

## **DESENVOLVIMENTO DE MATERIAL MULTIMÍDIA PARA DIMENSIONAMENTO DE VIGAS À FLEXÃO SIMPLES, AO ESFORÇO CORTANTE E À TORÇÃO**

**Lidiane Faccio** – lfaccio@gmail.com

TQS Informática Ltda.

Rua dos Pinheiros, 706, casa 2

CEP 05422-001– São Paulo - SP

**Paulo Sérgio dos Santos Bastos** – pssbastos@yahoo.com.br

UNESP, Departamento de Engenharia Civil

Av. Luiz Edmundo Coube, 14-01

17033-360 – Bauru/SP

***Resumo:** O ensino com auxílio de aplicativos computacionais de multimídia interativa, como material complementar no aprendizado da Engenharia de Estruturas, vem sendo empregado com êxito, tornando o aprendizado mais fácil, rápido e eficiente, com melhor visualização e compreensão de várias situações teóricas importantes. Neste trabalho são apresentados quatro aplicativos (programas) computacionais desenvolvidos para o dimensionamento de vigas de Concreto Armado, de seções retangulares e T, à flexão simples, ao esforço cortante e à torção, segundo a formulação contida na NBR 6118/03. Os aplicativos, acessados via internet, têm fácil interatividade e permitem verificar rapidamente como e com qual intensidade cada variável interfere nos dimensionamentos. Exemplos numéricos são apresentados para ilustrar o funcionamento e os resultados que são obtidos. Com a sua utilização, espera-se facilitar a aprendizagem dos alunos, levando-os a uma melhor compreensão dos problemas.*

***Palavras-chave:** viga, flexão simples, esforço cortante, torção, multimídia interativa.*

### **1 INTRODUÇÃO**

Com a evolução do ensino as novas tecnologias utilizando recursos de multimídia vêm cada vez mais sendo usadas no ensino da Engenharia, e têm alcançado resultados bastante positivos, tanto no Brasil como em outros países (FERNANDES & BITTENCOURT, 2001). Segundo ASSIS & BITTENCOURT (2002), os aplicativos educacionais multimídia vêm ajudando alunos e professores a tornarem o aprendizado mais fácil, rápido e eficiente.

Em função da forte presença da internet e das novas tecnologias computacionais, o ensino de Engenharia não pode prescindir dessas novas ferramentas. E o avanço da informática abre grande leque de possibilidades para a Educação, tornando necessário o desenvolvimento de pesquisas. Diversos estudos demonstram que a utilização das novas tecnologias de

informação e comunicação traz uma significativa contribuição para as práticas escolares (VIEIRA, s/d).

Um dos principais problemas encontrados na aprendizagem dos alunos de Engenharia Civil é a dificuldade deles visualizarem os fenômenos ligados ao comportamento, dimensionamento e detalhamento final das estruturas de Concreto Armado, pois a forma tradicional de ensino não é suficiente para que possam aprender os conceitos necessários (CALIXTO et al., 2004).

Visando contornar os problemas citados e com a finalidade de complementar o ensino apresentado segundo as suas particularidades no curso de Engenharia Civil da UNESP, em Bauru/SP, foram desenvolvidos cinco aplicativos (programas) computacionais para servirem de apoio no ensino das disciplinas de Concreto Armado, de modo a torná-las mais atraentes e para aumentar a motivação dos alunos. Os aplicativos encontram-se disponíveis no endereço [www.feb.unesp.br/pbastos](http://www.feb.unesp.br/pbastos).

Especificamente nos cálculos de dimensionamento de seções submetidas à flexão simples, ao esforço cortante e à torção, a quantidade de variáveis intervenientes é muito grande, e qualquer mudança em uma delas influencia a quantidade de armadura necessária. Geralmente o Professor não dispõe de tempo suficiente para mostrar, em sala de aula, as mudanças ocorridas, isto é, a influência de cada variável no problema. Neste sentido, os aplicativos computacionais interativos desenvolvidos facilitarão ao aluno a exploração e visualização imediata da influência das variáveis, e por isso a formulação teórica utilizada é visualizada junto com os resultados apresentados.

Ainda hoje no Brasil existem poucos aplicativos computacionais desenvolvidos para o ensino de Estruturas, onde podem ser citados CALIXTO et al. (2004) e MENEZES & LONGO (2001), que desenvolveram recursos para cálculo de seções de vigas à flexão simples e ao esforço cortante, CARBONE et al. (2005) com programa para cálculo de pórtico plano, FERREIRA et al. (s/d) com dimensionamento de estruturas metálicas, KAEFER (2000) com cálculo de pórticos planos, NISKIER (2004) com projeto de vigas de Concreto Armado, FERNANDES & BITTENCOURT (2001) com flexão composta normal e oblíqua, ASSIS & BITTENCOURT (2002) com ensino de estruturas em Concreto Armado e Protendido.

Na área de Engenharia Elétrica há aplicativos desenvolvidos por GONÇALVES et al. (2002), CARDOSO (2000) na medicina, AMARAL et al. (s/d) em geometria dinâmica. No mundo inteiro há vários materiais multimídias em diversas áreas, como o laboratório virtual para o reforço no aprendizado em concreto para pós-graduação e graduação de JIANG et al. (2002), de WYATT et al. (2001) o laboratório virtual em 3D para ensaios de solos.

## **2 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO SIMPLES**

A formulação para o dimensionamento de vigas de Concreto Armado à flexão simples, bem como as formulações dos itens seguintes, apresentadas a seguir de modo sucinto, tomam como base àquelas apresentadas em BASTOS (2006).

