das maiores dificuldades de raciocínio e um dos lugares do trabalho pedagógico. Mas é exatamente neste momento que o modelo descritivo encontra seu lugar dentro do problema a ser resolvido, justificando-se. A notar que o objetivo do problema (a resposta da pergunta) é facilmente referido ao mundo real, se considerarmos que rege o tempo de aparecimento de uma infecção ou o tempo de evolução da contaminação de uma solução (no exemplo anterior) E daí o problema passa a ser significativo para o estudante, inclusive na sua imprecisão e na desconsideração da mortalidade das bactérias.

DUVAL (1995) discute o lugar do trabalho pedagógico na passagem de uma representação para outra e mostra que este é o momento essencial na formação dos conceitos abstratos. DA SILVEIRA (2007) discute o significado aportado pelo problema referido ao seu “mundo da vida” – o mundo real vivenciado pelo estudante – e amplia a discussão pedagógico-cognitiva de Duval para a modelagem como interpretação do mundo real vinculada à resolução de problemas “concretos”.

Na variação dos temas dos problemas (cálculo de trabalho, força gravitacional e força eletromagnética, modelos populacionais, decaimento radioativo) e de sua complexidade (lineares, não-lineares, etc.), sempre estruturados em torno de perguntas significantes para os estudantes, aparece a idéia de modelagem. Como explicitado em junho último por um dos estudantes da disciplina Cálculo A (turma 33E): “Então a mesma equação serve para resolver problemas diferentes, todos baseados na mesma idéia?”. Seguiu-se daí uma reflexão em classe sobre a idéia de modelo – no caso uma equação diferencial linear a tempo contínuo – e sobre modelos mais complexos (o professor passou a um exemplo usando um modelo não-linear, mas com equação diferencial solúvel analiticamente), completada por uma pequena

conferência sobre a importância da modelagem em engenharia. Na mesma aula houve estudantes reclamando da excessiva dificuldade de concatenar cálculos e deixar parâmetros literais – isto é, reclamaram da dificuldade prevista acima, mas mostrando ter percebido a estrutura de raciocínio.

Ao diminuir a importância do cálculo analítico de integrais (sem desprezá-lo, no entanto, pois, quando possível, facilita a modelagem) diante da possibilidade do cálculo numérico das integrais e equações diferenciais, da resolução numérica algébrica (literal) e das representações gráficas via MAPLE, o estudante amplia a sua visão. Passa a integrar etapas numéricas e cálculos literais automáticos em seu raciocínios. Este fenômeno positivo tem sido percebido nas disciplinas do Ciclo Profissional, onde os trabalhos apresentados pelos estudantes integram passagens com cálculos literais executados pelo MAPLE, deduções analíticas e argumentação lógica, e cálculo numérico (incluindo os gráficos das soluções), sem que o professor o tenha sugerido. Claro, é necessário que os problemas colocados pelo professor admitam este tipo de análise. Isto exige ir além dos problemas puramente acadêmicos e fazer referências ao mundo real, inclusive usando dados reais.

É preciso dizer que, nesta metodologia, parte das aulas e das provas são realizadas no laboratório de computação, onde o professor utiliza uma metodologia que questiona os estudantes através da proposição de problemas (PALMEIRA e DA SILVEIRA 2008).

As demais disciplinas de matemática já estão sendo adaptadas a esta metodologia, com sucesso variável, mas não as de física e as de informática. Esta vertente ainda está a ser explorada. Nas disciplinas de química, embora a referência ao mundo da vida dos estudantes seja fácil, a organização do conteúdo e dos questionamentos tem dependido do professor responsável, embora já tenha havido iniciativas muito interessantes (CALIXTO 1992). É preciso lembrar que nem sempre os temas de interesse do professor-pesquisador (química do ozônio em altitude, por exemplo) despertam o interesse dos estudantes ou fazem parte do seu mundo da vida.

