



COBENGE 2005

XXXIII - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia

“Promovendo e valorizando a engenharia em um cenário de constantes mudanças”

12 a 15 de setembro - Campina Grande Pb

Promoção/Organização: ABENGE/UFPE

UTILIZAÇÃO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS NO ENSINO DO MÉTODO DE CROSS

Arlindo P. Lopes – arlindo@unb.br

Li Chong Lee B. de Castro – lichonglee@unb.br

Carlos Eduardo V. Neves – calos.vneves@gmail.com

Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil – PECC

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – Universidade de Brasília – UnB

Campus Universitário Darcy Ribeiro – 70910-900 – Brasília – DF, Brasil

Resumo: *Visando auxiliar a abordagem do extenso conteúdo da disciplina Teoria das Estruturas, busca-se utilizar planilhas eletrônicas para o ensino do Método de Cross. Tais planilhas podem ser utilizadas pelos alunos para comparar os resultados dos exercícios resolvidos pela forma tradicional. Nota-se que isto é mais difícil de conseguir com a utilização de programas de análise estrutural comerciais, uma vez que alguns destes programas são bem mais complexos e têm um custo elevado. Além do mais, seria necessário ensinar os alunos a utilizá-los, o que levaria algum tempo. A utilização do Excel[®] pode ser uma solução para resolver este tipo de problema, pois é um programa que geralmente encontra-se pré-instalado no pacote da Microsoft Office[®] e está disponível em várias instituições educacionais através de licenças. O Excel[®] é uma ferramenta muito difundida e que não requer muito tempo de aprendizado. O objetivo principal deste trabalho é ilustrar algumas capacidades do Excel[®] na solução de problemas de análise estrutural através do Método de Cross. São resolvidos diferentes tipos de estruturas hiperestáticas com o intuito de ilustrar a aplicabilidade deste programa, auxiliando os alunos na compreensão do conteúdo e na análise dos resultados obtidos. Desta forma é possível reduzir o tempo gasto em operações sucessivas, tornando as aulas mais atraentes e estimulando os alunos.*

Palavras-chaves: *Método de Cross, Planilhas eletrônicas, Teoria das estruturas*

1. INTRODUÇÃO

Na década de 1960 os métodos matriciais eram a única escolha para os programas de análise estrutural e pesquisas subseqüentes, fizeram o método da rigidez como o mais eficiente a ser implementado em códigos computacionais do que os métodos tradicionais. Infelizmente, esta eficiência computacional não contribuiu da forma esperada para o entendimento do aluno, especialmente quando alunos de graduação estão tentando entender os conceitos da análise estrutural.

A integração computacional nos cursos de engenharia tem sido objeto de estudo por parte de educadores há mais de trinta e cinco anos (LICKLIDER,1966). Segundo O'NEILL et al. (1995) quando os programas computacionais são introduzidos nos cursos de análise estrutural, a instrução é geralmente limitada ao seu uso e, conseqüentemente, alguns detalhes

sobre a análise passam despercebidos, pois alguns destes programas funcionam como uma “caixa-preta”.

Para evitar estes problemas, SANTOS (2003) desenvolveu um programa para apoio ao ensino e aprendizagem do Método dos Elementos Finitos (MEF) voltado para a análise de treliças planas, onde foi utilizado o processo de solução iterativo (solução passo a passo), enfatizando as potencialidades educacionais do programa, permitindo a participação efetiva do aluno no processo de resolução do MEF.

Atualmente têm-se disponíveis mais recursos computacionais do que há vinte anos. Além disto, vários programas têm sido desenvolvidos, tais como: Excel[®], Matlab[®], Maple[®], entre outros, nos quais os alunos podem utilizar para modelar os métodos tradicionais da análise estrutural.

Agora se torna possível aos alunos à utilização de micro-computadores, desde as primeiras disciplinas de análise estrutural, para implementar os métodos tradicionais. Os mesmos podem criar planilhas eletrônicas para executar uma série de cálculos permitindo que o trabalho seja interativo, ao contrário dos procedimentos convencionais de programação. O Excel[®] foi escolhido para o desenvolvimento do presente trabalho por ser uma ferramenta muito difundida no campo da engenharia e, ainda, encontrar-se disponível em várias instituições educacionais através de licenças.

2. PLANILHAS ELETRÔNICAS

De acordo com ROCHESTER (1993) o desenvolvimento das planilhas eletrônicas deu-se início com Dan Bricklin, um estudante de mestrado em administração que pensou que deveria haver uma melhor forma de resolver os cálculos tediosos de seus estudos. Ele perguntou a um de seus amigos da área de informática, Bob Frankston, se ele poderia desenvolver um código computacional que pudesse resolver seus problemas. Em 1978 Frankston concordou e em janeiro de 1979 a primeira planilha eletrônica foi feita.

