

## DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS PARA O APOIO AO ENSINO E APRENDIZAGEM DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS, 2ª PARTE

**Rosanna D. Fernandes** – rosannaduarte@ig.com.br

**Paul W. Partridge** – ppaul@unb.br

**William T. M. Silva** – taylor@unb.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas e Construção Civil

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – Universidade de Brasília

Campus Universitário Darcy Ribeiro – 70910-900 – Brasília – DF, Brasil

**Resumo:** *Este trabalho apresenta a continuação do desenvolvimento de programas para o apoio e aprendizagem do Método dos Elementos Finitos (MEF) no Curso de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade de Brasília, sendo que na etapa anterior foi apresentado um programa para a análise de treliças. Nesta etapa consideram-se estruturas do tipo pórtico plano com rotulas, utilizando quatro tipos de elementos, o de pórtico, o de treliça e dois elementos de transição. O código foi desenvolvido em ambiente Windows usando o compilador Delphi e permite por meio de interfaces gráficas a geração automática e visualização da geometria, dos carregamentos (concentrados e distribuídas), das condições de contorno, das propriedades mecânicas dos elementos bem, como a visualização dos resultados intermediários da análise, tais como matrizes dos elementos não montados etc. Visualizam-se os deslocamentos nodais resultados da análise e os diagramas de Momento Fletor, Esforço Cortante e Esforço Normal. O programa ainda permite a consideração de cargas gravitacionais e deformações iniciais, por exemplo, temperatura. Aqui descreve-se o funcionamento das principais janelas e comandos e em seguida apresentam-se os aspectos básicos da entrada de dados. O processo de solução interativa “Passo-a-passo” permite a participação efetiva do aluno no processo de resolução da estrutura, interpretando os resultados de um passo e utilizando esta informação para o passo seguinte. Um exemplo numérico é apresentado para ilustrar o funcionamento do código.*

**Palavras-Chaves:** *Elementos Finitos, Pórticos, Software Educativo, Ensino de Engenharia*

### 1. INTRODUÇÃO

Está havendo uma revolução tecnológica na ciência humana, colocando o homem de posse de ferramentas tecnológicas poderosas capazes de facilitar a vida em muitas maneiras.

A mais significativa destas ferramentas que influenciou de maneira substancial a vida moderna é o computador. Esta máquina vem sendo utilizada desde o início da década de 50, porém sua evolução alcançou um grande salto nos últimos anos, podendo-se prever para o próximo século um progresso equivalente a todo o desenvolvimento alcançado até agora.

O desenvolvimento do computador possibilitou grandes avanços em campos de pesquisas para diversas áreas do conhecimento humano. Foi através do uso de computadores que se tornou possível efetuar análise de dados de forma sistemática, como operações matemáticas complexas e

outras atividades de difícil resolução, quando simplesmente realizadas pelo cérebro humano. No ramo da engenharia, essa revolução se deu de forma muito acentuada e impulsionou as mais diversas áreas como: mecânica dos fluidos, mecânica dos sólidos, termodinâmica, dentre outras. Isto se deu, principalmente, devido ao surgimento e ao desenvolvimento, nas últimas décadas, de vários métodos de simulação numérica, dentre os quais pode-se destacar o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método dos Elementos de Contorno (MEC).

Assim como essas novas tecnologias serviram para impulsionar o mercado científico e tecnológico de uma forma muito proveitosa, serviram também para serem utilizadas em métodos pedagógicos e educacionais, na procura da melhoria da formação de profissionais que usufruirão desta grande ajuda tecnológica no exercício de suas profissões.

Com o auxílio desta nova ferramenta busca-se modificar os métodos tradicionais de ensino, passando a utilizá-los como uma estratégia educacional que possa transformar o aprendizado, através de um ambiente de sala de aula como um espaço de trabalho mais dinâmico e de melhor aproveitamento. Através da utilização destas novas metodologias de ensino busca-se transcender a relação professor-aluno-sala de aula na procura de uma melhor qualidade de ensino[4].

Nesse sentido, o presente trabalho apresenta a metodologia e a implementação de ferramentas computacionais - programas educacionais - para o ensino e aprendizagem de análise matricial de estruturas via Método dos Elementos Finitos (MEF) para análise de pórtico planos.