O princípio subjacente a estas mudanças metodológicas é que a matemática, para o engenheiro, é uma ferramenta, e sua maior utilização é na modelagem. Este princípio não é usualmente seguido nas disciplinas Cálculo, Álgebra e Física, quer ministradas por cientistas, quer ministradas por engenheiros, embora seja amplamente aceito na cultura brasileira. Para entender o alcance desta afirmação será interessante comparar a situação brasileira com a francesa, no que toca ao papel da matemática na educação dos engenheiros. Para isso serão resumidas a seguir as conclusões do recente Seminário Brasil-França sobre Ensino de Matemática para Engenheiros, relatadas em (BRAFITEC 2008).

Se todas as escolas brasileiras presentes no evento (Escola Politécnica da USP, PUC-Rio, UFC, UFRGS, UFRJ e UNICAMP) concordaram com o princípio acima, apenas a PUC-Rio o aplica desde o primeiro semestre do curso. De fato, as demais escolas de engenharia assinalaram que a modelagem aparece apenas nas disciplinas de ciências da engenharia, ministradas por doutores em engenharia. Nestas disciplinas, o objeto descrito, o modelo e a matemática implícita são apresentados unificados, em geral partindo da compreensão intuitiva dos fenômenos para a sua representação formal. O modelo matemático aparece como expressão direta do objeto intuído, sem desenvolvimento importante das teorias matemáticas envolvidas – por exemplo, é só nestas disciplinas que o estudante abordará sistemas lógicos ou equações a derivadas parciais. Se há interesse inegável no caminho indutivo (da intuição para o modelo), as hipóteses de modelagem acabam “naturalizadas”, e o modelo não ganha independência suficiente para ser aplicado a outro objeto. Ainda mais porque nem sempre há tempo para relacionar os diferentes casos particulares estudados ao longo das disciplinas em uma única formulação geral. Só esta generalização formal permitiria entender o alcance do modelo, abstraíndo-o das situações intuitivas particulares – e daí passar a compreender a operação de modelagem.

Já as escolas francesas presentes (as cinco Écoles Centrales) aplicam o processo inverso (uma construção dedutiva). Seus estudantes abordam os modelos físicos na sua formulação mais abstrata e geral (um mínimo de hipóteses), para só depois aplicá-los, ou melhor, instanciá-los, e casos particulares. Ganha-se em tempo de exposição e na compreensão da teoria matemática geral, mas perde-se em intuição. É possível tratar desta forma, em tese, um número muito maior de casos, mas sem a percepção física intuitiva. Apesar das vantagens da abstração e da generalidade, a operação de modelagem continua obscura: consiste na representação de casos particulares a partir do reconhecimento das hipóteses simplificadoras – o que nunca parece natural ao estudante que parte da ciência “abstrata” e mais “completa” para sua aplicação prática. Cabe lembrar que o conhecimento matemático em si é muito valorizado na cultura francesa, de forma que consideram que a matemática deve ser estudada sem referência a outras ciências, como um fator educacional.

Os dois sistemas, por não realizarem o movimento indução↔dedução nos dois sentidos, se limitam a modelos explicativos. Não constroem os modelos como soluções a problemas de engenharia, nem os associam aos problemas que os originaram (ou a novos problemas que os motivem). Em ambos os casos, dedutivo ou indutivo, temos ciência básica, não ferramentas para a engenharia. O significado concreto se esvai, o estudante não avançando além da ciência descritiva. A relação significativa com os problemas de engenharia não é construída e depois generalizada, como foi proposto no caso da PUC-Rio estudado anteriormente.

Por isto não aparece o raciocínio abduutivo (conforme Pearce), onde o estudante é instado a propor novas idéias para completar o modelo – o que pode significar particularizar com hipóteses redutoras, ou generalizar, removendo-as, as novas idéias sendo trazidas de seus repositórios pessoais de conhecimento (científico ou não). Passa-se de um modelo a outro por meio de novas hipóteses (corrigindo o modelo anterior, ou completando-o, ou simplificando-o), e aí está a construção dos conceitos tão desejada pelos educadores. É o que se espera de um estudante ativo, que aporte sua contribuição ao conhecimento gerado. Em outras palavras, a indução não é o único caminho para a abstração e para a modelagem. Na realidade pedagógica sequer é o caminho preferencial.

