Anais do XXXIV COBENGE. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, Setembro de 2006.
ISBN 85-7515-371-4

MODELAÇÃO MATEMÁTICA E O ENSINO DE PROBABILIDADE COM MODELOS CARACTERÍSTICOS DA TEORIA DA CONFIABILIDADE

Heitor Achilles Dutra da Rosa – **heitor_achilles@yahoo.com.br**
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ
Avenida Maracanã, 229 Maracanã
CEP 22271-110 – Rio de Janeiro - RJ

José Luiz Fernandes – **jlfernandes@cefet-rj.br**
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ
Avenida Maracanã, 229 Maracanã
CEP 22271-110 – Rio de Janeiro – RJ

Marcos Oliveira de Pinho – **depinhogalois@aol.com**
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ
Avenida Maracanã, 229 Maracanã
CEP 22271-110 – Rio de Janeiro - RJ

Resumo: *O objetivo deste artigo é discutir aspectos referentes ao processo de ensino-aprendizagem de matemática, em especial, aspectos relacionados à aquisição de conceitos da teoria das probabilidades, considerando a noção de modelação matemática. Acredita-se que esta noção torna-se apropriada e auxilia aqueles que tem como objetivo potencializar esforços que conduzam a construção de uma prática docente peculiar, adequada ao público-alvo a que se dirige. Assim, apresenta-se uma proposta de metodologia de ensino que contemple à formação ampla do indivíduo, que substitui um pensamento que isola e separa por um pensamento que distingue e une, um ensino que atenda a uma educação que tem o papel de servir a um projeto da sociedade como um todo.*

Palavras-chave: *Educação matemática, Modelação Matemática, Modelagem Matemática, Probabilidade e Confiabilidade.*

1. INTRODUÇÃO

Todo processo educacional consiste numa atividade que envolve três elementos principais: aquele que ensina, aquele a quem se ensina, e aquilo que o primeiro ensina ao segundo – conteúdo.

É a utilização de estratégias diversificadas, uma das responsáveis em garantir a qualidade e a eficácia do processo de ensino. Assim, é de fundamental importância desenvolver técnicas e habilidades responsáveis em acompanhar as mudanças delineadas pelo contexto sócio-político-econômico, a fim de entender e conseguir suprir as demandas educacionais da atualidade.

Diante desse desafio é preciso que sejam feitos esforços para evitar a redução do conteúdo escolar à validação pura e simples do conhecimento do senso comum. É preciso ainda, fazer com que o saber escolar se construa a partir do conhecimento do aluno para que não haja conflito entre saber escolar e a realidade do mesmo. Quando se "parte do zero" para fundamentar e aumentar o próprio acervo do conhecimento, na verdade o que se faz é apenas a imposição de uma justaposição de culturas. É impossível partir do zero e anular todos os conhecimentos habituais.

Dentro dessa dinâmica é necessário criar condições que determinam, quase que implicitamente, e que auxiliam a relação entre quem ensina com quem é ensinado no sentido de que cada uma das partes assumir o seu papel dentro desse contexto. Essa relação, que é o contrato didático, deve estabelecer as atribuições desses dois parceiros. Ao aluno cabe assumir a responsabilidade de resolver os problemas propostos, tomando-os como uma causa própria.

A fim de viabilizar todo esse processo educativo voltado para formação, acima de tudo de cidadãos, faz-se necessário estabelecer uma metodologia de ensino caracterizada por uma engenharia didática. Esta metodologia de ensino deve estar preocupada em romper os obstáculos epistemológicos criados e ainda garantir *situações didáticas*[1] que levem a *situações a-didáticas*[2], caracterizando de maneira definitiva uma aprendizagem real e significativa.

2. MODELO, MODELAGEM E MODELAÇÃO MATEMÁTICA

A modelagem matemática, segundo BIENBEMGUT (2002), é a arte de transformar situações do meio circundante em modelos matemáticos. Nesse contexto, esta seção tem como objetivo apresentar uma noção geral sobre modelo matemático, modelagem matemática e modelação matemática.

Historicamente, o termo modelo foi utilizado na matemática no século XIX por Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826 – 1866) e Nikolai Ivanovich Lobachewski (1793 – 1856) ao criar a essência das geometrias não euclidianas. Mas, bem antes da apropriação do termo nota-se a presença de modelos matemáticos muito antes dos trabalhos desenvolvidos por Rimann e Lobachewski, trabalhos que envolviam funções, conjuntos, números naturais, dentre outros.

Segundo DA SILVEIRA (2005), um modelo é uma representação dentro de um *sistema semiótico*[3], cujos elementos permitem expressar formalmente um problema, com seus objetivos, restrições e interesses subjacentes. Dessa forma, a alteração do problema (como por exemplo, aumento da precisão exigida ou a consideração de novas necessidades), pode levar à mudança do modelo.

No meio acadêmico tornou-se comum o uso do termo modelo matemático, que se apresenta atualmente com diversas conotações e algumas poucas definições. Diante disso, consideram-se as seguintes definições encontradas em BIENBEMGUT:

> "Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real, é denominado de modelo matemático". (BIENBEMGUT, 1997 p. 89)

Os modelos matemáticos podem ser reformulados por meio de expressões numéricas ou

---

[1] "Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, e num certo meio, compreendido eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educacional (professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição" (BROSSEAU, 1988)

[2] Uma situação a-didática é aquela que caracteriza determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto por parte do professor.

[3] A noção de sistema semiótico deve-se a Raymond Duval que define dois termos que o caracteriza: sémiosis que corresponde à aprendizagem ou produção de uma representação e noésis que são os atos cognitivos como a aprendizagem conceitual de um objeto, a discriminação de uma diferença ou a compreensão de uma inferência. Assim, um sistema semiótico, é um sistema que considera a conversão de uma representação para obter a solução de uma situação problema.

fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, e outros. Um modelo nem sempre conduz a realidade, uma vez que corresponde a aproximações realizadas para se entender melhor um fenômeno. Contudo, um modelo matemático retrata a visão, ainda que de forma simplificada, de aspectos de uma situação pesquisada.

A tarefa de construção de um modelo matemático não é simples. DAVIS e HERSH (1985), destacam os seguintes objetivos estabelecidos para a construção de um modelo: obter respostas sobre o que acontecerá no mundo físico; influenciar as experimentações ou observações posteriores; promover o progresso e a compreensão conceituais; auxiliar a axiomatização da situação física; e, incentivar a matemática e a arte de fazer modelos matemáticos.