### **2.1 Seção Retangular com Armadura Simples**

Define-se por seção com armadura simples a seção que contém apenas a armadura tracionada, sendo a área de concreto comprimido suficiente para resistir às tensões de compressão, sem a necessidade de se acrescentar armadura na região comprimida. O momento fletor resistente de cálculo ( $M_d$ ) é dado pela equação seguinte, relativa à área de concreto comprimido:

$$M_d = 0,68b_w \cdot x \cdot f_{cd} (d - 0,4x) \quad (1)$$

onde:  $b_w$  = largura da seção retangular;  
 $x$  = posição da linha neutra;  
 $f_{cd}$  = resistência de cálculo do concreto à compressão;  
 $d$  = altura útil.

A área de armadura longitudinal tracionada, que equilibra a área de concreto comprimido, é dada por:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} (d - 0,4x)} \quad (2)$$

No problema comum de dimensionamento do dia a dia do Engenheiro Estrutural, com a Equação (1) determina-se a posição  $x$  da linha neutra, e comparando  $x$  com os valores  $x_{2lim}$  ( $0,26d$ ) e  $x_{3lim}$  ( $0,63d$  para o aço CA-50) define-se qual o domínio de cálculo em que a seção se encontra (2, 3 ou 4). Nos domínios 2 ou 3 a tensão na armadura tracionada ( $\sigma_{sd}$ ) é igual à máxima tensão possível, isto é,  $f_{yd}$ .

Se resultar o domínio 4 alguma medida deve ser tomada, pois não se deve dimensionar uma viga neste domínio. Quando este domínio ocorre, uma das soluções mais adotadas é o dimensionamento da seção com armadura dupla, como se verá adiante.

Definidos  $x$ ,  $\sigma_{sd}$  e os domínios 2 ou 3, calcula-se a área de armadura tracionada ( $A_s$ ) com a Equação (2). Porém, com o intuito de melhorar a ductilidade das estruturas nas regiões de apoio das vigas ou de ligações com outros elementos estruturais, a NBR 6118/03 (item 14.6.4.3) impõe que a posição da linha neutra  $x$  obedeça os seguintes limites:

- a)  $\beta_x = x/d \leq 0,50$  para concretos C35 ou de menor resistência ( $f_{ck} \leq 35$  MPa); ou
- b)  $\beta_x = x/d \leq 0,40$  para concretos superiores ao C35 ( $f_{ck} > 35$  MPa). (3)

Com esses limites a norma deseja aumentar a capacidade de rotação das vigas nas regiões de apoio ou de ligação com outros elementos estruturais, ou seja, deseja aumentar a ductilidade, que é a capacidade do elemento ou material deformar-se mais até a ruptura. No entanto, nas seções ao longo dos vãos das vigas, não ocorrendo ligação com outros elementos, não será necessário limitar a posição da linha neutra aos valores da Equação (3).

## 2.2 Seção Retangular com Armadura Dupla

Define-se seção com armadura dupla a seção que, além da armadura longitudinal tracionada, contém também armadura longitudinal resistente na região comprimida.

A armadura dupla é um artifício que permite dimensionar as seções cujas deformações encontram-se no domínio 4, sem que haja a necessidade de se alterar algum dos parâmetros inicialmente adotados. A seção com armadura dupla surge como solução ao dimensionamento anti-econômico e contra a segurança (ruptura frágil, sem aviso prévio) proporcionado pelo domínio 4.

Este domínio é evitado alterando-se a posição da linha neutra para o limite entre os domínios 3 e 4, ou seja, fixando-se a linha neutra em  $x_{3lim}$ . Desse modo, aproveita-se a máxima seção comprimida possível dentro do domínio 3. Ao se fazer assim, a área de concreto comprimido não mais considerada para a resistência da seção é “compensada” pelo acréscimo de uma armadura longitudinal próxima à borda comprimida, que irá auxiliar o concreto no trabalho de resistência às tensões de compressão.

Por outro lado, os novos limites impostos pela NBR 6118/03 (item 14.6.4.3) para a posição da linha neutra, como apresentados na Equação (3), são também motivos de utilização da armadura dupla. Quando a linha neutra excede os limites impostos, ao invés de se

aumentar a altura da seção, por exemplo, é possível mantê-la aplicando uma armadura na região comprimida da seção.

Na maioria dos casos da prática a necessidade de armadura dupla surge nas seções de apoios intermediários das vigas contínuas, submetidas a momentos fletores negativos. Como esses momentos fletores negativos são significativamente maiores que os momentos fletores positivos nos vãos, eles requerem seções transversais com alturas bem maiores que os momentos positivos, e manter a altura constante nos vãos em função dos momentos negativos aumenta o custo das vigas, pois se na seção de apoio a altura escolhida pode ser a ideal, nas seções dos vãos a altura resulta exagerada. Como uma solução para o problema pode ser escolhida uma altura para a viga que resulte em armadura dupla nas seções de apoio, de tal forma a evitar o domínio 4 e atender os limites estabelecidos na Equação (3).

Para uma seção transversal que resulte no domínio 4 ou onde os limites impostos na Equação (3) sejam ultrapassados, para o dimensionamento da seção com armadura dupla o procedimento é o apresentado a seguir, iniciando-se com o cálculo de  $M_{1d}$ :

$$M_{1d} = 0,68b_w x f_{cd} (d - 0,4x) \quad (4)$$

O valor de  $x$  a ser colocado na Equação (4) pode assumir infinitos valores. No entanto, é comum adotar-se um dos seguintes:

a)  $x = x_{3lim}$  (0,77d para o aço CA-25, 0,63d para CA-50 e 0,59d para CA-60) nas seções que não sejam apoio da viga nem de ligação com outros elementos estruturais;

b)  $x = 0,5d$  para concretos até C35 nas seções de apoio da viga ou de ligação com outros elementos estruturais;

c)  $x = 0,4d$  para concretos de classes acima do C35 nas seções de apoio da viga ou de ligação com outros elementos estruturais.

