COBENGE 2005
XXXIII - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia
"Promovendo e valorizando a engenharia em um cenário de constantes mudanças"
12 a 15 de setembro - Campina Grande Pb
Promoção/Organização: ABENGE/UFCG-UFPE

PROBLEMA DA CALHA: ENSINANDO MATEMÁTICA ATRAVÉS DE SITUAÇÕES-PROBLEMA NOS CURSOS DE ENGENHARIA

Fernanda dos Santos Menino – fernanda@feb.br
Fundação Educacional de Barretos – FEB, Cursos de Engenharia
Av. Prof. Roberto Frade Monte, 389
14783-2226- Barretos-SP
Nilton Borges Pimenta – pimenta@feb.br
Maria Luiza Silva e Paiva Lelis – mluizalelis@itelefonica.com.br

Resumo: *O presente trabalho apresenta uma estratégia de ensino que vem sendo realizada na disciplina Cálculo Diferencial e Integral I desde 2004 nos Cursos de Engenharia da FEB (Civil, Elétrica e Alimentos). Visando ensinar conceitos matemáticos adequados para Cursos de Engenharia escolheu-se um problema gerador: o problema da calha o qual foi trabalhado em sala de aula usando a metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.*

Palavras-chave: *Ensino de Matemática, Resolução de Problemas, Problema da Calha, Cálculo Diferencial e Integral I, Cursos de Engenharia.*

I. INTRODUÇÃO

No Brasil, o Conselho Federal de Educação estabeleceu como objetivo do ensino de Matemática: "*Tornar o educando capaz de explicar o meio próximo e remoto que o cerca, e atuar sobre ele, desenvolvendo o pensamento lógico e a noção de universalidade das leis científicas. Deverá chegar, pela redescoberta dos princípios gerais, ao conhecimento feito e compreendido*". (MEC parecer 853/71). Em consonância com este parecer, a Matemática deve ser ensinada de modo a ser um estímulo à capacidade de investigação lógica do educando, fazendo-o raciocinar e não se prender às estruturas lógicas existentes nessa ciência, assim o professor deve criar situações que contribuam para o desenvolvimento criativo do estudante.

A metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas é um caminho para o ensino de matemática nos Cursos de Engenharia, pois de acordo com ALBUQUERQUE e MIGLIORE JUNIOR (2005) "*um engenheiro deve observar o meio e resolver problemas usando conhecimentos científicos e tecnológicos de forma ética, criativa e crítica para atuar profissionalmente com visão de conjunto e de equipe, autonomia e consciência das necessidades sociais e ambientais e de sua atualização permanente*".

No ensino de matemática usando a referida metodologia, os alunos, dispostos em pequenos grupos, recebem um problema (desafio) e devem procurar resolvê-lo. O resultado final não é o mais importante e sim as diferentes estratégias que aparecem, as quais são comparadas e apresentadas pelo professor para todos. Desse modo, o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema.

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la.

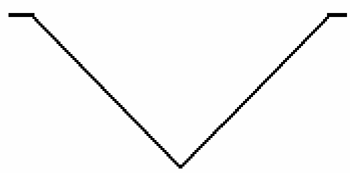
Resolver problemas é mais do que saber conceitos, é ler enunciado, interpretar, elaborar um plano, executar o plano e fazer o retrospecto ou verificação, além de saber relacionar vários conceitos de matemática. Por isso, a proposta não é ensinar a resolver problemas e sim usar problemas para ensinar matemática. A questão que se deve fazer ao escolher um problema é: que matemática (conceito) posso ensinar através deste problema. Assim a matemática ganha significado quando tratada desta maneira.

O fato de o aluno ser estimado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via de ação refletida que constrói conhecimentos, aprimorando a formação básica do futuro engenheiro.