A determinação do tipo de modelo a ser utilizado depende da situação analisada, das variáveis selecionadas e dos recursos disponíveis. Para se chegar ao modelo matemático é preciso antes passar pela modelagem matemática.

Apesar de ter sido aplicada com maior intensidade nas últimas décadas a modelagem não é uma novidade destes dois últimos séculos. O interesse mundial pela modelagem matemática tem sido crescente, e isto se deve principalmente, aos problemas de defesa e situações-problema das indústrias. D´AMBRÒSIO (1986) caracteriza a modelagem matemática pela dinâmica realidade-reflexão sobre a realidade.

Segundo BEAN (2001), a essência da modelagem matemática está no processo de extração de características pertinentes a um objeto ou sistema e isso é feito por meio de hipóteses, aproximações simplificadas e dada por meio de representações matemáticas.

Para BIEMBENGUT (2000), modelagem matemática é o processo envolvido na obtenção de um modelo. Podendo, sob alguns aspectos, ser considerado um processo artístico, pois para elaborar um modelo, além de conhecimento apurado de matemática, o modelador deve ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e senso lúdico para jogar com variáveis envolvidas.

Diante das referências feitas em relação à definição de modelagem matemática pode-se observar que esta, corresponde a um processo que traduz a realidade, a linguagem do mundo real para o mundo matemático. Mas, como é feita essa tradução? BIEMBENGUT (1997), agrupa e identifica esses procedimentos em três etapas caracterizadas da seguinte maneira: a primeira etapa, que consiste na interação com o assunto, é composta pelo reconhecimento da situação problema, familiarização com o assunto a ser modelado – pesquisa, na segunda etapa denominada matematização tem-se primeiro a formulação do problema – hipótese e em seguida a resolução do problema em termos do modelo; nesta etapa deve-se formular e validar as hipóteses e caso seja necessário, classificar as informações, decidir quais os fatores a serem perseguidos, identificar constantes envolvidas, generalizar e selecionar variáveis relevantes, selecionar símbolos apropriados para as variáveis e descrever estas relações em termos matemáticos. O modelo matemático surge na terceira etapa onde ocorre a interpretação da solução do problema, isto é, a validação.

Assim, tem-se que modelagem matemática corresponde à fase de obtenção de um modelo matemático que descreve o comportamento de um sistema físico estudado. Dessa forma a fase de obtenção da solução do modelo matemático através da aplicação de métodos numéricos corresponde a resolução da questão em estudo. Pode-se afirmar então que a modelação matemática é um método que usa a essência da modelagem matemática para ensinar, em cursos que têm programa pré-determinado. Na modelação matemática o mais importante não é a obtenção do modelo, mas a trilha que é seguida, de onde vão originando os conteúdos matemáticos. Em BIEMBENGUT (1997), encontra-se a descrição do método que é composto por três etapas: justificativa do processo, escolha do tema e desenvolvimento do conteúdo.

A justificativa do processo corresponde em expor o interesse no processo de aprendizagem e procura motivar os alunos, com o intuito de despertar voluntariamente o interesse dos mesmos pelo processo, a fim de que possam, a partir de uma motivação prévia, desenvolver ativamente a aprendizagem. Diante disso espera-se que esse desenvolvimento da aprendizagem ocorra de forma que os estudantes tenham consciência de sua postura frente a esse desenvolvimento, ou seja, espera-se que a postura adotada seja a de co-responsáveis pelo ensino-aprendizagem.

Na segunda etapa, professor e aluno devem sugerir temas. Cabe ao professor usar estratégias que facilitem e ajudem os alunos na escolha do tema que deve ser abrangente, motivador e fácil de se obter dados e informações.

A terceira assemelha-se à modelagem, a diferença está no fato de que agora existe um conteúdo programático que deve fluir a partir do tema. Para isso o professor pode levantar situações adequadas para desenvolver o conteúdo programático, ou até mesmo, propor a seus alunos que dêem sugestões do que se possa estudar.

BIEMBENGUT (1997), apresenta um conjunto de procedimentos a serem seguidos pelo professor. Tais procedimentos consistem em propor aos alunos que façam uma breve pesquisa e a partir desta, uma síntese; propor que façam questionamentos sobre o assunto ou sugestões do que se possa estudar; determinar, face ao que o aluno desconhece, o conteúdo matemático a ser desenvolvido e qual a questão a se resolvida primeiro; passar a desenvolver o conteúdo programático; propor, nesse momento, analogias por meio de exemplos, para que o conteúdo não se restrinja ao modelo; solicitar aos alunos que analisem o resultado obtido criticamente, para constatar a validade do modelo.

De acordo com FERREIRA et al (2005) a construção de um modelo somente é possível após a escolha de um problema, que será analisado a fim de que se perceba as suas causas e principais fatos que podem desencadear suas possíveis variações. A escolha desse problema pode ser feita a partir de contextualizações feitas no âmbito da teoria da confiabilidade, por ser esta, uma área própria e característica de vários problemas que se apresentam no contexto de muitos engenheiros.

3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, REPRESENTAÇÕES DA REALIDADE E MODELAGEM

Hoje, a educação procura atribuir à educação matemática um valor muito mais destacado do que a simples memorização, repetição de modelos e automatismos. Dentro dessa nova perspectiva, surge a tentativa de redefinir a função do aspecto formal, que, mesmo tendo sua finalidade metodológica, não representa, por si mesmo, a essência do saber educacional da matemática.

A estratégia didática pautada na resolução de problemas aparece como uma das alternativas, ao lado das noções de aprendizagens por adaptação e teoria das situações didáticas como uma das formas de aprendizagem que atende as demandas da modernidade. Porém, deve-se ter cuidado com o tipo de atividades, isto é, situações-problema que se está interessado em trabalhar com os alunos. As situações-problema adequadas devem ser aquelas que conduzam a interpretações teóricas das situações, onde a riqueza de idéias provenientes do imaginário do aluno resume a busca da solução do problema.

Dentro de uma perspectiva de ensino de matemática voltada para a resolução de problemas, convém destacar ainda que é de fundamental importância que os alunos sintam-se motivados a resolver os problemas que lhes são propostos. Esse é um dos pontos principais para que se possa estabelecer o contrato didático entre professor e aluno. Assim, faz-se necessário que o professor esteja bastante atento ao tipo de problema que irá propor.

