



COBENGE 2005

XXXIII - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia

"Promovendo e valorizando a engenharia em um cenário de constantes mudanças"

12 a 15 de setembro - Campina Grande Pb

Promoção/Organização: ABENGE/UFCG-UFPE

DESENVOLVIMENTO DE ESTUDOS PARA ANÁLISE DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES EM PRÓTESES DE MEMBRO INFERIOR UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Anderson Gabriel Santiago – mestre.santiago@terra.com.br

Márcia Suely Corrêa Vilela – marcia@pucpcaldas.br

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Curso de Engenharia Elétrica.

Campus de Poços de Caldas

Avenida Padre Francis Cletus Cox, 1661.

CEP: 37701-355 – Poços de Caldas – Minas Gerais

Marcelo Branco – mbranco@pucpcaldas.br

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Curso de Fisioterapia.

Campus de Poços de Caldas

Avenida Padre Francis Cletus Cox, 1661.

CEP: 37701-355 – Poços de Caldas – Minas Gerais

Resumo: *Dada à necessidade de se elaborar modelos confiáveis para projetos e análises de estruturas, este trabalho faz uma revisão na qual apresenta algumas ferramentas, assim como propõe uma nova metodologia capaz de simular tais modelos. Para possíveis aplicações desta nova proposta, foi escolhida uma prótese de membro inferior disponível no mercado. Uma das motivações para o desenvolvimento deste tipo de estudo é também o seu aspecto social, sendo que parte do elevado custo para a aquisição de tais próteses se deve a seu projeto. Busca-se desenvolver o modelamento segundo as equações da Mecânica do Contínuo, que desconsidera a estrutura molecular. As equações diferenciais deverão ser resolvidas utilizando o já consagrado Método dos Elementos Finitos (MEF), que através da revisão bibliográfica se mostra um recurso confiável para a análise via microcomputadores. Neste método o domínio é discretizado em n – subdomínios (chamados de elementos) onde cada equação é resolvida através de funções aproximadoras para cada um destes elementos. O presente trabalho objetiva descrever a aplicação de técnicas de modelagem e simulação, através de conceitos da mecânica computacional em pesquisas nas áreas de ortopedia. Tem como objetivo também, descrever o método, as considerações e uma possível abordagem para a aplicação dos recursos desenvolvidos, buscando a solução de problemas tais como a carência das aplicações específicas e o alto custo das existentes.*

Palavras-chave: *elementos finitos, próteses, mecânica computacional.*

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, a integração entre os conhecimentos da Engenharia e com os de outras áreas é de fundamental importância para o desenvolvimento da Ciência como um todo. Isto pode ser observado nas aplicações de diversas áreas da Engenharia no avanço das Ciências Médicas, principalmente no desenvolvimento de recursos confiáveis para simulações e análises de sistemas biológicos, desenvolvimento de drogas para tratamento de doenças, projeto e controle de mecanismos que possam melhorar a qualidade de vida de deficientes

físicos e aperfeiçoamento de equipamentos com elevada precisão e exatidão para monitoramento e tratamento de pacientes.

Mesmo com o desenvolvimento da tecnologia hospitalar, sabe-se que há uma carência de estudos que viabilizem a aquisição de próteses para a maioria dos usuários. O elevado custo de tais próteses se deve ao seu projeto, que é realizado individualmente para cada paciente, pois são levadas em consideração particularidades da anatomia de cada usuário.

Através da revisão bibliográfica, percebe-se uma evolução deste tipo de estudo, principalmente na área odontológica, sendo realizados estudos do comportamento de próteses dentárias, conforme RUBO e SOUZA (2001). Contudo, há poucos trabalhos desenvolvidos em ortopedia. Nota-se também que os softwares utilizados para estas análises são *software houses*, ou seja, softwares completíssimos para análises com elementos finitos. Em um de seus trabalhos, AZEVEDO (2000) ressalta que desta forma, não há possibilidade do usuário interagir de maneira abrangente com o problema, em sua formulação e programação. Além disto, o custo total da pesquisa é elevado em função da alta complexidade e da exigência de avançados recursos computacionais. Fica impossibilitado o aprendizado completo e abrangente que poderia permitir o desenvolvimento de recursos fora de grandes empresas de softwares de elementos finitos.