Essa crítica explica a dificuldade dos estudantes em usar modelos já construídos em disciplinas anteriores aos problemas (de engenharia) de outras disciplinas, como tanto reclamam os professores. No final, os estudantes acabam considerando os modelos apresentados como “arbitrários” ou como meros truques práticos, não intrinsecamente ligados à análise e resolução dos problemas em estudo (DA SILVEIRA 2001).

3. SIMULADORES E MÓDULOS DE CÁLCULO NUMÉRICO

Nesta seção serão analisadas as possibilidades tecnológicas atuais, em especial com as novas ferramentas computacionais, frente às experiências realizadas na PUC-Rio.

Até quase o final do século XX, os programas de simulação fornecidos aos estudantes de engenharia (Simulink/MATLAB[®] e CircuitMaker[®], por exemplo) eram destinados a apresentar simulações numéricas e interfaces gráficas para sistemas matemáticos montados pelos estudantes. Estes programas permitem misturar blocos representando equações diferenciais ou a diferenças com blocos lógicos. Eventualmente, a ferramenta de simulação pode ser cruzada com ferramentas de análise (SISO *Design Tools* do MATLAB, por exemplo), ou usar blocos funcionais definidos numericamente pelo usuário. Estes últimos têm a função de representar regras ou leis empíricas, fornecidas explicitamente.

A modelagem lógico-matemática sempre precede a montagem do programa de simulação. Caso o modelo seja suficientemente simples, as regras empíricas podem ser aproximadas por funções analíticas. Neste caso, a análise do problema e o projeto (forma de resolução do problema de engenharia) serão desenvolvidos analiticamente, às vezes usando

relações indiretas (como critérios tipo lugar das raízes ou Routh-Hurwitz para estabelecer condições para a estabilidade do sistema projetado) para a escolha dos parâmetros de projeto, em vista dos objetivos do problema.

O caso interessante – e cada vez mais freqüente – é quando o modelo simulado é complexo demais para tratamento analítico. Ou o projeto é realizado sobre um modelo simplificado, normalmente muito simplificado, e o simulador é usado apenas para a validação e o ajuste semi-empírico da solução; ou, diante da impossibilidade de um modelo simplificado (como ocorre na teoria das filas, por exemplo), o modelo simulado é usado como auxiliar em um processo de tentativa-e-erro, dirigido pela compreensão ganha pela realização de muitos ensaios de simulação do modelo (SHANNON 1975; BANKS e CARSON 1975).

Atualmente, já são realizados projetos sobre modelos integrando módulos simulados ou calculados numericamente, o que permite o uso de modelos muito mais complexos, ou, ao menos, modelos tão complexos quanto os usados anteriormente apenas para a simulação. Procedimentos de grande complexidade estão sendo relatados na literatura científica, o exemplo característico sendo o da construção dos grandes modelos climáticos atuais – ver os artigos em (LA RECHERCHE 2008).

Uma primeira forma de utilização de um modelo complexo (para resolver um problema de engenharia) consiste na introdução de um critério de otimização, se possível associado a um dos objetivos do problema. Mais freqüentemente, o critério a ser otimizado representa um artifício para encontrar uma solução calculável e, melhor ainda, uma solução com propriedades teóricas fornecidas por uma das diferentes teorias de otimização (do cálculo variacional ao controle ótimo e à teoria das funções convexas). Um comentário interessante, neste sentido, é dado no último parágrafo de WONHAM (1974), onde é apontada por este grande especialista a arbitrariedade dos critérios quadráticos utilizados na literatura, usados, em geral, apenas para obter com facilidade soluções com boas propriedades. Este autor mostra ser esta tática viável apenas após uma grande preparação teórica do problema – esta tática não é tão barata quanto parece a princípio.