Uma prática bastante comum entre muitos professores é propor situações-problema de seu interesse, que eventualmente não é de interesse dos seus alunos. Nos cursos de engenharia é razoável entender que os alunos esperem situações-problema parecidas com a que vão encontrar no mercado de trabalho, situações que estejam dentro de um contexto característico da área que escolheram para seguir.

Embora, muitas vezes o professor esteja ciente dos anseios dos alunos frente às questões propostas, muitos optam em abordar as situações mais clássicas. Porém, repetir exaustivamente esses contextos, acaba desmotivando os alunos frente às situações. Essa repetição de enunciados com o mesmo contexto em grande parte é fruto de dificuldades do professor frente à própria teoria que deve ensinar, acabam comprometendo a qualidade do ensino.

De acordo com GROMOV (1998), muitos matemáticos têm pouca idéia sobre o que está se passando em ciência e engenharia, enquanto que cientistas experimentais e engenheiros muitas vezes não se apercebem das oportunidades oferecidas pelo progresso da matemática pura. Dessa forma, deve-se restaurar o equilíbrio entre esses dois fatores, isto é, trazer mais ciências para educação dos matemáticos e expor os futuros cientistas e engenheiros a matemática central. É preciso surgir uma nova geração de matemáticos profissionais capazes de trafegar entre matemática pura e ciência aplicada. A fertilização cruzada de idéia é crucial para a saída tanto das ciências como da matemática.

D' AMBRÓSIO (2002), destaca a importância das técnicas e idéias matemáticas desenvolvidas nas últimas décadas, essas, devem ser consideradas pelos currículos em todos os graus de ensino. Toda a matemática necessária deve ser desenvolvida nos cursos, sempre fazendo referência ao porque de sua relevância e seu surgimento. As aplicações constituem, para muitos alunos de engenharia, a parte mais atraente da matemática que estudam. Mas, essas devem ser formuladas adequadamente, em termos realísticos, ligados a questões e fatos da vida cotidiana. Neste âmbito as situações-problema devem ter dois aspectos que se complementam e que devem ser também considerados separadamente. Tais aspectos são o global e o local, o genérico e o específico, o macro e o micro, a estratégia e a tática, o planejamento e a execução. De acordo com LIMA (2002), o ensino de matemática deve abranger três componentes fundamentais: *conceituação*, *manipulação* e *aplicação*. A tabela 1 apresenta as características desses componentes.

Tabela 1 – Componentes fundamentais do ensino da matemática

COMPONENTES	CARACTERÍSTICAS
Conceituação	Corresponde a formulação correta e objetiva das definições matemáticas, o enunciado preciso das proposições, a prática do raciocínio dedutivo, a nítida conscientização de que conclusões sempre são provenientes de hipóteses que se admitem, a distinção entre uma afirmação e sua recíproca, o estabelecimento de conceitos diversos e a interpretação e a reformulação de idéias e fatos sob diferentes formas e termos.
Manipulação	Corresponde a habilidade e a destreza no manuseio de equações, fórmulas e construções geométricas elementares, o desenvolvimento de atividades mentais automáticas.
Aplicações	Compreende o emprego de noções e teorias da matemática para obter resultados, conclusões e previsões em situações-problema em várias áreas: científicas, tecnológicas ou sociais.

A prática docente voltada para a resolução de problemas deve incluir o equilíbrio entre os três componentes descritos, sendo este, capaz de conduzir verdadeiramente os alunos a situações a-didáticas.

Nos cursos de engenharia justifica-se a utilização de problemas que estejam ligados ao contexto profissional dos estudantes a fim de estimular o engajamento e o despertar do mesmo pela matemática. Dessa maneira, torna-se apropriada o uso de uma metodologia voltada para a resolução de problemas contextualizados. Estas contextualizações podem ser dadas com o auxílio de problemas característicos da teoria matemática da confiabilidade. Os problemas além de colocar o aluno em contato com possíveis situações reais de seu dia-a-dia enquanto profissionais, permite avaliar de fato conhecimentos matemáticos dos mais diversos, que foram adquiridos ao longo da série em que se encontram e inclusive de outras.

Enunciados bem contextualizados motivam o aluno frente à situação proposta e faz com que o mesmo sinta-se desafiado para buscar a sua própria solução. Nesse processo estão inseridos momentos de assimilação e transposições de idéias, emprego de conceitos, definições, verificação da validade de teoremas, axiomas, bem como o despertar do senso crítico na busca da melhor estratégia que soluciona o problema.

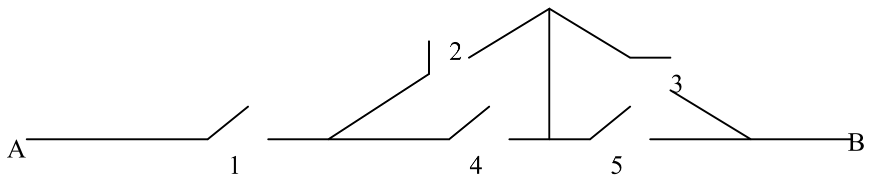
Para TORO (2004), contextualizar não significa utilizar qualquer tema da atualidade. Os professores devem canalizar esforços a fim de propor assuntos que façam sentido a vida dos alunos. Cabe ao professor estabelecer meios para que se possa construir uma ponte entre o mundo real, isto é, o das sociedades modernas em constante transformação, e o mundo da escola, que tem diante de si a tarefa de formar cidadãos.

A partir desse momento são apresentados alguns enunciados de problemas com suas respectivas soluções. Acredita-se que os problemas escolhidos são relevantes para o contexto dos cursos de engenharia, pois trabalham conceitos matemáticos a partir de contextualizações pertinentes e que, até certo ponto, correspondem a aplicações da teoria da confiabilidade. Dessa forma, os problemas apresentados compõem um conjunto de bons problemas que estão de acordo com os pressupostos teóricos educacionais apresentados neste trabalho.

O primeiro problema encontra-se proposto em MORGADO et al (2004) e tem dentre outros objetivos trabalhar o conceito de probabilidade da união de eventos independentes.

