

# XXXIII - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia

"Promovendo e valorizando a engenharia em um cenário de constantes mudanças"

12 a 15 de setembro - Campina Grande Pb

Promoção/Organização: ABENGE/UFCG-UFPE

# APRENDIZAGEM DE MECÂNICA ESTRUTURAL ASSISTIDA POR COMPUTADOR: CASO ENVOLTÓRIAS DE ESFORÇOS

Pedro C. de B. Freitas<sup>1</sup>. João C. C. Barbirato<sup>2</sup>, jccb@ctec.ufal.br Aline da S. R. Barboza<sup>2</sup>, alramos@ctec.ufal.br Universidade Federal de Alagoas, Centro de Tecnologia Campus A.C. Simões - Rodovia BR 104 Km 14 - Tabuleiro do Martins CEP 57072-970 - Maceió - AL

<sup>1</sup> Formando em Engenharia Civil; <sup>2</sup> Professores do Departamento de Engenharia Estrutural

Resumo: O presente trabalho apresenta a experiência realizada com um aluno de iniciação científica cursando a disciplina Teoria das Estruturas, utilizando o ambiente MatLab para implementação de roteiros para análise de estruturas solicitadas por cargas móveis. É preciso salientar que a informatização das disciplinas nos cursos de engenharia é uma realidade inconteste que deve ser acompanhada pelos professores que as ministram. Nesse contexto, o incentivo à construção de uma sensibilidade do comportamento estrutural através aprendizado colaborativo informatizado, permite a agregação das técnicas computacionais às clássicas seções de estudo braçal. Em especial, a análise estrutural do vigamento principal de pontes foi escolhida como objeto de estudo. Portanto, torna-se necessário ter conhecimento das solicitações críticas para as diversas posições da carga móvel, ou seja, é preciso conhecer a envoltória de esforços na estrutura. A determinação das solicitações críticas é feita considerando-se o conceito de linhas de influência, o que se torna inviável quando se está analisando grandes estruturas sem o auxílio do computador, devido ao grande número de informações envolvidas. Utiliza-se, para tanto, um algoritmo computacional, obtendo-se a envoltória dos esforços advindos da solicitação da carga móvel, implementado no ambiente MatLab via método dos deslocamentos na sua formulação matricial. O algoritmo foi aplicado para análise do efeito de veículo-tipo em vigas de pontes com diferentes condições de vinculação. Foi possível concluir que o aproveitamento acadêmico melhora quando se introduz ferramenta computacional, principalmente aquela direcionada para a engenharia como é o MatLab. Deve-se salientar que foi enfatizada a construção de algoritmos computacionais, contribuindo para a formação lógica do aluno.

Palavras-Chaves: Envoltória de Esforços, Vigas de Pontes, Uso do MatLab na Engenharia, Mecânica Computacional de Estruturas

# 1. INTRODUÇÃO

Cada vez mais a utilização de programas computacionais na resolução de problemas de engenharia ganha destaque, devido à rapidez dos modernos processadores existentes e a facilidade que o usuário encontra em utilizar essas alternativas, sem precisar partir para uma solução manual mais onerosa, ou em muitos casos até analiticamente inexistente. É nesse contexto que o aluno de engenharia irá se inserir como profissional. É, pois, fundamental que o contato, o manuseio de ferramentas adequadas, como é o computador e seus algoritmos, se dê durante a sua formação acadêmica. Por outro lado, a própria aprendizagem torna-se mais convidativa quando os alunos se deparam com simuladores de comportamentos, no caso de estruturas, onde as configurações de carregamento e de deformação possam ser mudadas em poucos minutos.

As pontes são obras de engenharia indispensáveis para o desenvolvimento urbano, devido a sua finalidade de interligar regiões, fazendo com que ocorra intercâmbio tanto no aspecto econômico quanto cultural e intelectual, pois viabiliza o transporte de mercadorias e pessoas, levando o desenvolvimento da região por elas servida. Por outro lado, essas estruturas trazem inovações para a construção civil. Este fato é devido à alta complexidade dos fatores considerados em projeto, segundo LUCKO (1999). As pontes representam claramente todos os esforços que os engenheiros fazem para construir estruturas que acomodem as necessidades da sociedade com as restrições impostas pelas leis da natureza. Um fator peculiar dessas estruturas é o fato de estarem submetidas a ações de carregamentos móveis que geram esforços dos mais variados nas seções transversais dos elementos que as compõem. Segundo BERNAT (1995), é necessária a aplicação de modelos rigorosos para a análise estrutural desses elementos.