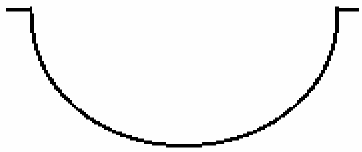
II. SITUAÇÃO-PROBLEMA (O que ensinar)

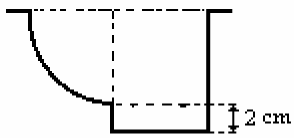
Problema da calha:
Uma chapa galvanizada retangular, com 3 m de comprimento e 62 cm de largura, será dobrada de modo a formar uma calha com 3 m de comprimento. Deseja-se as medidas da secção transversal da calha que proporciona a maior capacidade possível, bem como a referida capacidade, em litros, para cada caso abaixo. Em todos eles, “a dobra” de cada lado ao longo da calha mede 1 cm.

Caso 1. Secção retangular	

Caso 2. Secção triangular (triângulo isósceles)	

Caso 3. Secção trapezoidal (trapézio isósceles)	

Caso 4. Secção semi-circular	

Caso 5.Secção retângulo-circular	

O problema permite tratar conceitos de matemática estabelecendo relações entre os conteúdos: sistema métrico decimal; perímetro de polígonos e de circunferência; áreas; volumes; equação; função quadrática; trigonometria no triângulo retângulo e derivada.

Sugestão de seqüência de conteúdos

SOLUÇÃO DO CASO 1 DO PROBLEMA

1) <u>Sistema métrico decimal (conversão de unidades)</u>
   a. Medidas de comprimento: o metro, seus múltiplos e submúltiplos;
   b. Medidas de área: o m^2, seus múltiplos e submúltiplos;
   c. Medidas de volume: o m^3, múltiplos e submúltiplos; o litro, múltiplos e submúltiplos.

2) <u>Retângulo</u>
   a. Perímetro;
   b. Noção intuitiva de área de figura plana: alguns princípios básicos; definição de 1 u^2;
   c. Área.

3) <u>Volume de um prisma</u>
   a. Definição de 1 u^3;
   b. Volume de um prisma reto de base retangular;

c. Princípio de Cavalieri.

4) Noções básicas de equação e de função

a. Equação;
b. Idéia intuitiva de função;
c. Domínio; função real de uma variável; gráfico;
d. Valores máximo e mínimo; pontos de máximo e de mínimo.

5) Função quadrática

a. Definição;
b. A forma canônica do trinômio, raízes, valor máximo ou mínimo;
c. A parábola; gráfico da função quadrática;
d. Caracterização da função quadrática: transforma progressões aritméticas em progressões aritméticas de segunda ordem.

SOLUÇÃO DO CASO 2 DO PROBLEMA

6) Triângulo

a. Perímetro;
b. Área do paralelogramo;
c. Áreas do Triângulo.

7) Trigonometria no triângulo retângulo

a. Seno, co-seno e tangente de um ângulo agudo: definição; valores especiais;
b. Seno, co-seno e tangente de um ângulo de medida x, com $0 \leq x \leq 180^0$;
c. Algumas propriedades: relações entre seno, co-seno e tangente de um mesmo ângulo; ângulos complementares e suplementares; seno e co-seno da soma de dois ângulos;
d. Relação entre funções trigonométricas de um número e as de um ângulo.

SOLUÇÃO DO CASO 3 DO PROBLEMA

8) Trapézio

a. Perímetro;
b. Área;
c. Relações dos conceitos a. e b. com trigonometria.

SOLUÇÃO DO CASO 4 DO PROBLEMA

9) Circunferência

a. Perímetro: Comprimento da circunferência;
b. Área do círculo;
c. Volume do cilindro.

SOLUÇÃO DO CASO 5 DO PROBLEMA

a. Perímetro de figura formada por ¼ de circunferência e retângulo;
b. Área da mesma figura;
c. Volume;
d. Uso de calculadora para obtenção dos valores procurados.

10) Derivada

a. Interpretação geométrica;
b. Definição, métodos de derivação;
c. As derivadas de primeira e segunda ordem e suas relação com o gráfico da função;
d. Máximos ou mínimos de funções quadráticas e concavidade da parábola;

e. Retorno ao Problema da Calha. Resolução usando a importante ferramenta matemática que é a derivada.
f. Usar a derivada para encontrar máximos e mínimos de funções com grau diferente de 2.