Determinada a primeira parcela  $M_{1d}$  do momento fletor total, pode-se calcular a segunda parcela:

$$M_{2d} = M_d - M_{1d} \quad (5)$$

A armadura comprimida  $A'_s$  é calculada com:

$$A'_s = \frac{M_{2d}}{\sigma'_{sd} (d - d')} \quad (6)$$

A armadura total tracionada é a soma das parcelas  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$ :

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (7)$$

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{\sigma_{sd} (d - 0,4x)} \quad (8)$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{\sigma_{sd} (d - d')} \quad (9)$$

onde:  $A_{s1}$  = parcela da armadura tracionada  $A_s$  que equilibra o momento fletor resistente proporcionado pela área de concreto comprimido com altura  $x$ ;

$A_{s2}$  = parcela da armadura tracionada  $A_s$  que equilibra o momento fletor resistente proporcionado pela armadura comprimida  $A'_s$ .

## 2.3 Seção T

A seção T é assim chamada porque a seção da viga tem a forma geométrica de um T, sendo composta pela nervura e pela mesa, que pode estar parcial ou totalmente comprimida. Pode ser do tipo pré-moldada ou moldada no local, no caso de vigas retangulares que, com o trabalho conjunto com as lajes maciças vizinhas, originam uma seção fictícia em forma de T.

No estudo das seções T com a utilização do diagrama retangular simplificado com altura  $0,8x$  observa-se a existência de dois casos, em função da posição da linha neutra na seção transversal.

### a) $0,8x \leq h_f$

No caso de se considerar o diagrama retangular simplificado, quando a altura  $0,8x$  do diagrama é menor ou igual à altura da mesa, isto é,  $0,8x \leq h_f$ , a seção  $A'_c$  sob tensões de compressão é retangular, com área  $b_f \cdot 0,8x$ . Quando assim ocorre, o cálculo da viga seção T pode ser feito como se a seção fosse retangular, porém, com largura  $b_f$  (seção  $b_f \cdot h$ ) ao invés de  $b_w$ , aplicando-se as mesmas equações já desenvolvidas para a seção retangular com armadura simples.

Assim pode ser feito porque o concreto na região tracionada não é considerado no dimensionamento, e para a flexão não importa a sua inexistência em parte da área tracionada.

### b) $0,8x > h_f$

Quando  $0,8x > h_f$  ocorre, a área da seção comprimida é diferente de uma seção retangular. Por isso não é possível aplicar a formulação já desenvolvida para a seção retangular, e uma nova formulação deve ser desenvolvida e aplicada.

Na maioria dos casos o cálculo de dimensionamento das vigas seção T recai no caso onde  $0,8x \leq h_f$  e a seção é calculada como se fosse retangular com seção  $b_f \cdot h$ . O caso onde  $0,8x > h_f$  não é comum e pouco ocorre na prática. No entanto, se ocorrer, nos problemas de dimensionamento a primeira variável a ser calculada é a parcela  $M_{1d}$ :

$$M_{1d} = (b_f - b_w) h_f 0,85 f_{cd} (d - 0,5h_f) \quad (10)$$

A segunda parcela do momento fletor total é:

$$M_{2d} = M_d - M_{1d} \quad (11)$$

A posição  $x$  da linha neutra da seção T sai da equação:

$$M_{2d} = 0,68 b_w x f_{cd} (d - 0,4x) \quad (12)$$

Conhecendo  $x$  determina-se em qual domínio a seção T se encontra. Se resultar domínios 2 ou 3 a área de armadura total deve ser calculada com as equações:

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{\sigma_{sd} (d - 0,5h_f)} \quad (13)$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{\sigma_{sd}(d - 0,4x)} \quad (14)$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (15)$$

## 2.4 Implementação dos Aplicativos Computacionais para a Flexão Simples

Para a concepção e implementação dos aplicativos (programas) computacionais foi utilizado o programa Macromedia Flash MX Professional 2004, apropriado para animações em duas dimensões. O aplicativo seguinte, bem como os demais, podem ser utilizados acessando-se o endereço [wwwp.feb.unesp.br/pbastos](http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos).

O aplicativo consiste de uma “tela” interativa, onde o aluno preenche os dados de entrada dentro das caixas e, ao pressionar o botão Executar, o aplicativo apresenta os resultados numéricos dos cálculos efetuados e uma Memória de Cálculo simplificada. O diagrama de deformações também é apresentado, e por simplicidade a deformação de encurtamento na fibra mais comprimida ( $\varepsilon_{cd}$ ) é sempre mostrada no lado superior, mesmo para momento fletor negativo. Valores decimais devem ser separados por ponto e o momento fletor deve ser digitado em módulo.

A Figura 1 mostra a “tela” de apresentação do aplicativo para cálculo de vigas de seção retangular, onde devem ser digitados os dados de entrada. A Figura 2 mostra os resultados calculados para uma seção retangular e a Figura 3 para uma seção T.