A estrutura de uma ponte é comumente subdividida em superestrutura, mesoestrutura e infra-estrutura. Na superestrutura situam-se os elementos estruturais que recebem influência direta da carga móvel atuante e pode se apresentar de várias maneiras ou tipos construtivos. Podem-se citar como os mais comuns àqueles formados pelo próprio tabuleiro, por vigas longitudinais ou vigamento principal, e vigas transversais ou secundárias, que interligadas, formam uma grelha de sustentação para o tabuleiro. Ressalte-se que o tabuleiro pode ser formado pela laje e por uma ou mais vigas longitudinais celulares desprovidas de elementos transversais. A mesoestrutura, por sua vez, é formada pelos pilares. Já a infra-estrutura compõe-se dos elementos de fundação.

No projeto de dimensionamento do vigamento principal que compõe a superestrutura das pontes, ou de qualquer outro sistema submetido à ação de cargas móveis, é necessário se conhecer todas as possíveis solicitações que ocorrem em cada uma das seções, para que se possam determinar os limites de carga mais para a estrutura. De maneira geral, pode-se encontrar na literatura alguns métodos de determinação das solicitações críticas. Dentre eles o mais comum é o que utiliza as linhas de influência, que mostra a evolução de um determinado esforço em uma seção de avaliação ao mover-se uma carga pontual unitária. O esforço crítico procurado é obtido posicionando-se o carregamento móvel da maneira mais desfavorável nas ordenas da linha de influência. Esse processo torna-se bastante trabalhoso quando se analisam estruturas maiores, acrescentando-se as hiperestáticas. De acordo com LEONHARDT (1982), quando se conta com o auxílio de uma ferramenta computacional, a determinação dos esforços críticos não apresenta dificuldades, mesmo para estruturas de pontes mais complexas. Portanto, pode-se obter a envoltória de solicitações da estrutura através do traçando da curva que liga os valores críticos das linhas de influência. Segundo PFEIL (1979), se as vigas principais forem dimensionadas para os valores das envoltórias, sua segurança fica assegurada para qualquer posição da carga de cálculo.

Assim, procurou-se trabalhar um algoritmo que pudesse congregar as expressões do processo dos deslocamentos em análise matricial, unidade da disciplina Teoria das Estruturas do curso de Engenharia Civil da UFAL, com as envoltórias dos esforços internos solicitantes para elementos estruturais de pontes. A proposta leva em conta a necessidade de rotinas gráficas para melhor visualização pelo usuário, bem como a manipulação de informações das estruturas armazenadas em arquivos em memória de massa. Pretendeu-se conferir a validade do desafio extra-classe de criação de algoritmos computacionais para análise de estruturas, com o desempenho do estudante, já que a formulação necessita ser aprofundada e a capacidade de processamento de aplicações acadêmicas aumenta substancialmente.

#### 2. METODOLOGIA

No dia-a-dia das atividades de engenharia, os engenheiros projetistas são colocados diante de problemas técnicos, alguns mais simples e outros mais complexos, tendo que resolvê-los de forma satisfatória. Para isso, fazem uso de formulações que aprendem nos cursos de engenharia. Dentre estas, formulações dos processos das forças e dos deslocamentos têm sido trabalhadas no contexto da análise matricial no curso de Engenharia da UFAL. Mais especificamente, o direcionamento à informatização se dá para o processo dos deslocamentos.

O processo dos deslocamentos na forma matricial implementado computacionalmente, exige a definição dos referenciais para a medição de forças e deslocamentos, chamados de coordenadas (atreladas aos graus de liberdade). A partir de então, procede-se a montagem das matrizes de rigidez das barras que compõem a estrutura (rigidez local) e de rigidez da estrutura (rigidez global). Para as barras, tecnicamente denominadas de elementos, foi escolhido o modelo de elemento de pórtico plano, com três graus de liberdade em cada nó funcional (localizado nas suas extremidades), como mostrado na figura 1.