> A probabilidade de fechamento de cada relé do circuito apresentado na figura 2 é igual a p, $0 < p < 1$. Se todos os relés funcionam independentemente, qual é a probabilidade de que haja corrente circulando entre os terminais A e B? (MORGADO et al 2004, p. 156)

Figura 2– Circuito elétrico



O enunciado se faz bastante sugestivo a alunos dos cursos de engenharia, pois a nomenclatura usada revela uma especificidade característica de algumas áreas da engenharia. O entendimento do funcionamento do sistema pode ser decisivo para a condução de uma boa solução para o problema.

Quanto à solução espera-se que o aluno faça uma análise simples do circuito e para isso é necessário, por exemplo, investigar sob quais condições este circuito pode funcionar. Esse é o primeiro passo para a solução do problema. A análise pode ser feita sob dois aspectos que influenciam e caracterizam a forma de resolução da situação proposta.

Após descobrir a forma de funcionamento do circuito, o aluno terá que escolher um modelo matemático eficiente para solucionar o problema em questão. Neste momento o raciocínio lógico dedutivo, bem como, o caráter interpretativo e crítico deve ser potencializado a fim de decidir que estratégias deverão ser tomadas para buscar o melhor modelo.

Para ocorrer o evento desejado é necessário que haja corrente entre os terminais A e B e isso ocorre por meio da união de quatro eventos não disjuntos. Este fato, juntamente com a hipótese dos eventos serem independentes permite concluir que sendo A_i o evento, este ocorre se o relé estiver fechado, $i = 1,2,3,4,5$. Assim, sendo C o evento que ocorre se há corrente entre os terminais A e B, então:

$$P(C) = P[(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_4 \cap A_5) \cup (A_1 \cap A_2 \cap A_5) \cup (A_1 \cap A_4 \cap A_3)] \qquad \textbf{(1)}$$

Para aqueles que chegam a formalizar a igualdade (1) nota-se que perceberam que estão diante de um problema que visa calcular a probabilidade da união de 4 eventos – objetivo principal do problema. Diante da igualdade, talvez a dificuldade que possa vir a surgir refere-se ao aspecto manipulativo que exige a mesma. Mais especificamente, o aluno deve ser capaz de aplicar o princípio da Inclusão-exclusão a fim de perceber que:

$$\begin{aligned} P(C) &= P[(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \cup (A_1 \cap A_4 \cap A_5) \cup (A_1 \cap A_2 \cap A_5) \cup (A_1 \cap A_4 \cap A_3)] = \\ &= P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_4 \cap A_5) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_5) + P(A_1 \cap A_4 \cap A_3) + \\ &\quad - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_5) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) + \\ &\quad - P(A_1 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_4 \cap A_5) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) + \\ &\quad + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) + \\ &\quad + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) + \\ &\quad - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) \end{aligned} \qquad \textbf{(2)}$$

O cálculo da probabilidade de cada parcela da igualdade (2) recai no cálculo da probabilidade de interseção de eventos independentes, logo:

$$P(C) = 4p^3 - p^5 - 4p^4 - p^5 + 4p^5 - p^5 = 4p^3 - 4p^4 + p^5 \qquad \textbf{(3)}$$

Uma análise mais cuidadosa quanto à estrutura de funcionamento do circuito conduz a uma solução mais simples, evitando a dedução trabalhosa da igualdade(2). Mas, para isso é necessário que o aluno perceba que para a corrente circular entre A e B é necessário que o relé 1 esteja fechado e que pelo menos um entre 2 e 4 e pelo menos um entre 3 e 5 também estejam fechados. Esse argumento revela-se mais sutil, pois passa por uma análise das possibilidades de funcionamento do relé, exigindo simulações de funcionamento do mesmo.

O significado matemático da expressão “pelo menos” é um dos pontos cruciais para transcrever essa idéia para a linguagem matemática, isto é, o evento C corresponde a:

$$C = A_1 \cap (A_3 \cup A_4) \cap (A_3 \cup A_5) \qquad \textbf{(4)}$$

Torna-se necessário agora o cálculo da probabilidade da interseção de eventos independentes, ou seja:

$$P(C) = P(A_1) \cdot P(A_2 \cup A_4) \cdot P(A_3 \cup A_5) = 4p^3 - 4p^4 + p^5 \qquad \textbf{(5)}$$

O problema permite uma interpretação teórica da situação apresentada e visa desenvolver procedimentos de raciocínio oriundo de idéias provenientes do seu imaginário, afim de que possa resumi-los na busca de uma solução para o problema. Além desse aspecto, observam-se presentes no problema os três componentes fundamentais, apontados por LIMA (2003), que abrangem o ensino da matemática.

O problema a seguir refere-se a uma aplicação de um modelo exponencial e pode ser encontrado em MARTINS (2002).

> Suponha que a duração da vida de um dispositivo eletrônico seja exponencialmente distribuída com tempo médio entre falhas de 100 horas.
>
> a) Qual a probabilidade de o dispositivo não falhar em 150 horas de uso?

b) Qual o número de horas para se ter confiabilidade de 90%? (MARTINS, 2002, p. 142)

Para resolver o problema o aluno deve entender como empregar noções relativas a distribuição exponencial, bem como dispor de habilidade e destreza no manuseio de equações. O item (a) exige o reconhecimento da função densidade probabilidade exponencial e o uso da igualdade que a caracteriza. Espera-se que o aluno após identificar a função a ser usada faça a substituição adequada dos dados apresentados no enunciado do problema e efetue os respectivos cálculos, ou seja:

$$P(T > 150) = e^{-\lambda \cdot t} \quad \textbf{(6)}$$

$$P(t > 150) = e^{-0{,}01\cdot(150)} = e^{-1{,}5} = 0{,}2231 = 22{,}31\% \quad \textbf{(7)}$$

O item (b) envolve o conceito geral de confiabilidade, sendo necessário o uso da função confiabilidade $R(t) = e^{-\lambda \cdot t}$. Na busca do valor de t a habilidade para resolver equações exponenciais é indispensável, e ainda requer o domínio da definição e habilidade no uso de propriedades características dos logaritmos. Feita as substituições adequadas tem-se:

$$0{,}90 = e^{-0{,}01\cdot t} \quad \textbf{(8)}$$

$$\ell n(0{,}90) = \ell n(e^{-0{,}01\cdot t}) \quad \textbf{(9)}$$

$$\ell n(0{,}90) = (-0{,}01 \cdot t)\, \ell n\, e \quad \textbf{(10)}$$

$$\ell n(0{,}90) = (-0{,}01 \cdot t) \quad \textbf{(11)}$$

$$t = 10{,}54\, h \quad \textbf{(12)}$$

As três situações-problema apresentadas a seguir encontram-se em HIMONAS e HOWARD (2005).