Se as grandes teorias da física baseiam-se conceitualmente em modelos hamiltonianos¹, outras teorias, como na economia, os introduzem para resolver a indeterminação política ou sociológica dos modelos que constroem. Esta estratégia é sempre razoável em problemas de engenharia, onde encontrar ao menos uma solução viável é o mais importante. Ainda mais porque as diversas restrições sempre presentes em problemas de engenharia costumam ser intratáveis analiticamente, mas não impossibilitam a solução numérica de boa parte dos problemas de otimização. Obtém-se assim com mais facilidade, propriedades como existência, unicidade e regularidade das soluções. em situações que não descrevem com exatidão

Nos cursos de graduação de engenharia, a programação matemática e o controle ótimo costumam ser apresentados como teorias em si, resolvendo problemas acadêmicos sempre perfeitamente modelados pelo problema de otimização. O caráter pragmático de sua utilização – embora usual na área científica ou na área técnica – não é mencionado. Problemas acadêmicos, como o do caixeiro viajante, são estudados a fundo, sem que se discuta o fato de que são postulados pragmaticamente porque admitem solução calculável, mesmo em situações que não descrevem com exatidão.

Outras formas de uso de modelos complexos em projetos onde a modelagem simplificada não é suficiente aparecem nas metodologia atuais de análise e projeto. Para tornar mais claro o que queremos dizer serão citados a seguir alguns exemplos, os dois últimos em atividades didáticas na PUC-Rio.

¹ Modelos de otimização onde o funcional a ser extremalizado é a integral da ação (energia cinética menos energia potencial, em coordenadas generalizadas).

4. EXEMPLOS E ANÁLISE PEDAGÓGICA

O primeiro exemplo é a demonstração da importância do fluxo de ar gerado pela posição das Montanhas Rochosas (nos Estados Unidos da América do Norte) para que o clima europeu seja mais ameno que o habitual naquela latitude. Desde o século XVII a Corrente do Golfo é considerada a principal responsável por este fenômeno. A simulação de um modelo considerando estas montanhas mas ignorando a corrente marítima mostrou que o fluxo de ar citado acima responde por mais de 60% do aquecimento europeu (SEAGER 2008). Donde a explicação habitual, usando apenas a corrente marítima, não é verdadeira. Este raciocínio permite mostrar a pequena influência do degelo no hemisfério norte para a desestabilização do clima europeu, hipótese considerada até então a mais importante. A notar que o modelo climático completo é ainda intratável, devido à complexidade das equações, à necessidade de uma malha de integração fina demais para os computadores e algoritmos atuais, e ao conhecimento insuficiente dos acoplamentos entre os oceanos e o clima. Como a Corrente do Golfo é fator positivo na suavização do clima europeu, o argumento é válido.

Este tipo de raciocínio já vem sendo usado desde a década de 70 do século passado, junto com problemas de otimização, para estabelecer estratégias limites para o controle de poluição, em situações onde a modelagem é incompleta, mas, mesmo assim, complexa demais para tratamento analítico (PENNA FRANCA 1976). A conclusão, nestes casos, era um conjunto de políticas relacionadas a seus efeitos limites, usada para quantificar ações em projetos onde suas consequências podem ser qualitativamente afirmadas a priori, mas não quantificadas. Impactos econômicos e ambientais, em geral, costumam ser analisados desta forma, dada a complexidade dos fatores envolvidos. Este uso da simulação ainda não chegou aos cursos de graduação em engenharia.

O segundo exemplo é o projeto da trajetória de satélites (transferência orbital), onde o modelo é conhecido, mas intratável a não ser numericamente. Neste problema, o modelo geral é composto por todo um conjunto de modelos acoplados, as propriedades das soluções sendo controladas teoricamente apenas em cada sub-modelo particular, mas a solução obtida por um sub-modelo determina as condições iniciais a serem usadas no sub-modelo seguinte. A busca de soluções é conduzida por simulações, que participam do raciocínio de projeto em ciclos curtos de síntese e análise, a teoria física geral do modelo simulado permitindo direcionar as tentativas de solução em função dos resultados obtidos anteriormente. O processo funciona como um algoritmo numérico iterativo (tipo gradiente ou Newton-Raphson, por exemplo), com uma “função de diminuição do erro” que permite direcionar as tentativas iterativamente, após considerações teóricas e empíricas próprias à engenharia para cobrir as partes não modeladas e os limites de atuação nas interfaces dentro do modelo.