Figura 1 – Elemento de pórtico plano e suas coordenadas locais, referenciadas a partir de seu eixo.

A matriz de rigidez do elemento de pórtico plano nas coordenadas locais definidas, é dada por:

$$[k_e] = \begin{bmatrix} \frac{E \cdot A}{L} & 0 & 0 & \frac{-E \cdot A}{L} & 0 & 0\\ 0 & \frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3} & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} & 0 & \frac{-12 \cdot E \cdot I}{L^3} & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2}\\ 0 & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} & \frac{4 \cdot E \cdot I}{L} & 0 & \frac{-6 \cdot E \cdot I}{L^2} & \frac{2 \cdot E \cdot I}{L}\\ \frac{-E \cdot A}{L} & 0 & 0 & \frac{E \cdot A}{L} & 0 & 0\\ 0 & \frac{-12 \cdot E \cdot I}{L^3} & \frac{-6 \cdot E \cdot I}{L^2} & 0 & \frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3} & \frac{-6 \cdot E \cdot I}{L^2}\\ 0 & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} & \frac{2 \cdot E \cdot I}{L} & 0 & \frac{-6 \cdot E \cdot I}{L^2} & \frac{4 \cdot E \cdot I}{L} \end{bmatrix},$$
 (1)

onde A representa a área da seção transversal de elemento, I o momento de inércia, L o comprimento e E o módulo de elasticidade longitudinal do material que compõem o elemento.

Admitindo-se que a estrutura possa ser desmembrada em "n" pedaços, ou elementos, a consideração inversa também resulta em verdadeiro, ou seja, partindo-se dos elementos pode-se chegar na estrutura. Assim, ao se considerar a reunião das matrizes de rigidez dos elementos, chega-se na matriz de rigidez da estrutura.

$$[K] = \sum_{i=1}^{NElementos} [\beta]_i^T [k_e]_i [\beta]_i , \qquad (2)$$

em que  $[\beta]_i$  representa a matriz de incidência cinemática do elemento i.

Em seguida, monta-se a matriz de forças da estrutura, a partir dos vetores de forças nodais referentes às extremidades do elemento. É comum utilizar um vetor que congregam as forças diretamente nodais e nodais equivalentes (equação 3), isso para representar um conjunto de carregamentos estáticos. Imagina-se, nesse instante, uma fotografia do estado de forças ao qual a estrutura está submetida. Para o carregamento móvel, considerou-se uma reunião de fotografias, que quadro a quadro formam um filme. Assim, pensou-se em utilizar uma matriz de forças onde cada uma de suas colunas retrata as sucessivas possibilidades de ocorrência de carregamento, simulando a aplicação do "veículo-tipo" de serviço percorrendo as vigas principais da estrutura tanto no sentido de "ida" como de "volta".

$$[F] = [F]^{dn} + [F]^{eq}. \tag{3}$$

Para ilustração desse fato, considere-se uma viga submetida ao seguinte "veículo-tipo", onde as cargas distribuídas são de 2,0 tf/m e 1,0 tf/m (fora e dentro do veículo-tipo, respectivamente), além das concentradas constantes na figura 2.

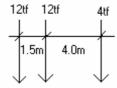


Figura 2 – Forças concentradas de um veículo-tipo.

A seguir, são apresentados os passos para a montagem da matriz das forças na estrutura. A idéia é "fotografar" a movimentação da carga do veículo-tipo estabelecida em cada seção considerada, coincidentes aos nós da estrutura, conseqüentemente, as extremidades dos elementos.

Para o 1º estado de carregamento, correspondente à primeira carga do "veículo-tipo" posicionada no primeiro nó do tabuleiro, resulta a primeira coluna da matriz de forças, conforme ilustra a figura 3.