> Suponha que cada motor de um certo bimotor tenha uma probabilidade de 0,0001 de falhar em um vôo de 8 horas e que as probabilidades de falha de dois motores sejam independentes.
> a) Determine a probabilidade de que os dois motores falhem.
> b) Determine a probabilidade de que pelo menos um motor falhe.
> c) Determine a probabilidade de que nenhum dos motores falhem. (HIMONAS e HOWARD, 2005 p. 439)

Diante deste problema o aluno deve estabelecer um modelo que propicia a solução da situação em questão. Nesse sentido, o estudante deve mostrar que compreende e sabe aplicar o conceito de eventos independentes.

O item (a) exige o cálculo da probabilidade da interseção de dois eventos independentes, isto é, o primeiro evento corresponde a falha do motor 1, enquanto que o outro corresponde a falha do motor 2 (sendo dois motores considere-os como sendo motor 1 e motor 2). Daí sendo, respectivamente, A e B os eventos considerados tem-se que:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 10^{-4} \cdot 10^{-4} = 10^{-8} = 0{,}00000001 \quad \textbf{(13)}$$

O item (b) requer certa sutileza de raciocínio. É preciso que o aluno interprete criticamente o significado da expressão "pelo menos". Este deve traduzir o seu significado por meio de uma linguagem matemática apropriada. Isto é, os aluno devem perceber que determinar a probabilidade de que pelo menos um motor falhe, inclui três possibilidades de ocorrências. Tais possibilidades correspondem a: apenas o motor 1 falhar, apenas o motor 2 falhar ou ambos motores falharem. Estas três possibilidades caracterizam a união dos eventos A e B definidos. Daí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 10^{-4} + 10^{-4} - 10^{-8} = 0{,}00019999 \quad \textbf{(14)}$$

O item (c) tem como objetivo, dentre outros, abordar a idéia de probabilidade de um evento complementar. A questão posta no item (c) propõe uma boa discussão de idéias que devem conduzir a argumentos consistentes que levam a seleção de uma ou mais estratégias para a resolução da mesma.

A primeira solução apresentada é obtida a partir da resposta do item (b). Este caminho pode ser considerado quando o aluno reconhece que o evento que corresponde à situação, nenhum dos motores falham, é o mesmo que o complemento do evento que é caracterizado pela falha de pelo menos um motor. Isto é: seja C o evento que corresponde a ausência de falhas de cada motor (1 e 2). Então, o espaço amostral Ω é definido por:

$$\Omega = C \cup A \cup B \tag{15}$$

com A e B eventos já definidos na discussão da solução da questão exposta em (a).

Dessa forma, a probabilidade de ocorrer C é dada por:

$$P(C) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}00019999 = 0{,}99980001 \tag{16}$$

Uma outra solução pode ser obtida por meio da seguinte idéia: primeiramente, sabe-se que a probabilidade para que cada motor falhe é igual a 0,0001. Logo, tem-se que a probabilidade de sucesso da cada motor é igual a:

$$1 - 0{,}0001 = 0{,}9999\,. \tag{17}$$

Portanto, para que não haja falha em nenhum dos motores é necessário que nem o motor 1 e nem o motor 2 falhe. Assim, observa-se que para obter a probabilidade de interesse, basta calcular a probabilidade de interseção entre dois eventos. Seja D o evento: motor 1 não falha e E o evento motor 2 não falha. Dessa forma, o cálculo que interessa é o cálculo da probabilidade de D interseção E, isto é:

$$P(D \cap E) = P(D) \cdot P(E) = 0{,}0009 \cdot 0{,}0009 = 0{,}99980001\,. \tag{18}$$

A situação-problema, aparentemente, revela certa simplicidade em seu enunciado e também em sua solução. Porém, esta corresponde a uma boa oportunidade para o aluno ler, interpretar e utilizar representações matemáticas; além de propiciar a elaboração de boas discussões de idéias que possam ser validadas por meio do confrontamento de respostas, como é o caso do item (c). Uma discussão posterior também se revela propicia, isto é, uma discussão quanto a interpretação prévia dos resultados encontrados como respostas. A contribuição desse tipo de discussão serve para o desenvolvimento da capacidade crítica do aluno que pode utilizar a matemática na interpretação e no questionamento de uma situação real. Ou seja, promover uma discussão em torno do quanto pode ser seguro viajar num avião de porte como o definido na situação-problema apresentada.

O próximo problema corresponde a um exemplo de aplicação da distribuição binomial. A dificuldade inicial está justamente no reconhecimento do modelo matemático a ser utilizado pelo aluno para resolver a questão proposta

.

> Suponha que 2% dos microprocessadores fabricados por certa empresa sejam defeituosos.
>
> a) Qual é a probabilidade de encontrar um microprocessador defeituoso em um lote de 50?
> b) Qual é a probabilidade de encontrar mais de um microprocessador defeituoso? (HIMONAS e HOWARD, 2005 p. 454)

O importante para a percepção correta do tipo de modelo a ser utilizado está em reconhecer que o problema trata de uma questão que tem dois tipos de respostas, ou seja, um microprocessador assume apenas um dos dois estágios: com defeito ou sem defeito.

A partir do reconhecimento do modelo a ser aplicado o item (a) se revela de forma simples, pois consiste em calcular o valor da probabilidade de um microprocessador defeituosos num lote de 50 processadores e para isto basta utilizar uma distribuição binomial. Um dos obstáculos que pode, eventualmente, surgir para os alunos é definir o valor p, que no problema é igual a 0,02. Daí fazendo-se as substituições adequadas tem-se:

$$\binom{50}{1} \cdot (0{,}02) \cdot (0{,}98)^{49} = 0{,}36416968 . \qquad \textbf{(19)}$$

O item (b) exige que a expressão “encontrar mais de um microprocessador defeituosos” seja interpretada de modo a facilitar o cálculo a ser realizado. É preciso que os alunos percebam que calcular a probabilidade de encontrar mais de um microprocessador defeituosos corresponde, nesse caso, ao cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento complementar. Isto é, no cálculo da probabilidade pedida no item (b) não interessa a probabilidade de encontrar em ou nenhum microprocessador defeituosos. Assim, é possível obter a probabilidade indesejada, ou seja, no caso de se obter nenhum microprocessador defeituoso basta fazer:

$$\binom{50}{0} \cdot (0{,}02)^{0} \cdot (0{,}98)^{50} = 0{,}36416968 \qquad \textbf{(20)}$$

Em seguida, utiliza-se o item (a), que nos fornece a probabilidade de encontrar um microprocessador defeituoso em um lote de 50 que é igual a $0{,}36416968$.