III. USANDO A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS (como ensinar)

Foi proposto o problema de fabricar uma calha a partir de uma chapa retangular com a maior capacidade considerando diversas formas de seção transversal, desse modo os estudantes são engajados em experiências práticas. Partir de uma situação-problema, de um problema desencadeador de idéias, deixar os estudantes pensarem, ouvir suas observações e análises, fazer explorações sobre erros e acertos, buscando identificar os que geram novas idéias são métodos utilizados no trabalho.

Um roteiro de aula onde um determinado objeto matemático é desenvolvido, visando seu ensino e sua aprendizagem com compreensão e significado, através da resolução de problemas, poderia seguir os procedimentos: formar grupos e entregar o problema, a mudança no papel do professor, resultados obtidos colocados na lousa, exploração dos resultados em plenária, análise dos resultados, consenso e formalização da teoria construída.

O trabalho é separado em casos que são entregues um de cada vez para que se explorem todas as estratégias e conceitos envolvidos em cada momento, de forma que a construção do conhecimento seja feita de maneira crescente, isto é, partindo de situações simples e, a cada caso finalizado, inicia-se um mais elaborado. Tal desenvolvimento é relatado a seguir.

Caso 1

Secção retangular	

De início foi proposta a questão: "*Sendo a secção retangular, as medidas dos lados interferem na capacidade da calha ?*"

Após algumas estimativas feitas, passa-se a verificar tais inferências através dos exemplos numéricos, então se constata que a capacidade depende das dimensões do retângulo. Em seguida a proposta é que se faça uma verificação com valores tabelados, sendo x a altura do retângulo, A a área do retângulo e C a capacidade (volume em litros) da calha.

x (cm)	*A* (cm^2)	*C* (cm^3)
0	**0**	**0**
1	**58**	**17.4000 = 17,4 l**
5	**250**	**75.000 = 75 l**
10	**400**	**120.000 = 120 l**
12	**432**	**129.600 = 129,6 l**
15	**450**	**135.000 = 135 l**
20	**400**	**120.000 = 120 l**
25	**250**	**75.000 = 75 l**
30	**0**	**0**

A partir da tabela propõe-se a construção do gráfico de *A* em função de *x*, o que resulta uma solução geométrica para a capacidade máxima ($x = 15$ cm), encontrada por muitos alunos, que reconhecem o gráfico obtido denominado parábola. No caso em que a largura da chapa é diferente de 62 cm a solução poderia não ser encontrada tão facilmente através dessas estimativas, assim é necessário formalizar a resolução do problema usando o método algébrico.

Sendo *x* e *y* as dimensões do retângulo sua área será

$$A = x.y$$

e usando o perímetro

$$y = 60 - 2x$$

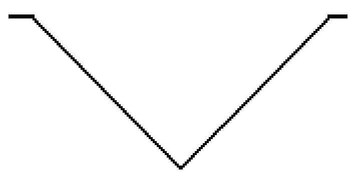
substituindo

$$A(x) = 60x - 2x^2$$

Nesse momento o raciocínio para retomar os conceitos sobre função quadrática se torna necessário levando o aluno a ter um melhor aproveitamento no desenvolvimento desse conteúdo.

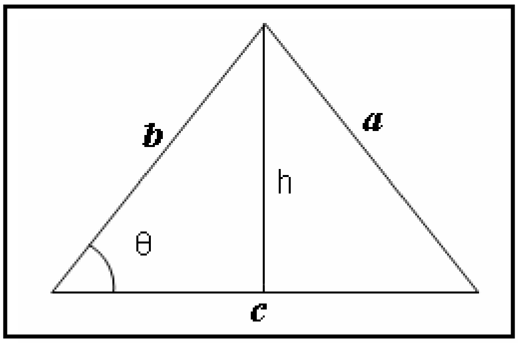
Uma vez encontrados as dimensões da secção retangular, os alunos determinaram a área de 450 cm^2, a capacidade da calha de 135 litros (conversão de unidades) e relacionaram que a área máxima determina a capacidade máxima, pois o comprimento da calha é constante.