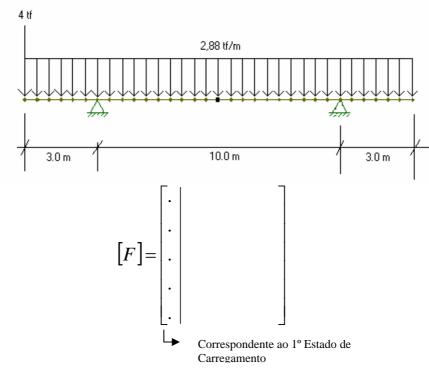


Figura 3 – Posição do carregamento no modelo estrutural ilustrativo e sua consequência na matriz de forças nodais – primeiro estado de carregamento.

Para o 2º estado de carregamento, correspondente à caminhada da carga do "veículo-tipo" posicionada no segundo nó do tabuleiro, resulta a segunda coluna da matriz de forças, conforme ilustra a figura 4.

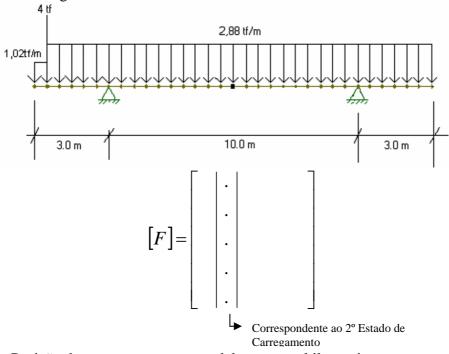


Figura 4 – Posição do carregamento no modelo estrutural ilustrativo e sua conseqüência na matriz de forças nodais – segundo estado de carregamento.

Segue-se desse modo até que todas possibilidades estejam computadas na matriz de forças. De maneira análoga é considerado o armazenamento das informações sobre os deslocamentos nodais da estrutura, matriz dos deslocamentos globais.

De posse das matrizes de rigidez e forças globais, obtém-se ao sistema de equações lineares, cuja resolução traz a matriz de deslocamentos globais. A Equação (4) traz o sistema oriundo da reunião das rigidezes e forças de todos os elementos.

$$[F] = [K] \cdot [U] \tag{4}$$

A partir dos deslocamentos globais, são obtidos os deslocamentos locais e, na seqüência, as matrizes das ações nas extremidades das barras. Esses valores são utilizados para traçar os diagramas dos esforços internos solicitantes. Convenientemente trabalhados, obtém-se as envoltórias dos esforços, objetivo da análise estrutural proposta.

#### Implementação Computacional

O código computacional é constituído por três módulos responsáveis por tarefas distintas. O primeiro módulo é responsável pelo pré-processamento da estrutura, ou seja, encarrega-se da subdivisão da estrutura em pequenos pedaços – elementos, que quanto menores mais precisos serão os resultados, pois assim se estaria abrangendo mais possibilidades de carregamento representando o problema de maneira mais próxima do contínuo. Também se encarrega da aplicação dos atributos dos elementos e nós (modulo de elasticidade, características geométricas e cálculo das forças nodais e equivalentes). O segundo módulo é responsável pela análise da estrutura, ou seja, o processamento do método dos deslocamentos propriamente dito. O terceiro módulo está voltado para a visualização dos resultados através do desenho e edição da envoltória de esforços da estrutura. Estes módulos trocam informações entre si através de arquivos de dados padrão do *MatLab* (\*.mat).

Atrelado a esses três módulos foi desenvolvido um ambiente gráfico interativo com o objetivo de facilitar a utilização corrente do programa por outros usuários. Esta interface gráfica foi viabilizada graças aos simples e versáteis recursos gráficos (*GUI's - Interface Gráfica com o Usuário*) disponíveis *no MatLab*. Além de facilitar inserção dos dados de entrada e a visualização dos resultados, a interface desenvolvida permite a administração (abrir e salvar) de diretórios dos arquivos de dados.

#### 3. RESULTADOS

Como exemplo de aplicação será considerada a viga isostática que se segue, submetida ao veículo-tipo descrito na figura 5, cujo espaçamento entre forças é de 4,0m e 1,5m.