Este trabalho propõe a análise de aplicações de recursos da Engenharia nas Ciências Médicas. Além disto, objetiva apresentar uma metodologia para o desenvolvimento de um algoritmo para análise de estruturas, sendo que sua aplicação será em uma prótese para amputações abaixo do joelho, com suas dimensões originais tomadas como referência principal para a formulação do problema.

Através do algoritmo proposto, espera-se também possibilitar simulações com diferentes carregamentos para a análise do comportamento do corpo.

O algoritmo deverá ser implementado em MATLAB 7.0. Contudo, poderá também ser implementado em qualquer linguagem de programação, sendo necessárias apenas pequenas alterações em sua estrutura e o uso de bibliotecas gráficas específicas de cada linguagem.

2. ESTADO DA ARTE

Ensaio prático e análises através de elementos finitos aplicados a ortopedia possibilitam uma compreensão mais abrangente dos pontos críticos, ou seja, aqueles que merecem maior investimento de material. Segundo WEINSTEIN et al (1976), modelos computacionais são imensamente úteis para análises em biomecânica para analisar esforços e momentos em estruturas como próteses dentárias e HERMINI e BALTHAZAR (2004) apresentam análises de desgaste em componentes de próteses de membros inferiores.

Através da revisão bibliográfica foram encontrados alguns trabalhos com elementos finitos aplicados em ortopedia, porém todos fazem uso de softwares comerciais. Este trabalho, além de uma revisão sobre o assunto, também apresenta uma metodologia para possibilitar o aprendizado do método dos elementos finitos e uma aplicação com grande apelo social, já que atualmente há um grande número de indivíduos que sofreram algum tipo de amputação e que não possuem condições econômicas suficientes para custear a confecção de uma prótese para substituir o membro perdido.

Amputação é uma palavra temida, cujo significado mais forte, é o de mutilação. Está sempre relacionada com perda, incapacidade, impossibilidade de trabalho e exclusão social. O indivíduo que sofre uma amputação adquire grandes limitações físicas e, conseqüentemente, emocionais. Isso justifica grande necessidade que estas pessoas têm em conseguir uma prótese. Entretanto, o mercado brasileiro desse gênero é restrito e dominado por grandes empresas, o que faz com que o custo se torne elevado e as possibilidades de prototipagem mais escassas. Desta forma, qualquer alternativa que surja para viabilizar a aquisição de próteses

com menor custo torna-se interessante já que, a maior parte das pessoas que necessitam desse tipo de recurso é de classe socioeconômica baixa.

Entre os fatores que levam um indivíduo a sofrer a perda de um membro, estão principalmente acidentes de trabalho e a diabetes, que associada à falta de informação sobre a doença agravam a situação do paciente.

Após a amputação, um dos fatores que prejudicam a reabilitação do paciente, é a falta de tratamento especializado. Esta condição posteriormente desfavorece o trabalho de reabilitação ortopédica desenvolvido em clínicas de fisioterapia, pois interfere diretamente na capacidade de resposta que os pacientes possam apresentar às técnicas aplicadas, além da dificuldade que existe na obtenção e adaptação às próteses.

3. O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para a solução de certos problemas em engenharia, são necessários métodos de soluções aproximadas. Dentre estes métodos destacam-se o método das diferenças finitas, mínimos quadrados, método dos elementos de contorno e o método dos elementos finitos - MEF.

Destaque especial deve ser dado ao MEF pela sua simplicidade e a sua grande aplicação em problemas nos campos da Mecânica dos Sólidos, Mecânica dos Fluidos, Transferência de Calor e Teoria Eletromagnética.

O método é baseado na divisão (discretização no espaço) do domínio (corpo em estudo) em n -subdomínios (elementos) de dimensões e formas variáveis, e as equações diferenciais são resolvidas através de funções aproximadoras que são escolhidas como solução para problema.

Existem várias formas para a abordagem dos problemas de Mecânica dos Sólidos: através do tratamento direto das equações diferenciais ou formulação variacional a partir do conceito de energia. A seguir, são fornecidas breves descrições dos dois métodos mais comumente utilizados: o método dos deslocamentos (através de equações diferenciais) e o princípio da mínima energia potencial (através da formulação variacional).