NBR 6118/03 - Flexão Simples - Dimensionamento de Seções Retangulares

Seção Transversal da Viga	Dados Geométricos
<p>Ilustração para M*</p>	h = <input type="text"/> cm bw = <input type="text"/> cm d = <input type="text"/> cm d' = <input type="text"/> cm
<b>Concreto:</b> f <sub>ck</sub> = <input type="text"/> MPa    γ <sub>c</sub> = <input type="text"/>	
<b>Aço:</b> <input type="radio"/> CA-25 <input checked="" type="radio"/> CA-50 <input type="radio"/> CA-60    γ <sub>s</sub> = <input type="text"/>	
<b>Momento Fletor Solicitante:</b> M <sub>k</sub> = <input type="text"/> kN.cm    γ <sub>f</sub> = <input type="text"/>	
A seção transversal é de apoio ou de ligação com outros elementos estruturais? <input checked="" type="radio"/> Sim <input type="radio"/> Não	
<input type="button" value="Executar"/>	

Lidiane Faccio - UNESP/Bauru

Figura 1 - Tela de apresentação do aplicativo computacional para cálculo de vigas de seção retangular à flexão simples.

## NBR 6118/03 - Flexão Simples - Dimensionamento de Seções Retangulares

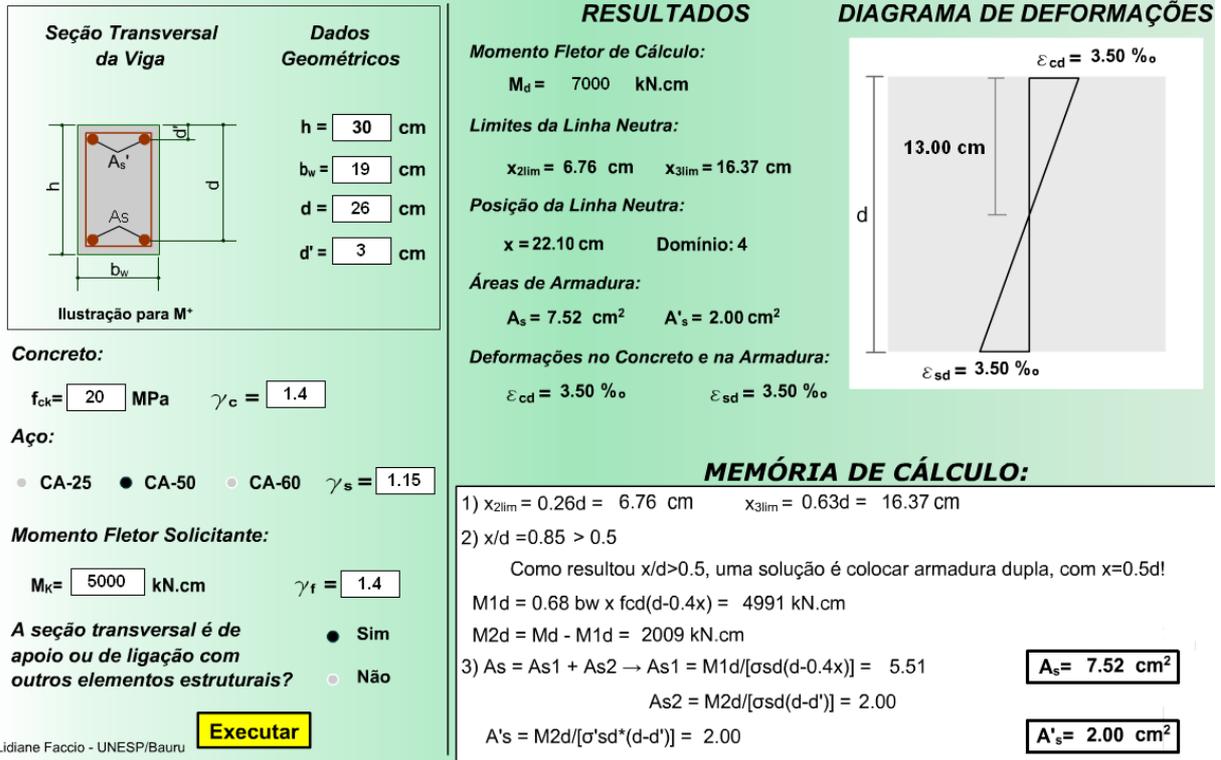


Figura 2 - Resultados apresentados pelo aplicativo no dimensionamento de uma seção retangular com armaduras dupla.