Caso 2

Secção triangular (triângulo isósceles)	

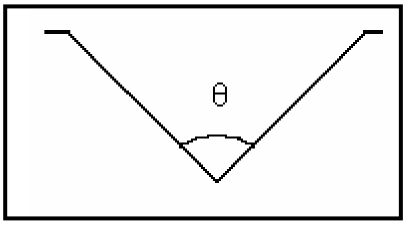
Neste caso, o primeiro passo é estabelecer a área da secção. Como o problema esta sendo abordado com uma secção triangular, o primeiro desafio é utilizar uma técnica adequada para o cálculo da área do triângulo, então o estudo inicial se direciona nas várias opções para o cálculo da área de um triângulo.

O papel do professor nesse momento não pode ser somente de exposição de fórmulas, mas sim mediando às inferências dos alunos para obter tais expressões. Destacando, assim, as seguintes relações para a área do triângulo:



Tradicional	Trigonomérica	Heron (semi-perímetro)
$A = \frac{c.h}{2}$	$A = \frac{1}{2}.a.b.sen\theta$	$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Os alunos escolheram a área do triângulo em função do ângulo θ formado pelas laterais da calha, depois de concluírem que tal ângulo varia e as laterais são constantes. E ainda, relacionaram a maior área com o maior valor do seno do ângulo θ.



Assim a área é dada por

$$A = \frac{1}{2}.a.b.sen\theta$$

Então a área atinge maior valor quando $\theta = 90^0$, o que resulta $A = 450\ cm^2$.

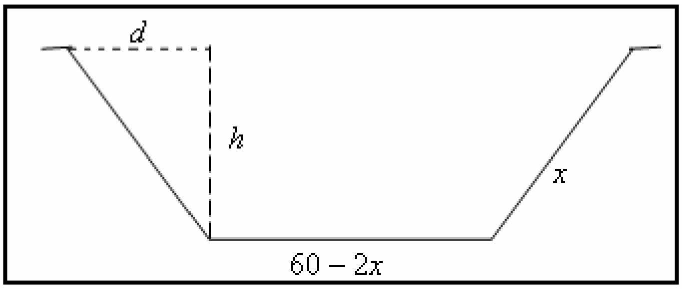
Portanto, a capacidade da calha C = 135.000 cm^3 equivalente a 135 litros.

Caso 3

Secção trapezoidal (trapézio isósceles)	

Neste caso, alguns alunos já percebem que uma boa estratégia é de expressar a área da secção transversal em função de uma única variável. O que resulta em:

$$A = \frac{1}{2}h.(B + b)$$



Desenvolvendo relações de perímetro e razões trigonométricas, tem-se:

$$b = 60 - 2x$$

$$d = \frac{x}{2} \ , \ h = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

$$B = 60 - x$$

Portanto,

$$A(x) = \frac{\sqrt{3}\,.x}{4}(120 - 3x)$$

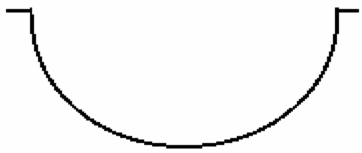
Assim a área da secção transversal é uma função quadrática, o que retorna aos conceitos verificados e desenvolvidos no Caso 1.

Logo a maior área é obtida quando $x = 20$ então

$$A(20) = 300.\sqrt{3}\,cm^2$$

A capacidade da calha é 155.884,57 cm^3 ou 155,88 litros.

Caso 4

Secção semi-circular	

Neste caso, a área da secção transversal é obtida com maior facilidade por se tratar de uma semi-circunferência de raio *x*.

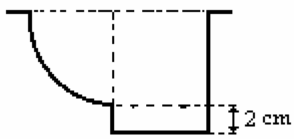
$$A(x) = \frac{1}{2}\pi \; . \; x^2$$

Os alunos observaram que o comprimento da semi-circunferência é a largura da calha exceto as dobras, ou seja, é 60 cm. Com isso a maior área

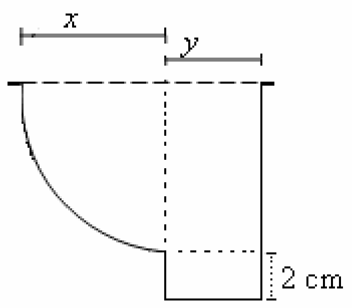
$$A\left(\frac{60}{\pi}\right) = \frac{1800}{\pi} \text{ cm}^2$$

E a capacidade da calha é 171.887,33 cm^3 ou 171,89 litros.