3.1 Através de equações diferenciais: Método dos Deslocamentos

No Método dos Deslocamentos, são realizados estudos da estrutura através das equações constitutivas (Lei de Hook generalizada), em sua forma matricial que é dada pela equação (1):

$$\{\sigma\} = [D] \bullet \{\varepsilon\} \quad (1)$$

Onde $\{\sigma\}$ é o campo de tensões (normal e de cisalhamento) referentes a cada um dos eixos coordenados, $[D]$ é a matriz de propriedade do material e $\{\varepsilon\}$ é o campo de deformações específicas em cada eixo. Neste método, as equações são resolvidas para os deslocamentos (u , v e w) que se relacionam com as deformações específicas através das equações diferenciais:

Deformações específicas devido às tensões normais são descritas pela equação (2):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_x ; \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_y ; \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_z \quad (2)$$

Deformações específicas devido às tensões de cisalhamento são descritas pela equação (3):

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \gamma_{yx}; \quad \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} = \gamma_{yz}; \quad \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} = \gamma_{zx} \quad (3)$$

Para o estudo proposto, este método foi escolhido por não haver a necessidade de se desenvolver um funcional, e desta forma analisar a estrutura diretamente através das equações diferenciais.

3.2 Através da formulação variacional: Princípio da Mínima Energia Potencial

Seja a energia potencial total de um corpo elástico π_p definido pela equação (4):

$$\pi_p = \pi - \omega_p \quad (4)$$

Onde π é a energia devido a deformação de corpo e ω_p é o trabalho realizado por forças externas. O enunciado do princípio da mínima energia potencial, segundo RAO (1982), diz que: “De todos os estados de deformações possíveis que um corpo pode assumir, o estado que satisfaz as equações de equilíbrio faz com que a energia potencial possua um valor mínimo”.

Desta forma, adota-se as variações com relação aos deslocamentos, assumindo forças e deformações específicas constantes. Deve-se encontrar o conjunto de valores tais que $\delta\pi_p = 0$, ou:

$$\delta\pi_p(u, v, w) = \delta\pi(u, v, w) - \delta\omega_p(u, v, w) = 0 \quad (5)$$

O símbolo δ indica a variação do funcional π_p . Este procedimento é análogo ao de encontrar o mínimo (ou máximo) de uma função em Cálculo Diferencial e Integral.

Ambos os métodos apresentados acima levam aos mesmos resultados.

4. PROPOSTA DE UMA NOVA METODOLOGIA

4.1 Considerações sobre o problema

Para a análise do corpo em questão, são propostas as seguintes considerações:

- No cilindro circular metálico que compõe a prótese, são consideradas apenas as tensões e deformações axiais, sendo os efeitos radiais e angulares desprezíveis em relação ao primeiro;

- Para a análise do pé que compõe a prótese, pode ser considerado um estudo de estado plano de tensões e de estado plano de deformações.

É importante ressaltar que esta última consideração é razoável, já que um dos objetivos dos tratamentos ortopédicos é fazer com que o amputado pise com um ângulo de 90° em relação ao solo (quando parado). Isto faz com que não haja flexões em mais de um eixo e que as tensões normais à sua superfície sejam simétricas, limitando parte da análise apenas ao perfil lateral do objeto. A Figura 1 abaixo ilustra o modelo do pé da prótese analisada. Esta consideração torna-se importante também pelo fato de que reduz os custos computacionais; a execução do código é mais rápida e não se perde a precisão.



Figura 1 – Vista frontal do pé da prótese

Para a validação dos resultados, também é interessante o desenvolvimento de um dispositivo a partir de um strain gage (extensômetro). Este dispositivo permite o mapeamento da força aplicada pelo coto na superfície de contato da prótese com o paciente, possibilitando desta forma a análise mais precisa das tensões para a modelagem do problema.

4.2 Considerações sobre o algoritmo

Para a elaboração do algoritmo e sua implementação, são propostas as seguintes considerações:

- Utilização de elementos do tipo bi-linear de primeira ordem com as tensões aplicadas ao plano do elemento. Segundo SAVASSI (1996), este tipo de elemento apresenta um melhor desempenho que o elemento triangular de mesma ordem;

- Para a modelagem do pé da prótese, uso de elementos isoparamétricos, torna possível à modelagem de estruturas com geometrias complexas.

Através deste algoritmo, pretende-se também análises de estudos de estruturas que possam ser modeladas com as considerações feitas acima, ou seja, um estudo de estado plano de tensões e deformações.