Esta planilha foi chamada de *VisiCalc*[®] e foi originalmente desenvolvida para aplicações em contabilidade e posteriormente os profissionais da engenharia, devido à formação matemática, encontraram inúmeras aplicações para a planilha eletrônica. Foi um impacto tão grande que empresas como a *Microsoft*[®] incorporaram várias funções de engenharia nas suas planilhas.

A planilha eletrônica é uma aplicação interativa e é dividida em várias células. Cada célula é independente e suas propriedades podem ser referenciadas em qualquer parte da planilha. Isto significa que a planilha pode ser construída para que as células trabalhem em conjunto ou de uma forma isolada.

Várias publicações sobre a utilização de planilhas eletrônicas na engenharia podem ser encontradas desde a publicação do livro de COOKE e BALAKRISHNAN (1985) onde os autores aplicaram as planilhas eletrônicas em orçamento e topografia.

MALASRI (1987) e WENZEL (1987) apresentaram idéias sobre a utilização de planilhas eletrônicas para o ensino do dimensionamento de estruturas de concreto armado. SMITH e WARNER (1992) mostraram como construir uma planilha eletrônica para o dimensionamento de pilares curtos e esbeltos de concreto armado. Mostraram também que uma vez construída a planilha, esta poderia ser utilizada em situações práticas com uma facilidade incrível, apenas modificando os parâmetros de entrada.

HADI (1996) apresentou duas planilhas eletrônicas aplicadas à análise estrutural. A primeira planilha calcula a deformada de placas submetida a carregamentos laterais e a segunda determina as linhas de influência em vigas de concreto armado.

O objetivo deste trabalho é ilustrar algumas capacidades do Excel[®] na solução de problemas de análise estrutural através do Método de Cross, que é um método que pode ser

facilmente programado em forma de planilha eletrônica, facilitando o entendimento dos alunos. A seguir, descrevem-se alguns conceitos referentes ao Método de Cross.

3. MÉTODO DE CROSS

Na análise estrutural quanto maior é a complexidade da estrutura, maior é o número de incógnitas e, conseqüentemente, maior é o número de equações a serem resolvidas. Métodos manuais de análise tornam-se extremamente tediosos quando a estrutura possui um elevado número de nós ou elementos. Uma alternativa óbvia é utilizar recursos computacionais para resolver tais tipos de estrutura. Entretanto, pode-se utilizar também um procedimento iterativo conhecido como o *Método da Distribuição dos Momentos*.

O artigo do Professor CROSS (1930) da Universidade de Illinois nos Estados Unidos descreve o procedimento completo para a análise de pórticos por distribuição dos momentos de engastamento, método hoje mundialmente conhecido como *Método de Cross*.

O Método de Cross é um processo iterativo de solução das equações de equilíbrio baseado no método da relaxação sem a obtenção explícita dos deslocamentos. O efeito dos esforços axiais não é considerado no método. Obtém-se, na conclusão do processo, os momentos fletores nas extremidades dos elementos que formam a estrutura.

O procedimento é iniciado assumindo todos os nós da estrutura temporariamente restringidos contra deslocamentos, ou seja, a estrutura é primeiramente tornada cinematicamente determinada, procedimento característico do método dos deslocamentos, e os momentos de engastamento dos elementos, causados pelo sistema de forças aplicado à estrutura, são determinados para esta condição. Em seguida, um nó de cada vez é liberado e, então, é realizada a distribuição dos momentos resultantes nas extremidades dos elementos conectados ao nó liberado, que por sua vez, geram momentos nos nós adjacentes que ainda se encontram restringidos, satisfazendo desta forma as condições de compatibilidade geométrica ou continuidade. O nó liberado é novamente restringido e um outro nó é solto com o processo sendo repetido quantas vezes forem necessárias até que os momentos gerados nos nós restringidos adjacentes sejam nulos ou de valor numericamente insignificante. Os momentos fletores finais em cada uma das extremidades dos elementos são obtidos pela somatória dos momentos calculados nestas extremidades.

A convenção de sinais é a de que os momentos fletores serão considerados positivos quando atuarem na extremidade do elemento no sentido horário, assim como, a rotação no nó no sentido horário será também considerado positivo. Maiores informações sobre o Método de Cross podem ser obtidas em LIGHTFOOT (1961), LAURSEN (1978) e VOLOKH (2002).