A utilização destas novas técnicas didáticas através de programas aplicados na área de engenharia, surgiram para auxiliar o professor no processo de ensino. Isto ocorre na medida em que o professor poderá contar com uma ferramenta poderosa, que permitirá ao usuário não só obter os resultados, mas também consultar, pesquisar, gerar conteúdos audiovisuais e simular efeitos físicos dos problemas em questão. Todo este processo não tem como intenção diminuir o trabalho do professor, e sim, melhorar a sua capacidade de repassar o conhecimento através de uma melhor assimilação do conteúdo.

O programa apresentado neste trabalho representa a continuação de uma linha de pesquisa iniciada em 2002 no Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil voltada para Novas Tecnologias e Metodologias para o Ensino da Engenharia. Mesmo em fase embrionária de desenvolvimento, buscam atender as recomendações de Pravia [4], no sentido de possibilitar o acesso a resultados intermediários da análise como: matrizes dos elementos não montadas, matriz global da estrutura, vetores de carga, etc. Permitindo uma análise interativa na qual pode-se acompanhar, visualizar todas as etapas da resolução dos problemas e no final, visualizar saídas gráficas dos pórticos, possibilitamos ao usuário obter os gráficos dos esforços da estrutura (normal, cortante e fletor). Possibilitam ainda, uma entrada de dados interativa em que o aluno é levado a participar efetivamente na discretização do problema em estudo. Pode-se também, fornecer os dados via leitura de arquivo texto com extensão ".dat". O usuário poderá contar também com uma ajuda teórica a respeito do assunto abordado, para a estrutura em questão, dentro do Método dos Elementos Finitos. Esta ajuda busca levar ao usuário mais um ponto de apoio ao aprendizado do método.

Desta forma, o programa foi desenvolvido com interface amigável em ambiente *Windows* para a geração de pórticos planos. Utilizou-se a linguagem *Pascal Orientada a Objetos* em Ambiente de Desenvolvimento Integrado Delphi, por se tratar de um programa que permite uma boa interação com os usuários, na medida em que estes participam de todo o processo com janelas interativas, botões e saídas gráficas.