4.3 Metodologia para o desenvolvimento do algoritmo

Para a realização do estudo proposto, foram desenvolvidas rotinas para mapeamento de uma malha de elementos finitos quadrilaterais (através de estruturas de laços) e definidas funções matemáticas polinomiais para possibilitar a determinação dos pontos de incidência nodal. Busca-se também, automatizar o refinamento da malha isto é, o aumento do número de elementos para melhor aproximar os resultados. Os polinômios são obtidos através de técnicas de interpolação aplicados às medidas realizadas na prótese, que foram interpretadas como pares ordenados em um sistema de coordenadas cartesianas. Também foi desenvolvida uma função para a resolução das equações diferenciais de equilíbrio e integração numérica (Gauss-Legendre). Esta rotina possibilita a integração de um polinômio de até nono grau. Em seguida, foram elaboradas funções para análise de casos (matriz de rigidez para determinação de estado plano de tensões e matriz de rigidez para estado plano de deformações), determinação da matriz de correção para cada elemento (matriz Jacobiano) e a indexação das matrizes locais (referentes a cada elemento) na matriz global.

Estas funções serão aplicadas de forma a obter o estudo de estado plano de tensão e deformação em toda a prótese e assim identificar os pontos onde haja maior esforço da

estrutura. Através dos resultados obtidos, pretende-se elaborar um modelo mais adequado para cada paciente, possibilitando uma possível redução de custos e economia de matéria-prima. Também serão desenvolvidas rotinas para análises de erro, já que todo processo de simulação computacional implica em erros referentes à estrutura do programa elaborado e uma ferramenta para visualização, pós-processamento, dos resultados obtidos.

Para a implementação do programa principal, deverá ser utilizado o software MATLAB 7.0. Todas as rotinas serão desenvolvidas como funções em arquivos independentes do programa principal, facilitando a aplicação em outros problemas de análise plana. Também se pretende implementar o código em FORTRAN 90 para validar a estrutura do algoritmo e comparar o desempenho de cada linguagem.

As funções estão sendo elaboradas para obter o maior grau de generalização possível para o estudo de diferentes estruturas bidimensionais ou estruturas em que possam ser feitas as mesmas considerações apresentadas neste artigo. Os algoritmos são escritos de forma a possibilitar sua implementação em qualquer linguagem de programação desejada, ou seja, não são utilizados recursos específicos do MATLAB (*toolboxes*) além de sua interface gráfica.

Em relação aos trabalhos encontrados, este projeto torna-se único uma vez que possibilita a aprendizagem do método dos elementos finitos em um curso de graduação, tanto dos seus conceitos matemáticos e aplicações em problemas físicos quanto da sua programação, uma vez que não faz uso de softwares específicos para análises com MEF.

5. CONCLUSÃO

Foram encontrados alguns trabalhos em análises de sistemas biomecânicos através de elementos finitos. Através destes trabalhos foi percebido que o método se torna eficiente para determinação dos pontos de maiores solicitações e deformações e possibilita um melhor entendimento do comportamento das estruturas.

Com as rotinas já escritas, foi possível analisar estruturas simples, como um quadrilátero sujeito a um carregamento em um de seus lados. Também foram testadas para resolução da equação da Poisson bidimensional. Nesta, foram comparadas as soluções aproximadas obtidas pelo método dos elementos finitos e as soluções exatas, obtidas através da solução analítica da equação. Para um total de oitenta e um elementos o maior erro absoluto foi de 0,2211.

As simulações foram realizadas em um microcomputador com as seguintes especificações:

- ATLON XP;
- Memória: 512 MB;
- Hard Disk: 40 GB;
- Sistema Operacional: Windows XP Professional.

Nestas simulações todas as funções se mostraram muito eficazes com relação ao tempo de processamento em função do refinamento da malha, como mostra a Figura 2. Isto implica em um processo eficiente e de baixo custo computacional.