Caso 5

Secção retângulo-circular	

Alguns alunos foram "enganados" pela figura, igualando o raio do setor circular com a largura do retângulo e se fez necessário apresentar a secção transversal dessa forma.



Como já relacionaram a maior capacidade com a maior área da secção transversal e que tal área deve ser função de uma única variável, o processo para determiná-la foi baseado no perímetro e na soma da área do retângulo, de dimensões *y* e *x* + 2, com um quarto do círculo de raio *x*.

Assim a área é a função quadrática

$$A(x) = -\left(\frac{\pi}{4} - 1\right)x^2 + (54 - \pi)x + 112$$

Então devido às conclusões obtidas nos casos anteriores sobre tal conteúdo obteve-se 474,18 cm^2, como maior área o que determina uma capacidade máxima de 142,26 litros.

Para a resolução deste caso os alunos recorrem ao uso da calculadora.

IV. CONSIDERAÇÕS FINAIS

Depois de resolvidos os casos 1 e 2 e verificado que em ambos a capacidade é 135 litros, muitos alunos inferem que os próximos casos, independentemente do formato da secção transversal, terão os mesmos resultados. Ao final do quinto caso eles observam que a secção semi-circular determina a maior capacidade.

Alguns alunos levantaram as questões:

"*Nos casos 1, 3, 4 e 5 a área é uma função quadrática, isso sempre ocorre? Caso não seja quadrática, como determinar a área máxima ?*"

Para os casos em que a área não é uma função quadrática se faz necessário o uso de uma importante ferramenta matemática que é a derivada. Assim os alunos tomam consciência da necessidade de aprender o conceito. Após o desenvolvimento da teoria de derivada retorna-se ao problema da calha e introduz-se outros problemas que envolvem funções mais elaboradas, para que reconheçam a importância dessa ferramenta.

Agradecimentos

Agradecemos a Fundação Educacional de Barretos-FEB através de todos os setores Conselho Diretor, Direção Geral, Coordenação dos Cursos de Engenharia que possibilitaram a realização do trabalho.

V. BIBLIOGRAFIA

ALBUQUERQUE, P. C. A. e MIGLIORE JUNIOR, A. R. **Reformulação do Projeto Político-Pedagógico do Curso de Engenharia Civil da FEB.** Barretos, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura/Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. Brasília, 1998. 148 p.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas em matemática**. São Paulo:
Ática, 2000, 12ª ed.

MEC- Ministério da Educação e Cultura. MEC parecer 853/71.

MENINO, F. S. ONUCHIC, L. R. BARBOSA, R. M. **Aprendendo sobre médias raciocinando em algumas situações-problema.** SBEM/SP, ano 8, n. 8, p.7-10, 2003.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V (Org). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-220.
(Seminários & Debates)

ONUCHIC, L. R. e ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V. & BORBA, M. C. (Orgs). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p.213-231.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

KILPATRICK, J. e SILVER, E. A. **Unfinished Business: Challenges for Mathematics Educators in the Next Decades in Learning Mathematics for a New Century**. NCTM, 2000, Yearbook.

DRAIN PROBLEM: TEACHING MATHEMATICAS IN ENGINEER COLLEGES THOUGH PROBLEM SOLVING METHOD

Abstract*: This paper reports on a new approach of the teaching/learning matter that has been conducted since 2004 in the course of Integral and Differential Calculus to students majoring in Engineering (Civil and Electrical) and in Food Science at Fundação Educacional de Barretos. The drain problem was chosen as a problem generator to teach mathematical concepts in class through the use of problem solving methodology.*

Key-words: *Mathematical teaching; solving problems; drain problem; Integral and Differential Calculus; Engineering Colleges.*