Um terceiro exemplo representa nossa experiência frente à disciplina Controles e Servomecanismos do curso de engenharia da PUC-Rio. Os trabalhos propostos aos estudantes são abertos, isto é, amarrados pelos objetivos, não pelas técnicas a serem utilizadas. Por exemplo, o projeto de um controlador amostrado para a velocidade do metrô, os dados fornecidos sendo medidas de velocidade em intervalos irregulares e o valor das variáveis de entrada. Sugere-se descrever as relações empíricas por um modelo dinâmico linear.

Embora a seqüência “modelagem – levantamento de parâmetros – cálculo do controlador – adaptação a condições extras e/ou otimização – síntese” seja bem estabelecida, os dados experimentais são fornecidos de maneira que a utilização direta dos algoritmos habituais não funcione (tais como a resolução das equações de otimização pelo MAPLE ou os métodos de identificação de parâmetros usuais). Os estudantes são obrigados a realizar tentativas numéricas (organizadas a partir de cálculos simplificados) em parte das etapas, sempre na

forma de problemas inversos; e a projetar e ajustar a solução por etapas, aproximando cada vez mais as propriedades obtidas das previamente especificadas.

O resultado é um relatório onde os programas e diagramas de simulação e seus resultados aparecem integrados ao texto, participando da análise, da argumentação, e da validação do projeto – e não apenas desta última fase. Esta estratégia pedagógica leva à apresentação de diferentes caminhos de resolução pelos diferentes grupos de estudo, e permite a utilização de modelos compostos, com leis empíricas e módulos numéricos alternados com módulos analíticos. Frequentemente, modelos incompletos são utilizados para fim de argumentação (o carro do metrô não será suficientemente rápido se uma dada característica não for forçada, etc.), como no exemplo da Corrente do Golfo citado acima.

As respostas do professor às perguntas dos estudantes podem se referir às técnicas existentes, se possível para além do que será utilizado de fato. A simples explicação destas técnicas diante do problema a ser resolvido faz os estudantes perceberem o alcance da teoria e dos algoritmos apresentados, mas a tática pedagógica utilizada (dados incompletos ou desorganizados) os obriga a ganharem intimidade com o problema, o sistema a ser controlado e o modelo utilizado, e a trabalharem com as possibilidades de modelagem (alterações, simplificações, uso de rotinas de cálculo, etc.) e de resolução numérica. A preparação dos enunciados dos problemas é trabalhosa, pois deve evitar os caminhos diretos sem gerar impossibilidades. A correção é complexa, pois não há gabarito absoluto – e duas soluções nem sempre são comparáveis, o critério absoluto sendo o de encontrar uma solução razoável e reproduzível na simulação do modelo mais realista que o professor usou para gerar os dados. O professor passa a indicar, questionar e validar, mas sempre evitando fornecer soluções – assim os estudantes são obrigados a assumir uma posição ativa.

Metodologia semelhante está sendo aplicada na área de termodinâmica e sistemas térmicos, e constitui um quarto exemplo. Nesta área há facilidade em montar sistemas físicos compostos de partes modeláveis analiticamente e de partes descritas empiricamente, e a necessidade de simplificações concentrando parâmetros (de sistemas de dimensão infinita a sistemas de dimensão finita); o que permite montagem de modelos complexos onde cada módulo é intuitivamente abordável, apesar do sistema completo oferecer respostas físicas às vezes surpreendentes (para os estudantes). Neste caso os estudantes trabalham no laboratório, entre o sistema termodinâmico concreto e o modelo analítico-computacional. Se as leis físicas são estudadas ao longo da modelagem do processo, as possibilidades de composição dos módulos e os diferentes sistemas térmicos e problemas de controle tratados no mesmo ambiente permitem um questionamento que conduz ao duplo objetivo fixado acima: tornar o modelo significativo frente aos problemas tratados e aos objetos representados, e tornar o modelo independente do objeto representado (abstração). A descrição e a análise detalhadas deste exemplo serão tema de um trabalho futuro.

5. MODELOS LÓGICOS E MODELOS FÍSICOS

Os currículos de engenharia são mais voltados para o desenvolvimento de modelos para sistemas físicos que para a modelagem lógica. Esta aparece, por exemplo, na programação matemática e suas aplicações à pesquisa operacional e aos sistemas financeiros e administrativos; na eletrônica digital e automação, e nos sistemas formais utilizados em informática. Modelos combinatórios, grafos, fluxos em grafos, sistemas especialistas (realizando inferências lógicas) são exemplos de modelos lógicos sem substrato físico, isto é, não desenvolvidos sobre sistemas físicos ou químicos.