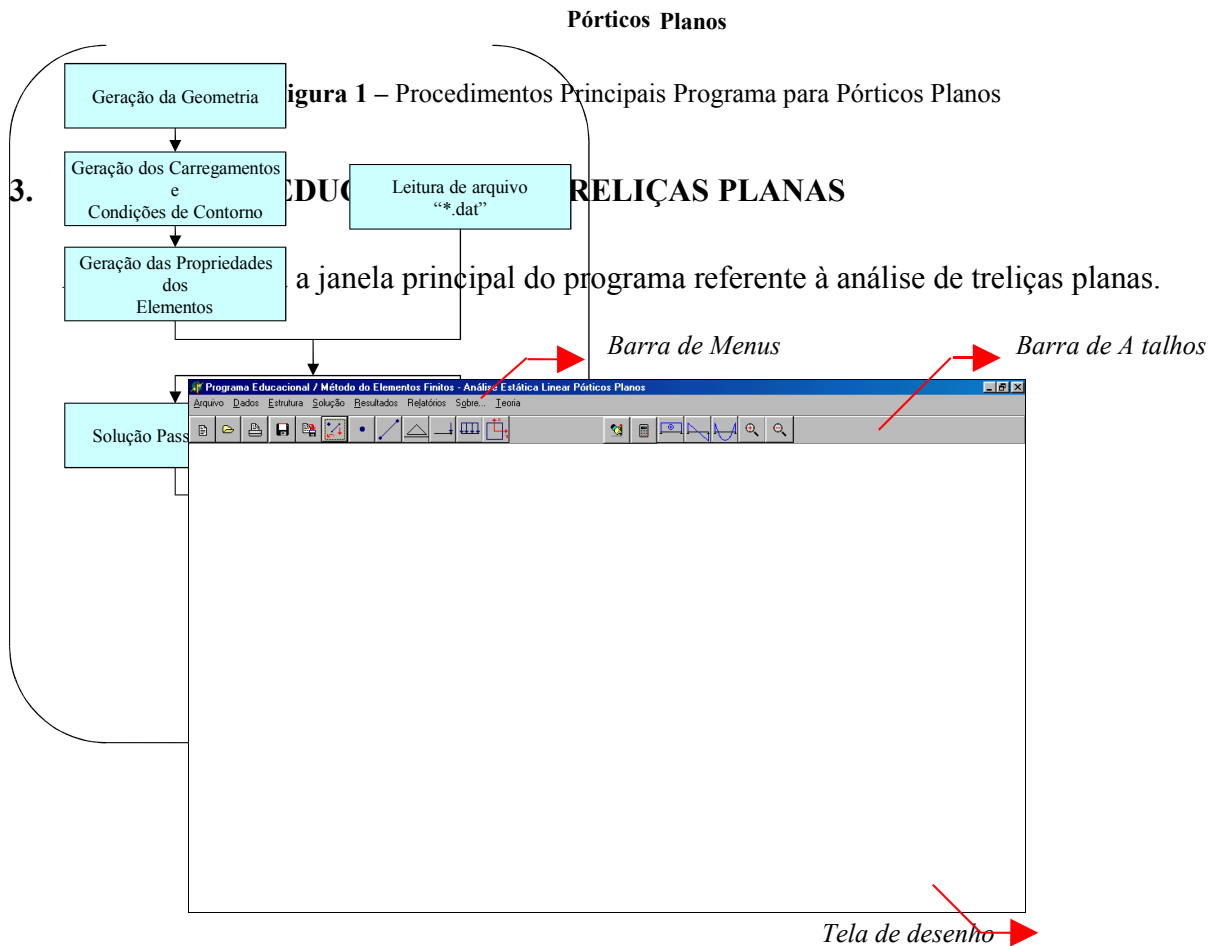
## 2. APRESENTAÇÃO DOS PROGRAMAS

O presente trabalho apresenta interfaces gráficas amigáveis para os programas PPGen.FOR (análise estática linear de pórtico planos). O código foi desenvolvido por Brebbia e Ferrante [1] e vem sendo utilizado na disciplina Método dos Elementos Finitos 1 do PECC. O código foi originalmente escritos em *Fortran*.

O desenvolvimento dessas interfaces gráficas tem como objetivo apresentar os resultados parciais e finais de cada uma das etapas da programação em forma visual, utilizando janelas gráficas do *Windows*, nas quais é possível fornecer os dados via formulários ou lê-los a partir de arquivos de dados, assim possibilitando uma maior interatividade no processo de resolução dos problemas.

O programa está escrito utilizando comandos voltados para a efetiva participação do aluno e possibilitam por meio da opção “Passo a Passo” acompanhar os resultados intermediários durante a análise do problema em estudo. Permite também visualizar saídas gráficas e obter informações teóricas sobre o assunto abordado.

A figura 1 apresenta os principais procedimentos para a utilização do programa para pórticos planos.



**Figura 2 – Janela Principal do programa Peef\_treliça**

O fornecimento dos dados de entrada pode ser feito a partir da leitura de um arquivo de dados com extensão “.dat” acessando o comando **Abrir** do menu **Arquivo**, mostrado na figura 3.

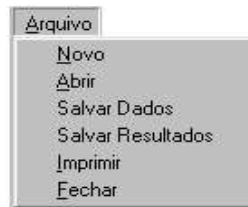


Figura 3 – Menu *Arquivo*

Ou ainda, de forma interativa, na qual os dados são informados com o uso do teclado e do *mouse*, por intermédio dos comandos do menu

**Dados**, mostrado na figura 4, ou através da barra de atalhos, mostrada na figura 5.

Figura 4 – M

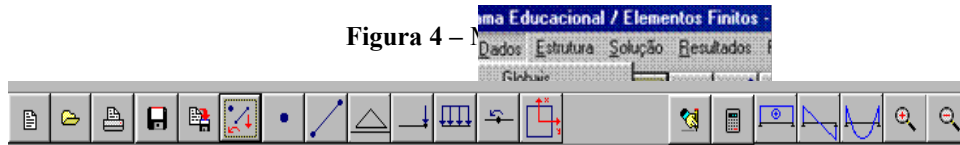


Figura 5 – Ba

Portanto é possível ter acesso às janelas principais através da barra de menus ou de atalhos.

Como exemplo, a janela “**Coordenadas dos Nós**” acessada por meio do comando **Nós**, mostrada na figura 6, possibilita o fornecimento dos dados de entrada referentes às coordenadas nodais.