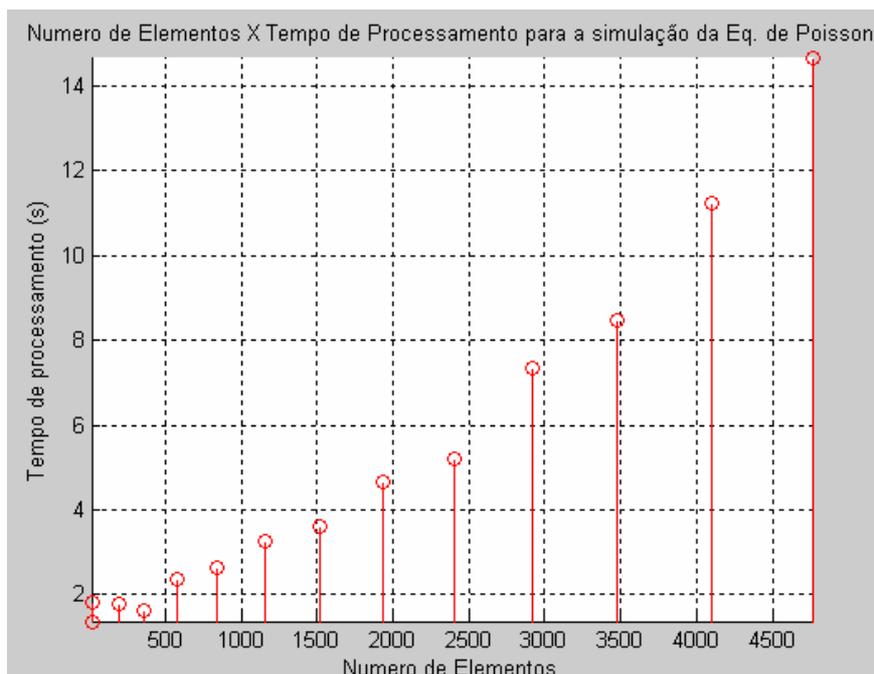


Figura 2 – Gráfico refinamento da malha x tempo de processamento

Para a última fase do projeto ainda serão elaboradas as funções para análise de erro, construção dos gráficos, e montagem final da simulação com o comportamento da prótese. Ainda serão desenvolvidos os dispositivos com extensômetros e realizadas simulações com pacientes da Clínica de Fisioterapia da PUC Minas – *campus* de Poços de Caldas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, Álvares F. M.; A Utilização de Software Comercial no Ensino Universitário. In: VI Congresso Nacional de Mecânica Aplicada e Computacional, 4, 2000, Universidade de Aveiro, 2000 http://civil.fe.up.pt/pub/apoio/ano5/mnae/Livro_MEF_AA.htm

HERMINI, Helder A.; BALTHAZAR, José M.; Sistemas Cibernéticos para Reabilitação Humana: Um Estado da Arte. In: 3º CONGRESSO TEMÁTICO DE DINÂMICA E CONTROLE DA SBMAC, 6, 2004 Ilha Solteira **Anais Ilha Solteira**, UNESP.

RAO, S. S. **The Finite Element Method in Engineering**. 1st Edition. Headington Hill Hall: Pergamon Press, 1982.

RUBO, José H.; SOUZA, Edson A. C.; Métodos Computacionais Aplicados a Bioengenharia: Solução de problemas de Carregamento Próteses sobre Implantes. **Revista da Faculdade de Odontologia de Bauru** V.9, n. 3/4, p. 97-103, jul./dez. 2001.

SAVASSI, Walter. **Introdução ao Método dos Elementos Finitos em Análise Linear de Estruturas**. São Carlos: EESC, 1996.

WEINSTEIN, A. M, KLAWITTER J. J, ANAND S. C, SCHUESSLERR; Stress analysis of porous rooted dental implants. **J. Dent. Res.** V. 55, p. 772-7, 1976

DEVELOPMENT OF STUDIES FOR STRESS AND STRAIN ANALYSIS IN LOW MEMBER PROSTHESES USING THE FINITE ELEMENT METHOD

Abstract: *Due to the need of having reliable models for structural analysis, this work makes a revision in which presents some tools, and proposes a new methodology to simulate these models. For a possible application of these tools, commercial low member prosthesis was chosen. One of the motivations for this application is the social aspect, once the high price of this prosthesis made them inaccessible for the most part of users. The structure here will be modeled with the Continuum Mechanics equations, which do not consider the body molecular structure, and these equations will be solved with The Finite Element Method, in which the domain (the body) is divided into n-sub domains (also called elements) and the equations are solved with weighting functions for each element. The objective of the present work is to describe the application of some simulation and modeling techniques through some Computational Mechanics concepts in orthopedic researches. It also describes the method, the considerations and a possible use of the resources developed, looking for a solution for problems such as the high price of the current resources.*

Key-words: *finite elements, prosthesis, computational mechanics.*