4. ALGUNS PARÂMETROS

Analisando uma estrutura pelo Método de Cross são empregados alguns parâmetros denominados de rigidez rotacional, rigidez rotacional reduzida, fator de distribuição e fator de transmissão, além dos momentos de engastamento que podem ser determinados por qualquer um dos métodos de análise estrutural encontrados na literatura.

No Método de Cross inicialmente todos os nós são restritos (engastados) e o processo de iteração é realizado, de forma geral, com apenas um nó liberado e os demais restringidos de maneira que a análise da estrutura seja feita conforme a Figura 1.

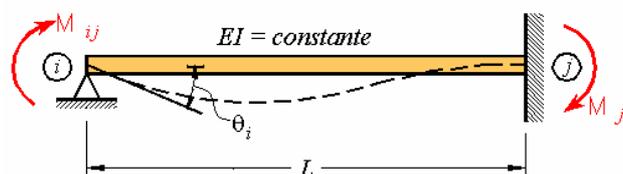


Figura 1 – Estrutura apoiada em uma extremidade e engastada na outra.

A análise desta viga pode ser efetuada utilizando-se as equações do método dos deslocamentos para estruturas indeslocáveis conforme as equações (1) e (2), encontradas em LOPES e LOPES (2005).

$$M_{ij} = M_{ij}^E + \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j) \quad (1)$$

$$M_{ji} = M_{ji}^E + \frac{2EI}{L}(\theta_i + 2\theta_j) \quad (2)$$

Aplicando-se as condições de contorno na Figura 1, têm-se as seguintes equações.

$$M_{ij} = \frac{4EI\theta_i}{L} \quad (3)$$

$$M_{ji} = \frac{2EI\theta_i}{L} \quad (4)$$

Por definição, rigidez rotacional é o valor de um momento fletor (K) que causa um deslocamento angular (θ) unitário no ponto e na direção do momento aplicado. Fazendo $\theta_i = 1$ na equação (3) tem-se para a rigidez rotacional o seguinte valor.

$$K_{ij} = \frac{4EI}{L} \quad (5)$$

notando-se que a rigidez rotacional depende apenas do material e das propriedades geométricas do elemento.

Pode-se proceder de forma análoga para elementos com rótula nas extremidades. No entanto, sabendo-se que o momento fletor na rótula é igual a zero e que o processo de iteração é simplificado utilizando-se a rigidez rotacional reduzida para elementos com rótulas em suas extremidades. Fazendo-se o uso da rigidez rotacional reduzida quando o nó i adjacente à uma estrutura rotulada j é liberado, tem-se a estrutura indicada na Figura 2.

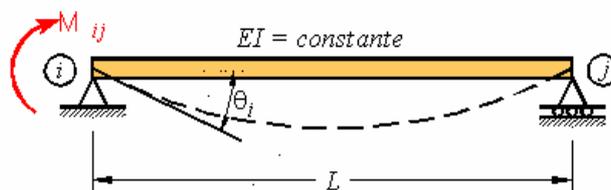


Figura 2 – Estrutura bi-apoiada.

A rigidez rotacional reduzida para elementos com rótulas nas extremidades e inércia constante é dada por:

$$K'_{ij} = \frac{3EI}{L} \quad (6)$$

Após a determinação dos momentos de engastamento nas extremidades dos elementos que constituem a estrutura, cada nó é liberado um de cada vez e conseqüentemente no instante em que um determinado nó é liberado, com os demais nós adjacentes restringidos, o momento resultante no nó liberado provocado pela soma algébrica dos momentos de engastamento existentes naquele nó é distribuído a cada extremidade do elemento pertencente ao nó liberado.

Essa distribuição do momento resultante no nó liberado, em cada iteração, é diretamente proporcional à rigidez rotacional das extremidades dos elementos conectados ao nó liberado por um fator denominado de Fator de Distribuição (FD).

Considerando um pórtico submetido a um sistema de força qualquer sendo analisado pelo Método de Cross na etapa em que o nó B é liberado, os momentos de engastamento nas extremidades dos elementos conectados ao nó B causam a rotação do nó e a correspondente linha elástica ilustrada na Figura 3.