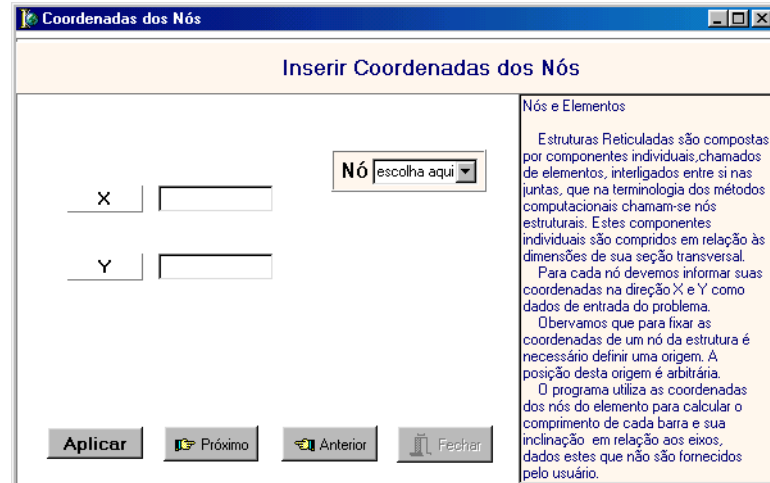


Figura 6 – Janela “*Coordenadas dos Nós*”

À direita de cada janela contamos com tópicos teóricos de ajuda. Estas ajudas buscam trazer aos usuários um melhor entendimento do assunto abordado em cada passo do programa.

Além disso, em algumas janelas podemos visualizar desenhos ilustrativos, que visam também trazer ao usuário uma melhor assimilação do conteúdo, como mostrado na Figura 7.

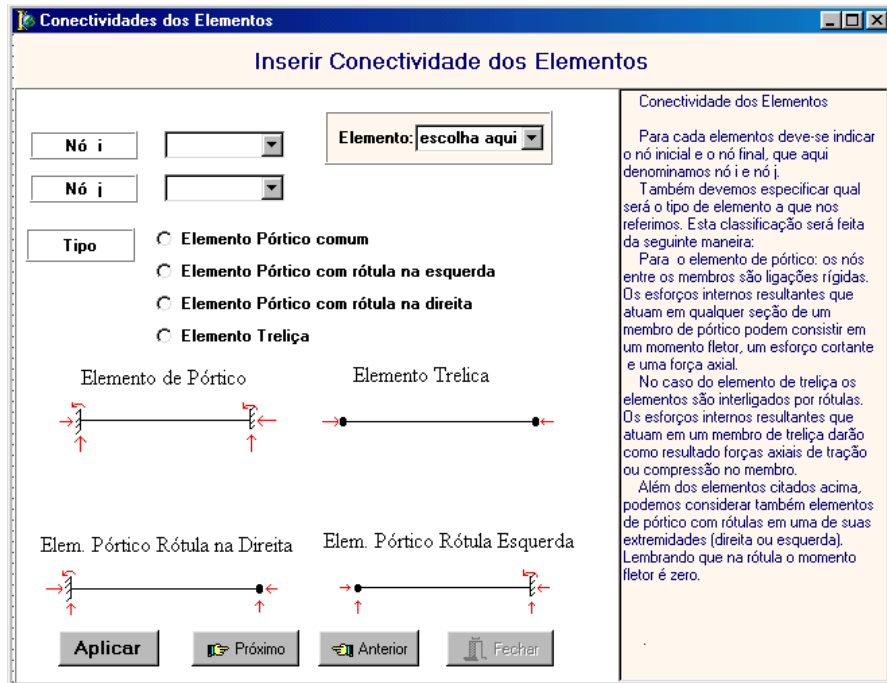


Figura 7 – Janela ‘Conectividade dos Elementos’