Portanto, como resposta ao item (b) tem-se:

$$1 - 0{,}36416968 - 0{,}36416968 = 0{,}27166063 . \qquad \textbf{(21)}$$

O problema a seguir serve como uma boa aplicação do cálculo diferencial e integral, mais especificamente, uma aplicação do conceito de integral definida e a utilização do *teorema fundamental do cálculo*[4]. Muitas vezes, os alunos dos cursos de engenharia, não vêem justificadas a inserção de determinados tópicos de matemática no currículo, como é o caso, por exemplo, do cálculo diferencial e integral. Isto talvez, porque a maior parte do professores prefere adotar uma postura que é marcada pelo excesso de exercícios de caráter apenas manipulativo, sem aplicações interessantes ao contexto em que se encontram.

> O tempo de vida em horas de um certo tipo de lâmpada é uma variável aleatória contínua X cuja função densidade de probabilidade é
>
> $$f(x) = \frac{1}{750} e^{-\frac{x}{750}}, \; x \geq 0 . \qquad \textbf{(22)}$$
>
> Determine o tempo médio de vida, deste tipo de lâmpada, a variância e o desvio-padrão de X. (HIMONAS e HOWARD, 2005 p. 458)

Apesar de ter um caráter extremamente conceitual também sob o ponto de vista estatístico, este problema se faz necessário por sua relevância, pois sua solução envolve a mobilização de aspectos manipulativos e interpretativos interessantes. Nesse sentido, o objetivo desta não deve ser encarado apenas como uma simples aplicação de fórmulas já estabelecidas, mas como uma aplicação de assuntos estudados.

Obter o tempo médio de vida do tipo de lâmpada considerado, significa obter o valor esperado da variável aleatória contínua X. Isto requer o uso da seguinte relação:

$$E(X) = \int_0^{\infty} x \left(\frac{1}{750} x^{-\frac{x}{750}} \right) dx . \qquad \textbf{(23)}$$

A dificuldade dos alunos, neste momento, pode ser em calcular a integral definida em 23. A técnica de *integração por partes* [5] revela-se eficaz nesse caso, isto é, tome:

$$u(x) = x \qquad \textbf{(24)}$$

---

[4] Para mais detalhes ver SPIVAK (1967).

[5] A descrição detalhada da técnica de integração por partes, bem como, exemplos que exigem a manipulação da mesma, podem ser encontrados em SPIVAK (1967).

$$v'(x) = \frac{1}{750} e^{-\frac{x}{750}} \, . \qquad \textbf{(25)}$$

A partir de 24 e 25 obtém-se:

$$E(X) = -xe^{-\frac{x}{750}} \Big|_0^\infty + \int_0^\infty e^{-\frac{x}{750}} dx = 0 - 750 e^{-\frac{x}{750}} \Big|_0^\infty = 750 \qquad \textbf{(26)}$$

Para o cálculo da variância deve-se aplicar duas vezes o método da integração por partes, isto é:

$$VAR(X) = \int_0^\infty \frac{x^2}{750} e^{-\frac{x}{750}} dx - 750 = \int_0^\infty x^2 \frac{d}{dx}(-e^{-\frac{x}{750}}) dx - 750^2 =$$

$$= -x^2 e^{-\frac{x}{750}} \Big|_0^\infty + \int_0^\infty 2xe^{-\frac{x}{750}} dx - 750^2 = 0 + 2\int_0^\infty x \frac{d}{dx}(-750 e^{-\frac{x}{750}}) dx - 750^2 = \qquad \textbf{(27)}$$

$$= -1500 xe^{-\frac{x}{750}} \Big|_0^\infty + 2 \cdot 750 \int_0^\infty e^{-\frac{x}{750}} dx - 750^2 = 0 - 2 \cdot 750^2 e^{-\frac{x}{750}} \Big|_0^\infty - 750^2 =$$

$$= 2 \cdot 750^2 - 750^2 = 750^2 \, .$$

De 27, obtém-se o desvio-padrão, ou seja:

$$\sigma(X) = \sqrt{750^2} = 750 \qquad \textbf{(28)}$$

O problema seguinte foi adaptado de KECECIOGLU (1991) e tem como objetivo analisar um sistema que apresenta componentes em série.

> Observe a tabela que apresenta uma análise sobre a colocação de componentes em série:
>
> Tabela 2 – Análise sobre a colocação de componentes em série

MODELO	NÚMERO DE COMPONENTES	CONFIABILIDADE ANUAL*	NÚMERO DE TRATORES QUE FALHAM**
1935	1200	88,70%	113
1960	2250	79,90%	201
1970	2400	78,70%	213
1980	2600	77,10%	229
1990	2900	74,80%	252

* Considerando que a confiabilidade média aos componentes é igual a 99,99%.
** Número de tratores que falham por 1000 tratores.

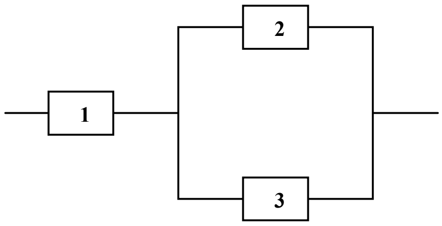
> A partir da tabela 2 que avaliação qualitativa pode ser feita quanto ao tempo médio de falha de um sistema em série? (KECECIOGLU, 1991 v. 1, p. 11)

O problema consiste na interpretação de dados contidos na tabela 2. O objetivo principal é tirar conclusões a respeito da confiabilidade de sistemas em série a partir do numero de componentes que um sistema pode possuir. Espera-se que ao analisar a tabela 2 os alunos concluam que: ao se colocar componentes em série, o tempo médio para falha do sistema diminui, em comparação com o um componente isolado; quanto mais componentes em série, menor o tempo médio para falhar e quando se aumenta o número de componentes de um sistema, este tende a falhar mais cedo.