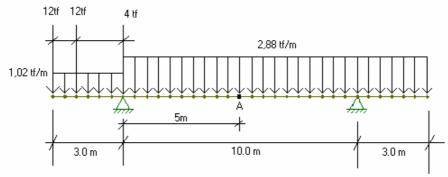


Figura 5 – Viga isostática submetida a carregamento móvel, cargas concentradas e carregamento de multidão.

A discretização da viga aconteceu em 32 elementos de 50cm cada. O resultado do processamento do esforço momento fletor, levando-se em consideração todas as possibilidades de carregamento armazenadas nas matrizes de ações nas extremidades das barras, encontra-se apresentado na figura 6. As linhas vermelhas representam os valores negativos do aludido esforço e azuis seus valores positivos de esforços. Estas são as duas linhas limites que determinam a envoltória de momentos fletores.

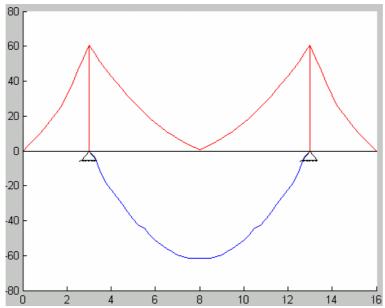
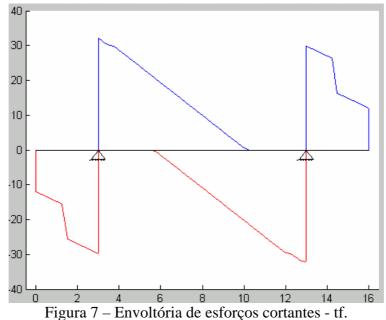


Figura 6 – Envoltória de momentos fletores – a linha azul representa a distribuição de momentos positivos e a vermelha os negativos (tf.m).

De forma semelhante se obtém a envoltória de esforços cortantes da viga em questão (figura 7).



Por conta de aproximações introduzidas no processo apresentado, especificamente nas aplicações das cargas do veículo-tipo, algumas variações são verificadas nas envoltórias das figuras 6 e 7.

## 4. CONCLUSÕES

Foram apresentados os resultados da participação efetiva de um aluno de iniciação científica na disciplina de Teoria das Estruturas. A sedimentação dos conhecimentos transversais, como informática e álgebra, fica bem patente. Como exemplo, o algoritmo escrito no MatLab, desenvolvido pelo discente, pôde ser aplicado em estruturas, criando um pensamento crítico à programação e às respostas da análise estrutural. A saber: pode-se dizer que o código mostrou bom desempenho, visto que são várias as tarefas executadas por ele, desde a discretização de toda a estrutura em pequenos elementos até a plotagem e visualização dos dados e resultados finais; o tempo total de processamento dos três módulos apresentou-se também razoável; foi constatada a vantagem da utilização dos arquivos de dados do MatLab em contraposição a arquivos de texto convencionais utilizados por muitos programas computacionais de engenharia, principalmente no tocante ao tempo de processamento; verificou-se que as sub-rotinas de leituras dos arquivos de texto são as principais responsáveis por esse aumento do tempo de processamento; os resultados obtidos comprovaram a necessidade de uma análise estrutural mais rigorosa para as vigas destinadas a estruturas de pontes, analisando-se cargas móveis, quando comparado com as submetidas a carregamentos estáticos, considerando as várias situações possíveis de ocorrência de carregamento, para que se possa partir para um dimensionamento seguro; a interface gráfica desenvolvida para a conversação mais amigável para o usuário, apresentou-se de fácil implementação e bastante útil, pois viabiliza uma melhor visualização dos resultados obtidos e fornece ferramentas para a administração dos arquivos de dados.

O aprendizado da mecânica estrutural pareceu ao aluno mais natural, mas ao mesmo tempo, com adequada dose de motivação, isto por utilizar a ferramenta computacional para a simulação de casos práticos da engenharia. Entender o problema em toda a sua dimensão (fase de análise), para então implementá-lo computacionalmente (seguir passos lógicos), resulta na formação de um aluno voltado à dinâmica do dia-a-dia de um engenheiro que se pretende para o século XXI.

### Agradecimentos

Os autores gostariam de externar seus agradecimentos ao programa de incentivo à iniciação científica da FAPEAL (fundação de amparo à pesquisa do estado de Alagoas).