## NBR 6118/03 - Flexão Simples Seção "T" - Dimensionamento

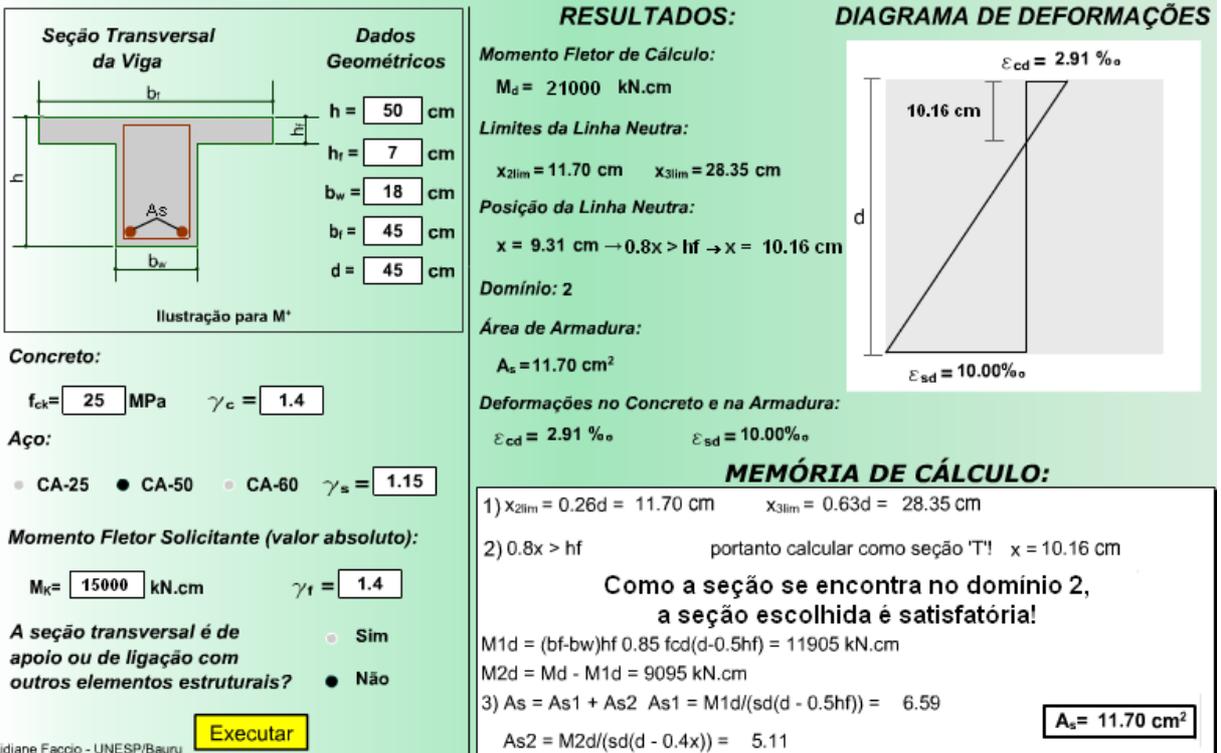


Figura 3 – Resultados apresentados pelo aplicativo computacional no dimensionamento de uma seção T com armadura simples.

### 3 DIMENSIONAMENTO À FORÇA CORTANTE

A formulação para o dimensionamento de vigas ao esforço cortante, apresentada a seguir, toma como base àquela apresentada em BASTOS (2006).

A nova metodologia apresentada na NBR 6118/03, embora continue considerando a analogia de treliça, em alguns aspectos difere significativamente daqueles constantes da NB1/78, como os novos valores adotados para a parcela  $V_c$  da força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça, a resistência do concreto à compressão para região fissurada ( $f_{cd2}$ ), constante no código MC-90 do CEB-FIP (1991), e a consideração da nova sistemática para verificação do rompimento das diagonais comprimidas, por meio da força cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd2}$ ) em substituição à tensão de cisalhamento última ( $\tau_{wu}$ ).

De modo geral, a nova metodologia segue o MC-90 do CEB-FIP (1991) e o Eurocode 2 (1992), com algumas modificações e adaptações. Uma das principais inovações está na possibilidade de se poder considerar inclinações variáveis para as diagonais comprimidas (bielas de compressão), com  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .

A NBR 6118/03 admite como hipótese básica a analogia com o modelo de treliça, de banzos paralelos, associada a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural e traduzidos por uma componente adicional  $V_c$ .

O projeto do elemento estrutural à força cortante é sugerido com base em dois modelos de cálculo, chamados Modelos de Cálculo I e II. No Modelo de Cálculo I a treliça é a clássica, com ângulo  $\theta$  de  $45^\circ$  e no Modelo de Cálculo II a treliça é a generalizada, com  $\theta$  podendo variar de 30 a  $45^\circ$ .

#### 3.1 Modelo de Cálculo I

No Modelo de Cálculo I a NBR 6118/03 (item 17.4.2.2) adota a treliça clássica, ao admitir o ângulo  $\theta$  de  $45^\circ$  para as diagonais comprimidas de concreto (bielas de compressão), e a parcela complementar  $V_c$  tem valor constante, independentemente da força cortante  $V_{Sd}$ . A máxima força cortante que pode atuar numa viga é:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d (1 + \cot g \alpha) \quad (16)$$

com  $\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$  ( $f_{ck}$  em MPa).

Portanto, conforme a Equação (16), para não ocorrer o esmagamento das diagonais comprimidas deve-se ter  $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$ .

A parcela do esforço cortante a ser resistida pela armadura transversal é dada por:

$$V_{sw} = V_{Sd} - V_c \quad (17)$$

A parcela  $V_c$  referente à parte da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao de treliça é definida para a flexão normal simples como:

$$V_c = V_{c0} = 0,6 f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (18)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot 0,3}{\gamma_c} \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (19)$$

com  $f_{ck}$  em MPa. A área de armadura transversal será:

$$\frac{A_{sw,\alpha}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 d \cdot f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (20)$$

onde  $f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \leq 435$  MPa. A inclinação dos estribos deve obedecer à condição

$45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ . É importante observar que  $\frac{A_{sw}}{s}$  é a armadura transversal por unidade de comprimento da viga e  $A_{sw}$  é a área total do estribo, contando todos os ramos verticais existentes.

### 3.2 Modelo de Cálculo II

No Modelo de Cálculo II a NBR 6118 (2003) admite que o ângulo de inclinação das diagonais de compressão ( $\theta$ ) varie livremente entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  e que a parcela complementar  $V_c$  sofra redução com o aumento de  $V_{Sd}$ .

A máxima força cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd2}$ ) é dada por:

$$V_{Rd2} = 0,54 \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin^2 \theta (\cot g \alpha + \cot g \theta) \quad (21)$$

Para não ocorrer o esmagamento das diagonais comprimidas deve-se ter  $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$ .