De posse de algumas noções da teoria da confiabilidade, pode–se optar por problemas conceituais cujo objetivo é dar um maior significado a relações ou modelos matemáticos aprendidos. Dessa forma, o problema a seguir representa uma boa abordagem para o cumprimento de tais objetivos.

> Considere um sistema de CD player com duas caixas idênticas (ver figura3). Este sistema é constituído por um componente ligado em série com um arranjo de outros dois que, por sua vez, estão ligados em paralelo.
> a) Determinar a função confiabilidade do sistema de CD player em questão.
> b) Sob que condições este sistema falha? (Adaptado de KECECIOGLU, 1991 p. 13)

Figura 3 – Sistema de CD player



A primeira observação que deve ser percebida pelos alunos é que o fato das duas caixas serem idênticas faz com que suas taxas de falha sejam iguais. A partir daí pode-se por meio das características do sistema estabelecer a função confiabilidade $R(t)$. O sistema pode ser dividido em duas partes a primeiro composta apenas pelo componente 1 que apresenta taxa de falha λ_1 e a segunda composta por um subsistema em série que tem λ_2 como a taxa de falha dos seus componentes 2 e 3. Assim, a função confiabilidade que caracteriza a parte 1 do sistema é dada por:

$$R_1(t) = e^{-\lambda_1 t} \qquad \textbf{(29)}$$

enquanto que o subsistema em paralelo tem confiabilidade igual a:

$$R_2(t) = e^{-\lambda_2 t} + e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_2 t} \cdot e^{-\lambda_2 t} = 2e^{-\lambda_2 t} - e^{-2\lambda_2 t} \qquad \textbf{(30)}$$

Mas, os subsistemas apresentam-se em série, logo de 29 e 30 tem-se que:

$$R(t) = e^{-\lambda_1 t} \cdot (2e^{-\lambda_2 t} - e^{-2\lambda_2 t}), \qquad \textbf{(31)}$$

o que caracteriza a função confiabilidade procurada.

O item (b) está interessado numa simples análise estrutural de funcionamento do sistema. Em outras palavras, o aluno deve obter os conjuntos cortes que são $\{\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}\}$ que representa a falha de todos os componentes do CD player, $\{\bar{1}\}$ que representa a falha do componente 1 e $\{\bar{2}, \bar{3}\}$ que representa a falha dos dois componentes, 2 e 3.

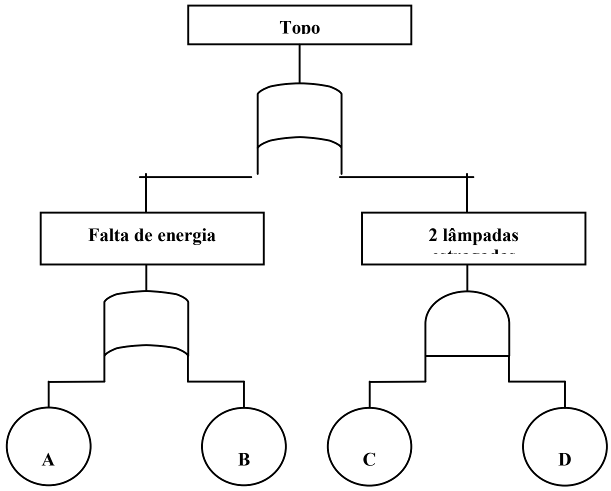
O conceito de árvore de falha também pode ser abordado, é claro, que em situações onde o aluno possa de fato construí-las como é o caso do problema enunciado a seguir.

> Considere uma sala de controle que possui duas lâmpadas em paralelo. Tome como evento indesejado o fato da sala ficar às escuras. E ainda como hipótese considere que a falta de energia pode ser ocasionada pela falta de energia na rede de alimentação, queima de fusíveis ou falhas nas lâmpadas.
> a) Construa a árvore de falha que representa a situação descrita
> b) Sabendo que a probabilidade de ocorrer falha na rede é igual a 10^{-5}, que a probabilidade de queima nos fusíveis é igual a 10^{-3} e que a probabilidade de cada lâmpada falhe seja igual a 0,005, determinar:
> - a probabilidade de ambas as lâmpadas falharem;
> - a probabilidade para que ocorra falta de energia. (Adaptado de CAMARGO, 1981 p. 39 – 40).

O primeiro fato que os alunos devem observar são as causas para que o evento indesejável ocorra. A partir da clareza desses fatos, expostos no enunciado, para construir a árvore de falha é necessário definir os eventos e também as portas lógicas a serem utilizadas. Assim, a análise deve ocorrer da seguinte maneira: primeiramente para que ocorra falta de energia é necessário que ocorra falha na rede ou queima nos fusíveis e para que ambas as lâmpadas não funcionem é necessário que as duas estejam com defeito. E finalmente, para que a sala fique às escuras é preciso que haja falta de energia ou ambas as lâmpadas estejam com defeito. Portanto, as condições lógicas de causa e efeito estão determinadas, o próximo passo é construir a árvore de falha.

Figura 3 – Árvore de falha de uma sala de controle

A = Falha na rede
B = Queima dos fusíveis
C e D = Lâmpadas estragadas



Para obter a probabilidade do evento secundário, isto é, a probabilidade para que ambas as lâmpadas apresentem falha, basta considerar a relação lógica apresentada na árvore de falha, isto é, basta calcular:

$$P(C \cap D) = P(C) \cdot P(D) = 2{,}5 \times 10^{-5} \quad \textbf{(32)}$$

Por outro lado para computar a probabilidade de falta de energia basta fazer:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1{,}0099 \times 10^{-3} \quad \textbf{(33)}$$

Acredita-se que as atividades apresentadas mobilizam o pensar e o fazer matemático e contribuem para o desenvolvimento do aluno enquanto pesquisador ativo, isto é, ávido de conhecimentos funcionalmente úteis. Entende-se ainda, que muitas vezes as situações naturais são com freqüência demasiado complexas para permitir o aluno construir por si mesmo as ferramentas e, sobretudo, demasiado dependentes do ocasional para que seja levada em conta a preocupação com a coerência dos conhecimentos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise dos problemas apresentados permite concluir que é principalmente através da resolução de uma série de problemas escolhidos adequadamente pelo professor que o aluno constrói seu saber, em interação com os outros alunos. A resolução de problemas é capaz de intervir desde o começo da aprendizagem. Toda prática docente voltada para a resolução de problemas permite que de fato a aprendizagem ocorra, pois só existe aprendizagem quando o aluno percebe que existe um problema para resolver.