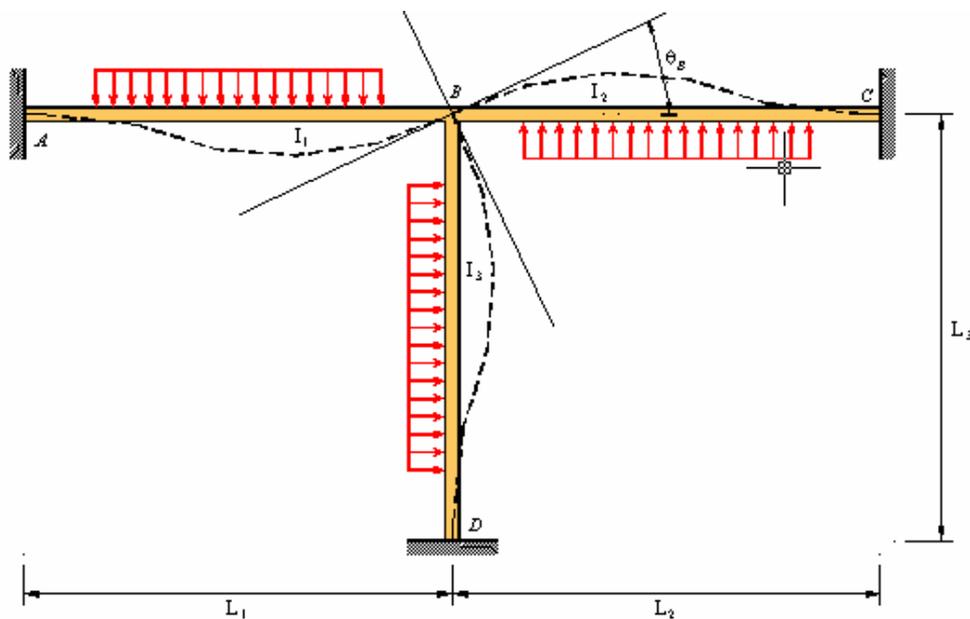


Figura 3 – Rotação no nó B .

Aplicando a equação (1) do método dos deslocamentos para a análise do pórtico na Figura 3, tem-se:

$$M_{BA} = M_{BA}^E + \frac{2EI_1}{L_1}(2\theta_B) = M_{BA}^E + \frac{4EI_1}{L_1}\theta_B \quad (7)$$

$$M_{BC} = M_{BC}^E + \frac{2EI_2}{L_2}(2\theta_B) = M_{BC}^E + \frac{4EI_2}{L_2}\theta_B \quad (8)$$

$$M_{BD} = M_{BD}^E + \frac{2EI_3}{L_3}(2\theta_B) = M_{BD}^E + \frac{4EI_3}{L_3}\theta_B \quad (9)$$

Mas sendo a rigidez rotacional igual a $K_{ij} = \frac{4EI}{L}$, as equações (7), (8) e (9), podem ser escritas da seguinte forma:

$$M_{BA} = M_{BA}^E + K_{BA}\theta_B \quad (10)$$

$$M_{BC} = M_{BC}^E + K_{BC}\theta_B \quad (11)$$

$$M_{BD} = M_{BD}^E + K_{BD}\theta_B \quad (12)$$

A equação de equilíbrio necessária para a solução das equações (10), (11) e (12) é a de que a somatória de momentos em relação ao nó B seja igual a zero, ou seja,

$$\sum M_B = 0 \quad ; \quad M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0 \quad (13)$$

Substituindo as equações (10), (11) e (12) na equação (13), tem-se:

$$M_{BA}^E + K_{BA}\theta_B + M_{BC}^E + K_{BC}\theta_B + M_{BD}^E + K_{BD}\theta_B = 0 \quad (14)$$

ou escrevendo de uma outra maneira,

$$(K_{BA} + K_{BC} + K_{BD})\theta_B + (M_R) = 0 \quad (15)$$

logo o deslocamento angular θ_B nesta etapa será

$$\theta_B = -\frac{(M_R)}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} \quad (16)$$

onde (M_R) é a soma algébrica dos momentos de engastamento nas extremidades do nó liberado.

Substituindo a expressão de θ_B nas equações (10), (11) e (12) têm-se, na segunda parcela, o momento (M_R) distribuído proporcionalmente a rigidez rotacional da extremidade de cada elemento conectado ao nó liberado como sendo

$$M_{BA} = M_{BA}^E - \frac{K_{BA}(M_R)}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} \quad (17)$$

$$M_{BC} = M_{BC}^E - \frac{K_{BC}(M_R)}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} \quad (18)$$

$$M_{BD} = M_{BD}^E - \frac{K_{BD}(M_R)}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} \quad (19)$$

Observa-se, portanto, que com a liberação do nó B , cada extremidade do elemento conectado a esse nó recebe uma parte do momento resultante (M_R) correspondente ao valor

de (M_R) multiplicado por um fator de distribuição, e no caso das equações (17), (18) e (19), têm-se:

$$FD_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} = \frac{K_{BA}}{\sum K} \quad (20)$$

$$FD_{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} = \frac{K_{BC}}{\sum K} \quad (21)$$

$$FD_{BD} = \frac{K_{BD}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD}} = \frac{K_{BD}}{\sum K} \quad (22)$$

Generalizando, o fator de distribuição pode ser dado por

$$FD_{ij} = \frac{K_{ij}}{\sum K} \quad (23)$$

onde K_{ij} é a rigidez rotacional do elemento na extremidade correspondente ao nó liberado e $\sum K$ é a soma das rigidezes rotacionais, nas extremidades correspondentes ao nó liberado, de todos os elementos conectados a esse nó.