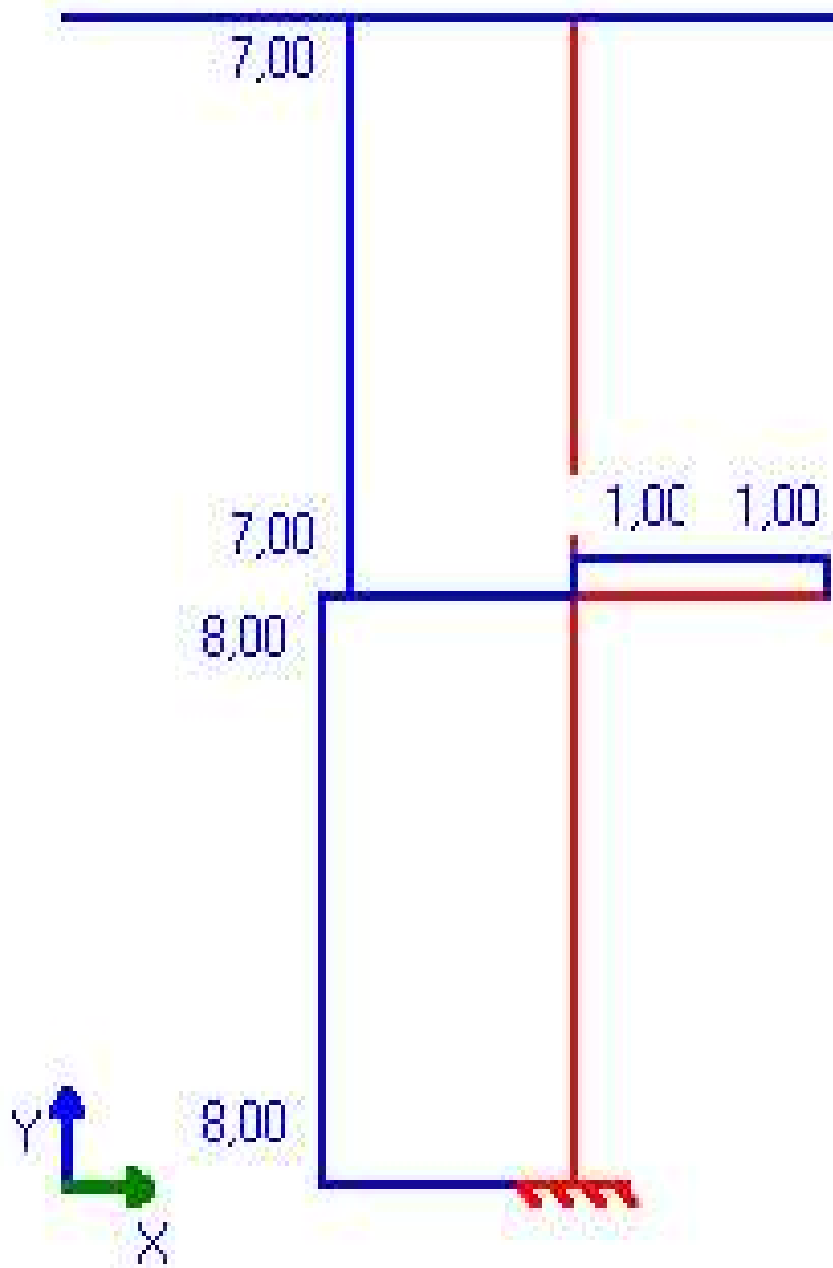
Buscando ainda trazer mais ajudas aos usuários para um melhor entendimento a respeito do Método dos Elementos Finitos, podemos obter através do menu ‘Teoria’, mostrado na Figura 8, um resumo da teoria referente ao assunto abordado.



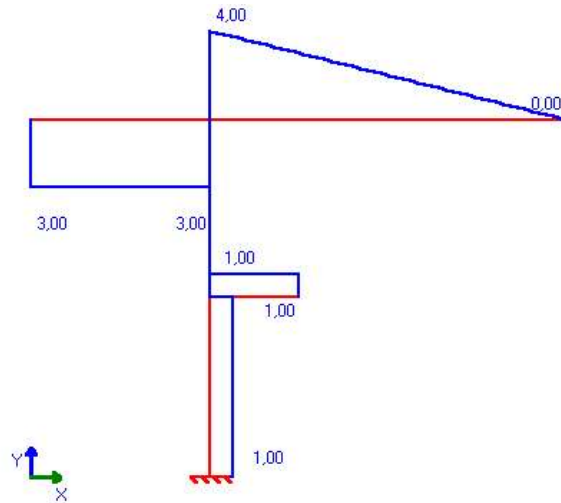
Figura 8 – Menu Teoria

Temos por exemplo a janela que expõe a teoria referente a matriz de rigidez da estrutura mostrada na Figura 9.