A relação entre situação-problema e os alunos deve ter alguns princípios, ou seja, o problema proposto deve ser compreendido por todos (deve ser possível para eles prever o que pode ser uma resposta para o problema); deve permitir ao aluno utilizar conhecimentos anteriores; deve oferecer uma resistência suficiente para fazer com que o aluno se evolua dos conhecimentos anteriores, questione-se e elabore novos conceitos e, finalmente, é desejável que de alguma forma apresente uma validação que não venha do professor, mas da própria situação. A relação professor-aluno deve ser estabelecida, diante de uma situação-problema, de forma a estabelecer uma distinção clara entre as contribuições do professor e as provas com que os alunos contribuem.

Por fim, a relação professor-situação corresponde ao professor colocar a situação proposta no contexto de aprendizagem apontada, distinguir o objetivo imediato dos objetos mais longínquos, escolher determinados parâmetros da situação. O conhecimento considerado deve ser o mais apto para resolver o problema proposto. Corresponde-lhe, também, observar as incompreensões, os erros significativos, e levá-los em conta para a elaboração de novas situações e ainda, provocar ou fazer a síntese.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACHILLES, H. **Aspectos referentes ao ensino de matemática com aplicações de modelos característicos à teoria da confiabilidade.** 2006. Dissertação de Mestrado. Departamento de pesquisa e Pós-graduação. CEFET-RJ. Rio de Janeiro.

______ . "Obstáculos Epistemológicos no Processo de Aprendizagem da Matemática". In_**: I Seminário de Epistemologia e Teorias da Educação**. Campinas: UNICAMP, 2005.

ACHILLES, H.; FERNANDES, J. L.; PINHO, M. O.; UTSCH, M. M. L. "Paradigmas educacionais e o ensino de estatística nos cursos de engenharia". In_: **Anais do XXXIII Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia – COBENGE**. Campina Grande: UFCG 2005.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BEAN, D. "O que é modelagem matemática?" In_: **Educação matemática em revista**, ano 8, n. 9, pp. 49 – 57, dez. 2001.

BIEMBEGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau: Editora da FURB, 2002.

BIEMBEGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 1997.

BROUSSEAU, G. "Lê contrat didactique: lê milieu". . In:_ **Recherches em diadactique des mathématiques**. Grenoble: v. 9, n.2, p. 309-336, 1988.

______. "Fundements et méthods de la didactique des mathématiques". In:_ **Recherches em diadactique des mathématiques**. Grenoble: v. 7, n.2, p. 33-115, 1986.

CAMARGO, C. C. de B. **Confiabilidade aplicada a de sistemas de potência elétrica**. Rio de Janeiro: LTC, 1981.

CAZORLA, I. M. et al. 'Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação à estatística". In:_ **Anais da conferência internacional de ensino de estatística**. Florianópolis: 1999.

D' AMBRÓSIO, U. "A matemática nas escolas". In:_**Educação matemática em revista,** ano 9, n.1. abril, 2002.

______ . "Desafios da educação no novo milênio". In:_ **Educação matemática em revista**, ano 8, n. 11, dez. 2001.

______ . **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Campinas: Summus, 1986.

DA SILVEIRA, M. A. "Uma análise pedagógica da modelagem de sistemas dinâmicos". In_: **Anais do XXXIII Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia**. Campina Grande: UFCG, 2005.

DAVIS, P; HERSH, R. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

EBELING, C. E. **An introduction to reliability and maintainability engineering**. New Delhi: Mc Graw-Hill, 2000.
FELLER, W. **Introdução à teoria das probabilidades e suas aplicações.** São Paulo: Edgard Blücher, 1976.
FERREIRA, A. A. et al. "A modelagem matemática como eixo norteador do projeto interdisciplinar do curso de matemática do ILES-ULBRA Itumbiara – GO". In_: **Anais do III Congresso Internacional de Ensino de Matemática – III CIEM.** Canoas: ULBRA, 2005.
GROMOV, M. "Possible trends in mathematics in the coming dacades". In:_ **Notices of the AMS**, v. 45, n. 7, pp. 846 – 847, 1998.
HIMONAS, A. HOWARD, A. **Cálculo : conceitos e aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 2005.
KECECIOGLU, D. Reliability of aircraft splines with or without a wear induction period. New York: 1993.
LAFRAIA, J. R. B. Manual de confiabilidade, mantenabilidade e disponibilidade. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2000.
LIMA, E. L. **Matemática e Ensino.** 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2003.
______. "Conceituação, manipulação e aplicações – os três componentes do ensino da matemática". In: _ **Revista do Professor de Matemática**, v. 41, 3º. Quadrimestre, pp. 1 – 6, 1999.
MARTINS, G. A. **Estatística geral e aplicada**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2002.
MORGADO, A. C. de O. et al. **Análise combinatória e probabilidade**. 6 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2004.
POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
SPIVAK, M. **Calculus**. New York: W. A. Benjamin, 1967.
TORO, J. B. "O papel do 3º. Setor em sociedades de baixa participação". In_: **3º. Setor-desenvolvimento social sustentado**. São Paulo: GIFE e Paz e Terra, 1997.

MATHEMATICAL "MODELAÇÃO" AND THE TEACHING OF PROBABILITY WITH CHARACTERISTIC MODELS OF THE THEORY OF THE RELIABILITY

Abstract: The objective of this article is to discuss aspects regarding the process of mathematics teaching-learning, especially, aspects related to the acquisition of concepts of the theory of the probabilities, considering the notion of mathematical "modelação". It is believed that this notion becomes appropriate and it aids those that he has as objective power efforts to drive the construction of a peculiar educational practice, appropriate to the public-objective the one that goes. Like this, he comes a proposal of teaching methodology to meditate to the individual's wide formation, that substitutes a thought that isolates and it separates for a thought that distinguishes and it unites, a teaching that assists to an education that has the paper of serving her a project of the society as a completely.

Key-words: Mathematical Education, Mathematical "Modelação", Mathematical Modelling, Probability and Reliability.