Na demonstração do fator de distribuição, as equações do método dos deslocamentos foram empregadas para a análise do pórtico ilustrado na Figura 3 tendo sido determinado a rotação do nó B e os momentos fletores nas extremidades dos elementos conectados ao referido nó, enquanto que os momentos fletores nas extremidades restringidas não foram determinados. Utilizando a equação (1), no pórtico anteriormente referido, e conhecendo o deslocamento angular θ_B , têm-se as seguintes expressões correspondentes aos momentos fletores nas extremidades restringidas:

$$M_{AB} = -M_{AB}^E + \frac{2EI_1}{L_1} \theta_B = -M_{AB}^E + \frac{2EI_1}{L_1} \theta_B \quad (24)$$

$$M_{CB} = -M_{CB}^E + \frac{2EI_2}{L_2} \theta_B = -M_{CB}^E + \frac{2EI_2}{L_2} \theta_B \quad (25)$$

$$M_{DB} = -M_{DB}^E + \frac{2EI_3}{L_3} \theta_B = -M_{DB}^E + \frac{2EI_3}{L_3} \theta_B \quad (26)$$

Por conveniência a equação de momento fletor M_{BA} obtida anteriormente é agora repetida como sendo

$$M_{BA} = M_{BA}^E + \frac{4EI_1}{L_1} \theta_B \quad (27)$$

Considerando apenas o elemento AB da Figura 3 e dividindo-se, portanto, a segunda parcela da equação (24) pela segunda parcela da equação (27), tem-se:

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2} \quad (28)$$

onde α é o fator de transmissão, ou seja, um momento aplicado na extremidade do elemento conectado ao nó liberado induz um momento na extremidade restringida do elemento igual a metade do seu valor e no mesmo sentido, se a inércia for constante.

O fator de transmissão é a relação entre o momento fletor na extremidade restringida e o momento aplicado na extremidade conectada ao nó liberado. O fator de transmissão para qualquer elemento com inércia constante é sempre igual a 0,5. No caso de inércia variável, o fator de transmissão é determinado por integração ou por métodos numéricos. Portanto apresentam-se as ferramentas básicas para a aplicação do Método de Cross.

5. EXEMPLOS NUMÉRICOS

Para ilustrar a aplicabilidade do Excel® dois exemplos são apresentados. O primeiro exemplo consiste em uma viga contínua dada por SÜSSEKIND (1973). O apoio A é um apoio do terceiro gênero e os apoios restantes são considerados como apoios do primeiro gênero. O carregamento e as características da viga são ilustrados na Figura 4 e a solução da estrutura, pelo Método de Cross, é apresentada na planilha da Figura 5.

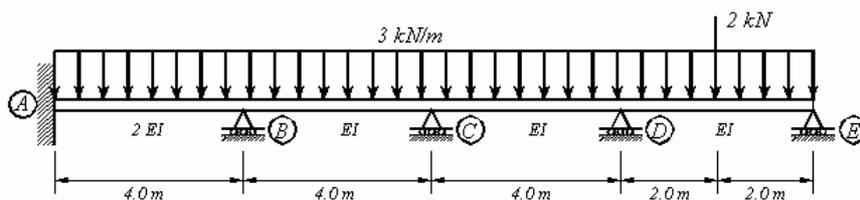


Figura 4 – Viga contínua para o primeiro exemplo.

Nós	A	B	C	D	E
Elementos	AB	BA	BC	CB	CD
FD	0	0,67	0,33	0,5	0,5
1ª	-4	4	-4	4	-4
2ª	0	0	0	0	0
3ª	0	0	-0,24938	0	0
4ª	0,08354	0	0	0,04115	0,07107
5ª	0	0	-0,02805	0	0
6ª	0,00940	0	0	0,00463	0,00800
7ª	0	0	-0,00316	0	0
8ª	0,00106	0	0	0,00052	0,00090
Σ	-3,906	4,188	-4,188	3,485	-3,484

Figura 5 – Planilha do Excel® para a viga contínua.