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADEY, R.A and BREBBIA, C.A.. *Basic computational techniques for engineers*. London, Pentech Press, 1983.

BERNAT, A. R. M. Análisis de puentes continuos de hormigon de luces medias com secion evolutiva. Puentes de Hormigon, Cemento Hormigon, n. 748. Ed. Instituto Español del Cemento y sus Aplicaciones, Barcelona, España, 1995.

CHAPMAN, S.J. *Programação em MATLAB para engenheiros*, Ed. Pioneira Thompson Learning, São Paulo, 2003.

COOK, R.D., MALKUS, D.S. and PLESHA, M.E.. *Concepts and applications of finite element analysis*. 3a. edição, John Wiley & Sons Ed., New York, 1989.

EL DEBS, M. K. & SANTOS, M. F. Análise das consequências do tráfego de combinações de veículos de carga sobre pontes rodoviárias através da verificação da capacidade portante de

um projeto típico. In: 45°. Congresso Brasileiro do Concreto. Anais, IBRACON, Vitória-ES, 2003.

HANSELMAN, D. e LITTLEFIELD, B. *MatLab 5 – versão do estudante*. Makron Books, Rio de Janeiro, 1999.

LEONHARDT, F. Construções de concreto: princípios básicos da construção de pontes de concreto. 1ª. edição, Interciência, v.6., Rio de Janeiro, Brasil, 1982.

LUCKO, G. Means and methods analysis of a cast-in-place balanced cantilever segmental bridge: the Wilson Creek Bridge case study. Virginia Polytechnic Institute and State University, Master of Science, Blacksburg, Virginia, USA, 1999.

O'CONNOR, C. Pontes – Superestruturas, vol. 2. LTC/EDUSP, São Paulo, 1976.

PFEIL, W. Pontes em concreto armado, 1ª. Ed, 1979.

SÁLES, J.J. et al. *Sistemas estruturais - elementos estruturais*. Publicação da EESC-USP, São Carlos, SP, 1996.

VASCONCELOS, G.M.A. e BARBIRATO, J.C.C. Uma abordagem informatizada da teoria das estruturas utilizando o MatLab, *In: XXX Cobenge, NTM142T*, Piracicaba – SP, 2002.



## COBENGE 2005

# XXXIII - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia

"Promovendo e valorizando a engenharia em um cenário de constantes mudanças"

12 a 15 de setembro - Campina Grande Pb

Promoção/Organização: ABENGE/UFCG-UFPE

# LEARNING OF STRUCTURAL MECHANICS AIDDED BY COMPUTER: CASE CRITICAL EFFORTS LINE

Abstract: The present work presents the experience carried through together to the scholarship holder of scientific initiation attending a course disciplines it Theory of the Structures, using the MatLab environment for implementation of scripts for analysis of requested structures for mobile loads. She is necessary to point out that the computerization of you discipline them in the engineering courses is an uncosteded reality that must be followed by the professors who give them. In this context, the incentive to the construction of a sensitivity of the structural behavior through the computer-assisted learning, allows the aggregation of the computational techniques to the classic sections of manual study. In special, the structural analysis of the main set of beams of bridges was chosen as study object. Therefore, one becomes necessary to have knowledge of the critical requests for the diverse positions of the mobile load, or either, she is necessary to know the critical efforts line in the structure. The determination of the critical requests is made considering the concept of lines of influence, what if it becomes impracticable when is analyzing great structures without the aid of the computer, which had to the great number of involved information. It is used, for in such a way, a computational algorithm, getting critical efforts it of the happened efforts of the request of the mobile load, implemented in the MatLab environment saw method of the displacements in its metrical formularization. The algorithm was applied for analysis of the effect of vehicle-type in beams of bridges with different conditions of entailing. It was possible to mainly conclude that the academic exploitation improvement when computational tool is introduced, that one directed for engineering as it is the MatLab. It must be pointed out that the construction of computational algorithms was emphasized, contributing for the logical formation it pupil.

**Key-words**: Computational Mechanics of Structures, MatLab,