A parcela  $V_{sw}$  do esforço cortante a ser resistida pela armadura transversal é  $V_{sw} = V_{Sd} - V_c$ .

A parcela  $V_c$  referente à parte da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao de treliça é definida para a flexão normal simples como  $V_c = V_{c1}$ , onde a seguinte lei de variação para  $V_{c1}$  deve ser considerada:

$$\begin{aligned} V_{c1} &= V_{c0} \rightarrow \text{para } V_{Sd} \leq V_{c0} \text{ , e} \\ V_{c1} &= 0 \rightarrow \text{para } V_{Sd} = V_{Rd2} \end{aligned}$$

interpolando-se os valores intermediários de  $V_{c1}$  de maneira inversamente proporcional ao acréscimo de  $V_{Sd}$ . Assim, para  $V_{Sd}$  entre  $V_{c0}$  e  $V_{Rd2}$ ,  $V_{c1}$  assume o valor:

$$V_{c1} = V_{c0} \frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \quad (22)$$

A área de armadura transversal será:

$$\frac{A_{sw,\alpha}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 d \cdot f_{ywd} (\cot g \alpha + \cot g \theta) \sin \alpha} \quad (23)$$

com  $f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{f_{yk}}{1,15} \leq 435 \text{ MPa}$ . A inclinação dos estribos deve obedecer à condição  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

### 3.3 Implementação do Aplicativo para o Esforço Cortante

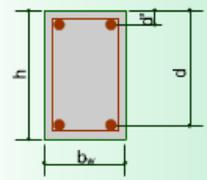
A Figura 4 mostra a “tela” do aplicativo computacional para o dimensionamento de vigas de seção retangular à força cortante. Do lado esquerdo da “tela” encontram-se as caixas para entrada de dados e do lado direito são apresentados os resultados calculados, após o acionamento do botão “Executar”.

O aplicativo é interativo via internet, e o aluno pode alterar qualquer dado de entrada, verificando instantaneamente as alterações ocorridas nos resultados.

A Figura 5 mostra os resultados apresentados pelo aplicativo para um exemplo de dimensionamento de viga, mostrados no lado direito da “tela”.

NBR 6118/03 - Dimensionamento de Seção Retangular ao Esforço Cortante

**Seção Transversal da Viga**



**Dados Geométricos**

h =  cm

b<sub>w</sub> =  cm

d =  cm

d' =  cm

**Concreto:**

f<sub>ck</sub> =  MPa    γ<sub>c</sub> =

**Aço:**

CA-25     CA-50     CA-60    γ<sub>s</sub> =

**Esforço Cortante Solicitante (valor absoluto):**

V<sub>k</sub> =  kN    γ<sub>f</sub> =

**Modelo de cálculo para α = 90° :**

Modelo I → θ = 45°

Modelo II → θ = ° (30° ≤ θ ≤ 45°)

Lidiane Faccio - UNESP/Bauru

Figura 4 - Tela de apresentação do aplicativo computacional para cálculo de vigas à força cortante.

## 4 DIMENSIONAMENTO À TORÇÃO

A NBR 6118 (2003) pressupõe “*um modelo resistente constituído por treliça espacial, definida a partir de um elemento estrutural de seção vazada equivalente ao elemento estrutural a dimensionar. As diagonais de compressão dessa treliça, formada por elementos de concreto, têm inclinação que pode ser arbitrada pelo projeto no intervalo de  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$* ”. Esse modelo é o da treliça espacial generalizada, onde o projetista tem a liberdade de escolher o ângulo de inclinação das bielas de compressão, que deve ser o mesmo adotado no dimensionamento da viga à força cortante.

No caso de seções poligonais convexas cheias, a seção vazada equivalente terá a espessura da parede equivalente ( $h_e$ ) dada por:

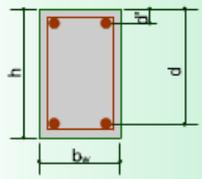
$$h_e \leq \frac{A}{u} \quad h_e \geq 2 \cdot c_1 \quad (24)$$

onde:  $A$  = área da seção cheia;

$u$  = perímetro da seção cheia;

$c_1$  = distância entre o eixo da barra longitudinal do canto e a face lateral do elemento estrutural.