A introdução dos modelos lógicos no curso de engenharia tem acompanhado a mudança das tarefas atribuídas aos engenheiros no mercado de trabalho, à medida que o setor de serviços (bancos e financeiras, inclusive) absorve estes profissionais. Falamos de uma

“engenharia abstrata”, tratando de sistemas e modelos que não mais representam materiais ou sua transformação e uso (DA SILVEIRA ET AL. 2008). Uma das razões da utilização destes modelos no curso de engenharia, mesmo fora das engenharias de produção e de sistemas, é que eles aparecem no embasamento matemático dos algoritmos atualmente utilizados para resolver os problemas tradicionais.

Modelos lógicos podem ser apresentados desde o início do curso de engenharia, pois seus pré-requisitos se resumem à aritmética e lógica. Em uma experiência relatada em (DA SILVEIRA 2005), foi criada uma disciplina na PUC-Rio voltada para este tipo de modelo (Modelagem), a ser aplicada no segundo ou terceiro semestres do curso, utilizando a metodologia pedagógica da aprendizagem baseada em problemas (ABP). Os estudantes gostaram do curso, inclusive por seu aspecto lúdico. Mas a sua influência mostrou-se indetectável sobre os mesmos alunos no seu sexto semestre decurso: sua competência de modelagem sobre os mesmos problemas era (estatisticamente) a mesma que a dos alunos que não haviam cursado a disciplina, bastando mostrar-lhe um exemplo de utilização de um grafo. Modelos lógicos só deixam de ser um jogo curioso (ganham um significado referido ao mundo da vida do estudante) quando representam problemas concretos, como ocorre nas disciplinas de pesquisa operacional. Jogos sem significado são esquecidos, permanecem como truques convenientes. É o significado como explanado acima que os torna ferramentas à disposição das competências do estudante. É a multiplicação de significados associados ao mesmo modelo que os leva a um nível mais alto de abstração, permitindo o seu uso consciente em situações mais gerais.

Esta questão não aparece em modelos geométricos, pois o uso de figuras no plano representando objetos ou conceitos métricos é uma representação trabalhada desde a tenra infância. É resolvida para modelos físicos, ao menos após todo um conjunto de disciplinas consideradas difíceis, porque estes – no início do curso – se referem a objetos (em princípio) concretos e a situações facilmente relacionáveis a problemas cotidianos. A tentativa de explicar um problema variacional (o braquistócrono) aos estudantes cursando Modelagem revelou-se infrutífera nas diversas tentativas que realizamos, pois problema e técnica de resolução (cálculo variacional) revelaram-se por demais abstratas, exigindo, inclusive, várias etapas onde o fluxo da explicação é reverso (com explicado na quarta seção).

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PEDAGÓGICAS

As ferramentas informáticas, em especial os programas de simulação, passaram a fazer parte integrante do processo de modelagem, em vista da resolução do problema de engenharia proposto. As hipóteses simplificadoras são controladas pela possibilidade de cálculo e pela precisão obtida na solução final, tendo seu significado fornecido pelos objetivos do problema. Modelos mais complexos e/ou mistos passam a ser utilizados para o projeto, mesmo sem permitir resoluções analíticas completas – as seqüências argumentativas aparecendo em função do objetivo final.

Acreditamos que estas novas formas de utilização das ferramentas de simulação e cálculo numérico devem ser levadas aos cursos de graduação de engenharia, introduzidas desde o seu início. Isto permite usar modelos complexos (como definidos anteriormente) já nas disciplinas de ciências da engenharia, tanto para a simulação, quanto para o projeto de soluções a problemas de engenharia, acompanhando a mudança de mentalidade e de metodologias já em curso na engenharia atual. O uso destas ferramentas computacionais exige mudanças pedagógicas profundas, tanto quanto aos objetivos do curso e das disciplinas, quanto às táticas pedagógicas utilizadas. Exemplos foram dados ao longo deste artigo, mas a essência é a mudança da atitude do professor e da forma de questionamento dos alunos.