A linha 4 da planilha da Figura 5 apresenta os fatores de distribuição que dependem do material e das propriedades geométricas da estrutura. A linha 5 apresenta os momentos de engastamento nas extremidades e fazem parte da primeira iteração do método. A linha 6 é obtida utilizando-se os momentos de engastamento nas extremidades, assim como, os fatores de distribuição. Por exemplo, a célula H6 é dada por $= (H5 + I5) * (-1) * H4$. Observe que em cada iteração são utilizados os fatores de transmissão. Por exemplo, a célula G7 é dada por $= H6 * 0,5$. O procedimento para as demais iterações é feito de forma análoga.

O resultado final dos momentos nas extremidades dos elementos é o somatório, nas respectivas colunas, das linhas 5 a 19. Por exemplo, o momento final da extremidade C do elemento CD, célula G21, é dado por $= SOMA(G5:G19)$.

A Figura 6 mostra o diagrama de momento fletor para a viga contínua da Figura 4 e foi obtido utilizando-se o programa FTool®. Observe que os valores obtidos pelo programa estão de acordo com os obtidos pela planilha eletrônica.

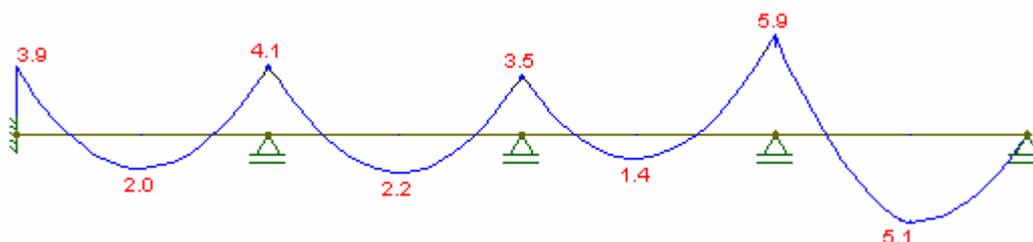


Figura 6 – Diagrama de momento fletor para a viga contínua.

O segundo exemplo consiste em um pórtico indeslocável dado por SILVA JR (1975). O apoio A é um apoio do segundo gênero e os apoios restantes são considerados como apoios

do terceiro gênero. O carregamento e as características da estrutura são ilustrados na Figura 7 e a solução da estrutura, pelo Método de Cross, é apresentada na planilha da Figura 8.

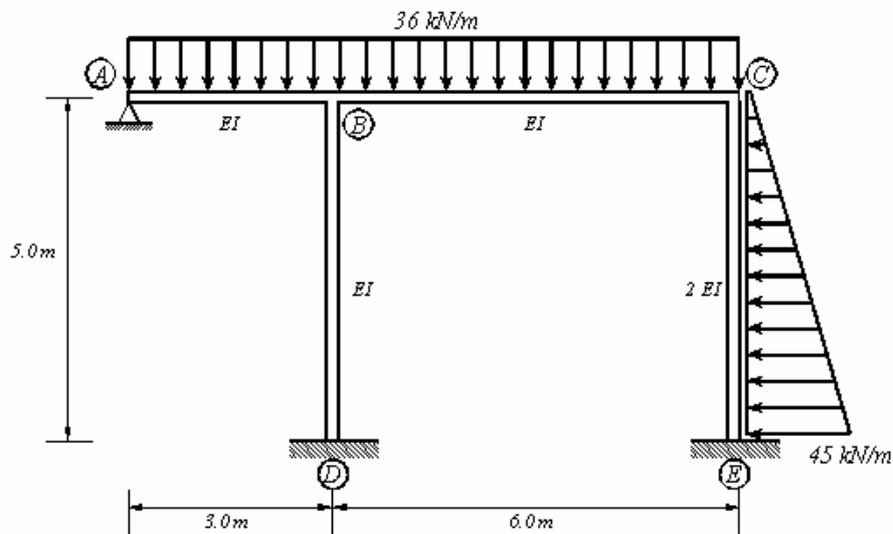


Figura 7 – Pórtico indeslocável para o segundo exemplo.

Da mesma forma que o exemplo anterior, a linha 4 da planilha da Figura 8 apresenta os fatores de distribuição que dependem do material e das propriedades geométricas da estrutura. A linha 5 apresenta os momentos de engastamento nas extremidades e fazem parte da primeira iteração do método. É válido ressaltar que esses momentos dependem do tipo de carregamento que a estrutura está submetida. A linha 6 é obtida utilizando-se os momentos de engastamento nas extremidades, assim como, os fatores de distribuição. Por exemplo, a célula $E6$ é dada por $= (D5 + E5 + F5) * (-1) * E4$. Observe que em cada iteração são utilizados os fatores de transmissão. Por exemplo, a célula $J9$ é dada por $= E8 * 0,5$. O procedimento para as demais iterações é feito de forma análoga. Deve-se ter atenção na utilização dos fatores de transmissão, pois no nó B existe a influência de três elementos: BA , BC e BD .