**NBR 6118/03 - Dimensionamento de Seção Retangular ao Esforço Cortante**

Seção Transversal da Viga	Dados Geométricos	RESULTADOS
	<p><math>h = 50</math> cm</p> <p><math>b_w = 12</math> cm</p> <p><math>d = 46</math> cm</p> <p><math>d' = 4</math> cm</p>	<p><b>Esforço Cortante de Cálculo:</b></p> <p><math>V_{sd} = 140</math> kN</p> <p><b>Força Cortante Resistente Máxima de Cálculo:</b></p> <p><math>V_{Rd2} = 170</math> kN      <math>V_{sd} &lt; V_{Rd2}</math></p> <p><b>Área de Armadura Transversal Mínima (Estribo a 90°):</b></p> <p><math>A_{sw,min} \geq 1.06</math> cm<sup>2</sup>/m</p> <p><b>Área de Armadura Transversal Calculada:</b></p> <p><math>A_{sw,90} = 4.22</math> cm<sup>2</sup>/m    <math>A_{sw,90} &gt; A_{s,min}</math>, portanto: <math>A_{sw,90} = 4.22</math> cm<sup>2</sup>/m</p>
<p><b>Concreto:</b></p> <p><math>f_{ck} = 20</math> MPa    <math>\gamma_c = 1.4</math></p> <p><b>Aço:</b></p> <p>CA-25    CA-50    CA-60    <math>\gamma_s = 1.15</math></p> <p><b>Esforço Cortante Solicitante (valor absoluto):</b></p> <p><math>V_k = 100</math> kN    <math>\gamma_f = 1.4</math></p> <p><b>Modelo de cálculo para <math>\alpha = 90^\circ</math>:</b></p> <p>Modelo I <math>\rightarrow \theta = 45^\circ</math></p> <p>Modelo II <math>\rightarrow \theta = 30^\circ</math> (<math>30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ</math>)</p> <p style="text-align: center; background-color: yellow; border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 10px;">Executar</p>		<p><b>MEMÓRIA DE CÁLCULO:</b></p> <p>1) Verificação da compressão nas bielas:  <math>V_{sd} &lt; V_{Rd2} = 170</math> kN, assim não ocorrerá esmagamento nas bielas!</p> <p>2) Cálculo da armadura transversal:  <math>V_{cd} = 36.60</math> kN    <math>V_c = 8.23</math> kN (Flexão simples)    <math>V_{sw} = V_{sd} - V_c = 131.77</math> kN  <math>A_{sw,min} = (20 \cdot f_{ctm} / f_{yk}) \cdot b_w = 1.06</math>  <math>A_{sw,90} = V_{sw} / (0.9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \sin \alpha) = 4.22</math></p> <p style="text-align: center;"><math>A_{sw,90} &gt; A_{s,min}</math>, portanto: <math>A_{sw,90} = 4.22</math> cm<sup>2</sup>/m</p>

Lidiane Faccio - UNESP/Bauru

Figura 5 – Resultados apresentados pelo aplicativo no dimensionamento da armadura transversal ao esforço cortante.

O máximo momento de torção que uma seção pode resistir, sem que ocorra o esmagamento das diagonais comprimidas é:

$$T_{Rd,2} = 0,50 \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot A_e \cdot h_e \cdot \sen 2 \theta \quad (25)$$

com:  $\alpha_{v2} = 1 - (f_{ck}/250)$ ,  $f_{ck}$  em MPa;

$\theta$  = ângulo de inclinação das diagonais de concreto, arbitrado no intervalo  $30 \leq \theta \leq 45^\circ$ ;

$A_e$  = área limitada pela linha média da parede da seção vazada, real ou equivalente, incluindo a parte vazada;

$h_e$  = espessura equivalente da parede da seção vazada, real ou equivalente, no ponto considerado.

A área da armadura transversal para torção é:

$$\frac{A_{s,90}}{s} = \frac{T_{Sd}}{2 A_e \cdot f_{ywd}} \operatorname{tg} \theta \quad (26)$$

onde:  $A_{s,90}$  = área de um ramo do estribo vertical;  
 $f_{ywd}$  = resistência de cálculo do aço da armadura, limitada a 435 MPa.

A área da armadura longitudinal para torção é:

$$\frac{A_{s\ell}}{u_e} = \frac{T_{Sd}}{2 A_e \cdot f_{ywd} \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (27)$$

onde:  $A_{s\ell}$  = soma da área das barras longitudinais;  
 $u_e$  = perímetro da área  $A_e$ .

No caso de torção combinada com força cortante a resistência à compressão diagonal no concreto será satisfeita se atendida a expressão:

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} + \frac{T_{Sd}}{T_{Rd2}} \leq 1 \quad (28)$$

#### 4.1 Implementação do Aplicativo para a Torção

A Figura 6 mostra a apresentação do aplicativo computacional desenvolvido para dimensionamento de vigas de seção retangular à torção. No lado esquerdo estão as entradas de dados e ao lado direito são mostrados os resultados obtidos, quando acionado o botão “**Executar**”. Além do dimensionamento à torção, neste aplicativo, em particular, a seção retangular também é dimensionada ao esforço cortante e à flexão simples, como mostrado na Figura 7.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foram apresentados quatro aplicativos interativos multimídia, para o dimensionamento de seções retangulares de Concreto Armado submetidas à flexão simples, ao esforço cortante e à torção, segundo os critérios prescritos pela NBR 6118/03. Os aplicativos contêm notas explicativas, gráficos e memória de cálculo, visando serem didáticos para facilitar a compreensão por parte dos alunos iniciantes.

Os aplicativos configuram-se num recurso adicional que pode auxiliar o aprendizado desses tópicos nas disciplinas de Concreto Armado dos cursos de Engenharia Civil, possibilitando um ambiente onde os alunos podem aprofundar o que aprenderam em sala de aula, despertando motivação e interesse pelos assuntos tratados, pois o objetivo não é eliminar o sistema de ensino em sala de aula, mas sim criar alternativas complementares para o auxiliar o professor e potencializar o aproveitamento do aluno.

### *Agradecimentos*

Os autores agradecem à FAPESP (FUNDAÇÃO DE AMPARO À PESQUISA DO ESTADO DE SÃO PAULO) pela bolsa de Iniciação Científica concedida.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMARAL, E. S.; MENESES, M. I. A.; SANTANA, J. R.; BORGES, H.N. **TeleJava/Geometria: O desenvolvimento de aplicações em geometria dinâmica.** Disponível em <[www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/congressos/congressos-telejava-geometria-o-desenvolvimento-de-aplicacoes.pdf](http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/congressos/congressos-telejava-geometria-o-desenvolvimento-de-aplicacoes.pdf) 7p>, Acesso em janeiro 2006.