Uma vantagem desta mudança é a maior facilidade em tratar problemas mais realistas, chegando à resolução de problemas de engenharia, idealizados no início, ou de forma mais concreta já no Ciclo Profissional. Além de aproximar o estudante da realidade profissional, esta referência a problemas do mundo da vida do estudante estabelece significados e trazem relevância aos modelos e algoritmos em estudo. O que é necessário para a sua fixação e posterior abstração e generalização.

Finalmente, a avaliação passa a depender muito mais da eficácia e eficiência da solução apresentada que do método empregado para obtê-la. O estudante não se sente mais diante de hipóteses “arbitrárias” ou do uso de um arsenal matemático postulado pelo professor: o processo de modelagem ganha um significado fornecido pelo problema de engenharia, e é generalizado ao longo dos problemas propostos em seqüência. Esta metodologia pedagógica tem funcionado bastante bem, com resultados que serão explorados em outro texto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BANKS, J. e CARSON, J. S. **Discrete-event system simulation**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1975.

DA SILVEIRA, M. A. Conceitos, Sentido e Competências: Aplicando o Ensino Concorrente. **Revista Brasileira de Ensino de Engenharia** (ABENGE), v.20, n.2, dez. 2001, pp. 15-25.

DA SILVEIRA, M. A. Questões pedagógicas da modelagem em engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**. Brasília, DF: ABENGE. v. 24, n. 1, p. 11-21, 2005.

DA SILVEIRA, M. A. Sobre representações pragmáticas. In: A. P. Jahn, C. A. de Moura, H. N. Cury, J. A. Fossa, L. M. Carvalho e V.R. Giraldo (org.), **História e Tecnologia no Ensino da Matemática**, volume 2. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007, pp. 277-296.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine**. Berna, Suíça: Peter Lang, 1995.

BRAFITEC. Sumário do Seminário Franco-Brasileiro preparatório para o FORUM BRAFITEC2008. In: **Annales du FORUM BRAFITEC 2008**. Rouen (França): INSA-Rouen, 2008.

DA SILVEIRA, M. A., PARISE, J. A. R., CAMPOS, R. C. Transdisciplinary competences do not fit into one specific discipline: the case of “modeling”. **Proceedings of ICEE-2006 at Puerto Rico**, CDROM. Arlington, USA: INEER, 2006.

DA SILVEIRA, M. A., SCAVARDA DO CARMO, L. C. e SILVA, E. M. **Inovação, engenharia e produção de conhecimento**. Em publicação. 2008.

LA RECHERCHE. Le défi climatique, **Les Dossiers de La Recherche**, n. 31, maio 2008.

PALMEIRA, C. F. B. e DA SILVEIRA, M. A. Le cours de calcul à la PUC-Rio. In: **Anales du FORUM BRAFITEC 2008**. No prelo, 2008.

PENNA FRANCA, L. B. **Controle advectivo dos níveis de OD e DBO no rio Paraíba do Sul**. Trabalho de Fim de curso, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, 1976.

SEAGER, R. Gulf Stream, un rôle surestimé. Le défi climatique, **Les Dossiers de La Recherche**, n. 31, maio 2008, p. 22-27.

SHANON, R. A. **Systems simulation: the art and the science**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1975.

STEWART, J. **Cálculo** - 5a edição, 2 volumes. São Paulo: Thomson, 2006.

WONHAM, W. M. **Linear multivariable control**. Berlin: Springer, 1974.

A NEW PEDAGOGY FOR MODELING IN ENGINEERING COURSES

Abstract: *It is showed that the present computational tools (simulation, numerical resolution of differential equations, formal resolution of algebraic equations, formal calculations of differentials and integrals) did change complex systems modeling, in such form that models including empirical functions and numerical modules are been used for projecting solution for engineering problems. We sustain that this vision should be used from the engineering course begining. Same examples of application for that methodology are showed and analized by the use of a pedagogical conceptualization developped in the text.*

Key-words: *Engineering education, Mathematical models, Numerical simulations, Project based learning, Pedagogy for mathematics*