O resultado final dos momentos nas extremidades dos elementos é o somatório, nas respectivas colunas, das linhas 5 a 19. Por exemplo, o momento final da extremidade B do elemento BC , célula $F21$, é dado por $= SOMA(F5 : F19)$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		Nós	A	B			C		E	D
3		Elementos	AB	BA	BD	BC	CB	CE	EC	DB
4		FD	1	0,41	0,32	0,27	0,30	0,70	0	0
5		1ª	0	40,50	0	-108	108	-37,5	56,25	0
6			0	27,68	21,60	18,23	-21,15	-49,35	0	0
7		2ª	0	0	0	-10,58	9,11	0	-24,68	10,80
8			0	4,34	3,38	2,86	-2,73	-6,38	0	0
9		3ª	0	0	0	-1,37	1,43	0	-3,19	1,69
10			0	0,56	0,44	0,37	-0,43	-1,00	0	0
11		4ª	0	0	0	-0,21	0,18	0	-0,5	0,22
12			0	0,09	0,07	0,06	-0,06	-0,13	0	0
13		5ª	0	0	0	-0,03	0,03	0	-0,06	0,03
14			0	0,01	0,009	0,0075	-0,009	-0,02	0	0
15		6ª	0	0	0	-0,004	0,004	0	-0,01	0,004
16			0	0,0018	0,0014	0,0012	-0,0011	-0,0026	0	0
17		7ª	0	0	0	-0,0006	0,0006	0	-0,0013	0,0007
18			0	0,00023	0,00018	0,00015	-0,0002	-0,00041	0	0
19		8ª	0	0	0	-0,00009	0,00008	0	-0,0002	0,00009
20										
21		Σ	0	73,17	25,50	-98,67	94,38	-94,38	27,81	12,75

Figura 8 – Planilha do Excel® para o pórtico indeslocável.

A Figura 9 mostra o diagrama de momento fletor para pórtico da Figura 7 e também foi obtido utilizando-se o programa FTool®. Observe que os valores obtidos pelo programa estão de acordo com os obtidos pela planilha eletrônica.

No Método de Cross devem-se fazer várias iterações até que os momentos nas extremidades dos elementos sejam zero. Nos exemplos apresentados, optou-se por fazer oito iterações para mostrar que na medida que se aumenta o número de iterações, o valor dos momentos tende a zero. Com a construção das planilhas das Figuras 5 e 8, pode-se facilmente alterar as propriedades geométricas da estrutura e o tipo de carregamento, alterando-se para tanto, as linhas 4 e 5, respectivamente.