ASSIS, W.S.; BITTENCOURT, T.N. **Utilização de Recursos Multimídia no ensino de concreto armado e protendido.** Boletim Técnico, São Paulo, Escola Politécnica - USP, 2002, 19p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto e execução de estruturas de concreto armado**, NB 1. Rio de Janeiro, ABNT, 1978, 76p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, NBR 6118. Rio de Janeiro, ABNT, mar/2003, 221p.

BASTOS, P.S.S. **Flexão normal simples - Vigas.** Disciplina 1288 – Estruturas de Concreto I. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista - UNESP, out/2004, 93p. Disponível em <[www.feb.unesp.br/pbastos](http://www.feb.unesp.br/pbastos)>, Acesso em 02/04/07.

BASTOS, P.S.S. **Dimensionamento de vigas de concreto armado ao esforço cortante.** Disciplina 1309 – Estruturas de Concreto II. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista - UNESP, mar/2006, 55p. Disponível em <[www.feb.unesp.br/pbastos](http://www.feb.unesp.br/pbastos)>, Acesso em 02/04/07.

BASTOS, P.S.S. **Torção em vigas de concreto armado.** Disciplina 1309 – Estruturas de Concreto II. Bauru/SP, Departamento Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista - UNESP, mai/2005, 97p. Disponível em <[www.feb.unesp.br/pbastos](http://www.feb.unesp.br/pbastos)>, Acesso em 02/04/07.

CALIXTO, J.M.F. ; ALMEIDA, G.N.; MAIA, E.V.; RODRIGUES, F. **Concepção e implementação de um ambiente virtual de ensino – Aprendizagem para as disciplinas de concreto armado.** IN: Cobenge 2004–Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, set./2004.

CARBONE, N. ; DUARTE, L.A.F. ; KISCHLAT, R.F. **Emprego da programação orientada a objetos na análise de pórticos planos.** Universidade Federal Vale de Itajaí. 2005, 5p.

CARDOSO, S. H. **TeleJava/Geometria: O desenvolvimento de aplicações em geometria dinâmica.** Disponível em <[www.edumed.net/teleneurociencias/simulacao91d.rtf](http://www.edumed.net/teleneurociencias/simulacao91d.rtf)>, Acesso em janeiro 2006.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **Model Code 1990, MC-90, CEB-FIP, Bulletin D’Information n. 204, Lausanne, 1991.**

EUROPEAN COMMITTEE STANDARDIZATION. **Eurocode 2 – Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings.** London, BSI, 1992.

FERNANDES, K.S.; BITTENCOURT, T.N. **Desenvolvimento de material multimídia para o ensino da flexão composta normal e oblíqua nas estruturas de concreto.** Projeto de Iniciação Científica. São Paulo, Escola Politécnica - USP, Laboratório de Mecânica Computacional, 2001, 9p.

FERREIRA, W. G.; MENEZES, C. S.; FREITAS, M. .S. ; VESCOVI, H. N. **Ambiente didático na Internet de desenvolvimento de estruturas metálicas.** Universidade Federal do Espírito Santo. s/d, 11p.

GONÇALVES, F. A. S.; CANESIN, C. A. **Java applets para um software educacional distribuído em eletrônica de potência.** Disponível em <[www.edumed.net/teleneurociencias/simulacao91d.rtf](http://www.edumed.net/teleneurociencias/simulacao91d.rtf)>, Acesso em janeiro 2006.

KAEFER, L. F. **Desenvolvimento de uma ferramenta gráfica para análise de pórticos de concreto armado.** (Mestrado) - ESCOLA POLITÉCNICA, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000, 158p.

JIANG, H.; KURAMA, Y. C.; FANELLA, D. A. **WWW – Based virtual laboratories for reinforced concrete education.** Civil Engineering and Geological Sciences, University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, 2002. 15p.

MENEZES, J.L.S.; LONGO, H.I. **Curso virtual para o ensino de engenharia.** IN: Cobenge 2001 – Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, set./2001, 7p.

NISKIER, C. M. **Ferramenta gráfico – interativa para o projeto de vigas de edifícios em concreto armado.** (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

VIEIRA, F.M.S. **A utilização das novas tecnologias na educação numa perspectiva construtivista.** 22<sup>a</sup> Superintendência Regional de Ensino de Montes Claros Núcleo de Tecnologia Educacional – MG7 – ProInfo – MEC. Disponível em: <<http://www.proinfo.mec.gov.br/upload/biblioteca/134.zip>> Acesso em: 28 jun. 2007.

WYATT, T. R.; MACARI, E. J.; FROST, J. D. A **geomechanics- based educational software environment**. The 10<sup>th</sup> Internacional Conference of IACMAG, 2001. 8p.

## **APPLETS FOR DESIGN OF BEAMS TO BENDING, SHEAR AND TORSION**

***Abstract:** Education with assistance of software of interactive multimedia (applet), as material complementary in the learning of Structural Engineering, comes being employed with success, becoming the learning most easy, fast and efficient, with better visualization and understanding of some important theoretical situations. This paper presents four applets development in Flash for design of reinforced concrete beams, with both rectangular section and T, subject to flexural moments, shear and torsion, according to Brazilian code NBR 6118/03. The applets are interactive, with access way Internet in [www.feb.unesp.br/pbastos](http://www.feb.unesp.br/pbastos). They are easy to use and allow to verify quickly as and with which intensity each variable intervenes in the design of reinforced concrete beams. Numerical examples are presented to illustrate the functioning and the results obtained. With its use we wait to facilitate to the learning of the students, and to improve the understanding of problems.*

***Key-words:** reinforced concrete beam, bending, shear, torsion, applets.*