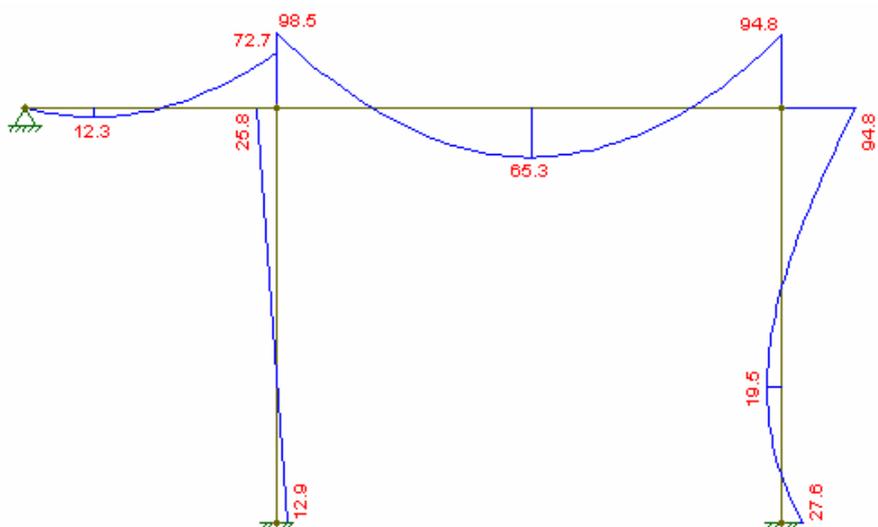


Figura 9 – Diagrama de momento fletor para o pórtico indeslocável.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Atualmente os alunos dos cursos de análise estrutural podem utilizar diversas ferramentas computacionais para realizarem os cálculos. As vantagens de se utilizar estas ferramentas em relação aos procedimentos manuais, incluem a redução de erros matemáticos, execução rápida de cálculos repetitivos e a exploração de configurações alternativas. A utilização de planilhas eletrônicas pode auxiliar o ensino do Método de Cross reduzindo o tempo gasto pelos alunos na resolução dos exercícios. Pode-se facilmente incluir nas planilhas apresentadas, carregamentos que envolvam efeito de temperatura, carga trapezoidal, carga concentrada e até mesmo molas e recalques de apoio. Acredita-se que os alunos, mesmo com conhecimentos elementares de análise estrutural, possam resolver estruturas um pouco mais complexas, sem utilizar programas do tipo “caixa-preta”.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COOKE, B.; BALAKRISHNAN, A. **Computer Spreadsheet Applications in Building and Surveying**. Macmillan, UK, 1985.

CROSS, H. Analysis of Continuous Frames by Distributing Fixed-End Moments. **Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, v. 96, p. 919-928, 1930.

HADI, M. N. S. Utilising the Capabilities of Spreadsheets for Designing Structures. **The International Journal of Construction Information Technology**. v. 4, n. 2, p. 15-28, 1996.

LAURSEN, H. I. **Structural Analysis**. McGraw-Hill, New York, USA, 1978.

LICKLIDER, J. C. R. The Impact of Computers on Education in Engineering Design. In: **Proceedings of the Conference on the Impact of Computers on Education in Engineering Design**. Washington, D.C., USA, 1966.

LIGHTFOOT, E. **Moment Distribution: A Rapid Method of Analysis for Rigid-Jointed Structures**. Barnes & Noble, New York, USA, 1961.

LOPES, R. C.; LOPES, A. P. **Análise Estrutural – Método dos Deslocamentos**. Livro em preparação, Manaus-AM, Brasil, 2005.

MALASRI, S. Spreadsheet R. C. Beam Design Aid. **Structural Engineering Practice**. v. 4, n. 1&2, p. 67-77, 1987.

O'NEILL, R. J.; HAMILTON, S. R.; LENOX, T. A. Not just a Black-Box: Personal Computer use in Undergraduate Structural Analysis Courses. In: **Proceedings of the Second Congress on Computing in Civil Engineering**. ASCE, USA, 1995.

ROCHESTER, J. B. **Computer Tools for Knowledge Workers**. Homewood, Boston, 1993.

SANTOS, G. O. **Desenvolvimento de Programas para Apoio ao Ensino do Método dos Elementos Finitos**. 2003. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil)/Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

SILVA JR, J. F. **Método de Cross**. Editora McGraw-Hill do Brasil, 1975.

SMITH, C. A. S.; WARNER, R. F. Design of Circular Concrete Columns using Spreadsheets. **Australian Civil Engineering Transactions**. CE34, v. 4, p. 337-342, 1992.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de Análise Estrutural – Método das Deformações e Processo de Cross**. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 1973.

VOLOKH, K. Y. On Foundations of the Hardy Cross Method. **International Journal of Solids and Structures**. v. 39, p. 4197-4200, 2002.

WENZEL, T. H. Use of Spreadsheet Programs in Teaching Reinforced Concrete Design. **Computer Applications in Concrete Technology**. ACI SP-98, p. 149-160, 1987.

TEACHING THE CROSS METHOD USING SPREADSHEET

Abstract: *To assist the extensive content of the subject Theory of the Structures, the use of electronic spreadsheet for teaching the Cross Method is used. Such spreadsheets can be used by the students to compare the final results solved by the traditional form. It is noted that is more difficult to obtain results with the use of commercial programs of structural analysis, in which these programs are more complex and have a high cost. In addition, it would be necessary to teach the students to use them, what it might take some time. The use of Excel[®] can be a solution to solve this type of problem, therefore it is a program that generally is installed in the package of the Microsoft Office[®] and is available in some educational institutions through licenses. Excel[®] is a known computer tool and does not require much time of learning. The main objective of this work is to illustrate some capacities of the Excel[®] in the solution of some problems in structural analysis through the Cross Method. Different types of indeterminate structures are used, such as: a continuous beam and a plane frame, with the goal to illustrate the applicability of this program, assisting the students in the understanding of the content and the analysis of the obtained results. In addition it is possible to reduce the time consuming in successive operations, to make the lessons more attractive and to stimulate the students.*

Key-words: *Cross Method, Spreadsheet, Theory of Structures.*