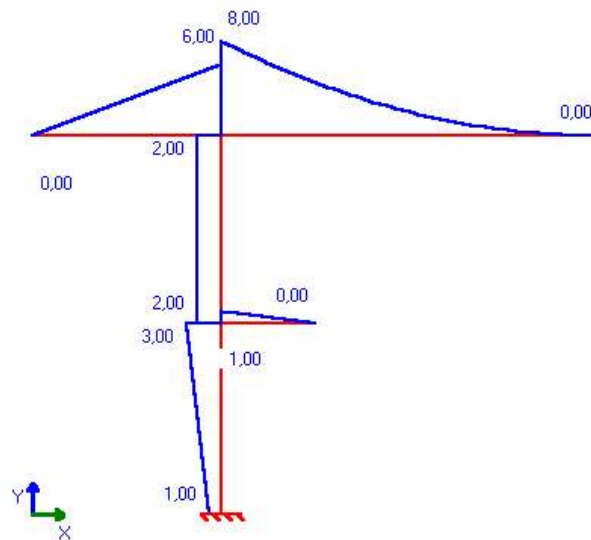


**Figura 11** – Gráfico de Esforço Normal da Estrutura



Cortante da Estrutura

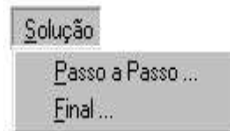
**Figura 12** – Gráfico de Esforço



**Figura 13** – Gráfico de Momento Fletor da Estrutura

O programa oferece duas formas para a análise do pórtico em estudo. Acessando o menu **Solução**, localizado na parte superior da Janela

Principal, mostrado na figura 14, pode-se escolher a solução “Passo a Passo” ou a solução “Final”.



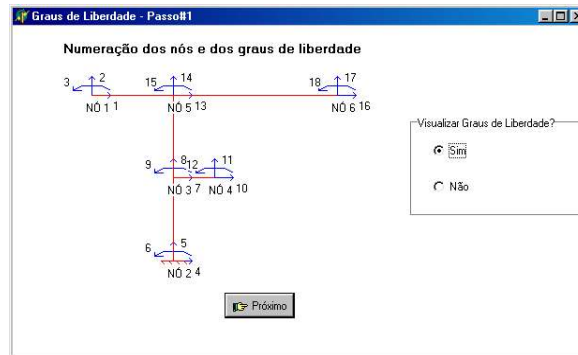
**Figura 14** – Menu *Solução*

Na primeira alternativa o aluno tem acesso às janelas que mostram a seqüência de todos os passos necessários para a solução e visualização das etapas intermediárias. A solução “Passo a Passo” tem um caráter didático muito importante, já que descreve, de forma ordenada e clara, as operações que devem ser realizadas para se obter a solução seguindo os métodos matriciais de resolução de estruturas.

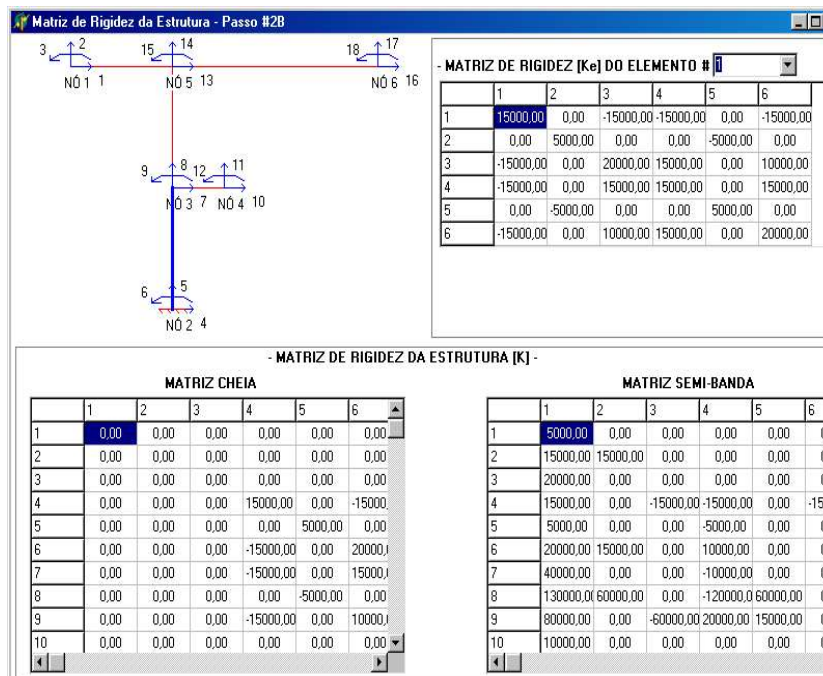
A seqüência de resolução é sub- dividida em sete passos que são sucintamente apresentados a seguir:



Passo 1: Numeração dos nós e graus de liberdade do pórtico em estudo.



**Figura 15** – Janela *Graus de Liberdade – Passo 1*  
Passo 2: Cálculo da matriz de rigidez do elemento.



**Figura 16**– Janela *Matriz de Rigidez da Estrutura – Passo 2B*

Na caixa de seleção “**Matriz de Rigidez do Elemento**”, localizada na parte superior da janela mostrada na figura 16, escolhe-se o elemento a ser calculado/montado. Os coeficientes da matriz de rigidez do elemento selecionado são calculados e montados, na matriz 6x6, posicionada na parte superior direita da janela. E simultaneamente, são montados nas suas correspondentes posições da matriz de rigidez global da estrutura nas formas **cheia** e **semi-banda**, mostradas na parte inferior da mesma figura. Esse processo se repete para todos os elementos, obtendo assim, a matriz de rigidez global da treliça nas formas cheia e semi-banda.

Para a orientação do aluno durante o processo de montagem das matrizes de rigidez, o pórtico em estudo é mostrado na parte superior esquerda da janela, com a numeração dos graus de liberdade em destaque. Cada elemento selecionado passa a ser destacado para a melhor visualização do usuário.

Passo 3: Vetor de cargas da estrutura.

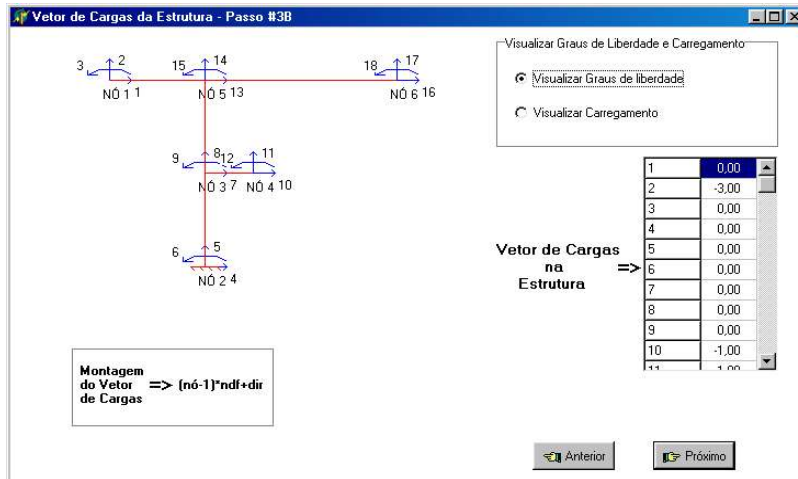


Figura 17– Janela *Vetor de Cargas da Estrutura – Passo 3B*

Este passo aborda a montagem do vetor de cargas associado às cargas externas atuantes no pórtico. Através desta janela é possível visualizar os graus de liberdade da estrutura e também o carregamento atuante.

#### Passo 4: Condições de contorno

Obtida a matriz de rigidez da estrutura e o vetor de cargas, o próximo passo consiste em modificar a matriz de rigidez introduzindo as condições de contorno da matriz, tanto para a matriz na forma cheia como para a armazenada em semi-banda.

A parte superior da janela, mostrada na figura 18, refere-se à imposição das condições de contorno na matriz de rigidez da estrutura na forma cheia, e a parte inferior, refere-se à imposição das condições de contorno na matriz de rigidez da estrutura na forma semi-banda.

Pode-se modificar a matriz cheia impondo as condições de contorno, ou seja, eliminando as linhas e as colunas referentes aos deslocamentos prescritos, uma a uma, utilizando a caixa de seleção localizada na parte superior da janela, ou impor todas simultaneamente usando o botão “OK”.

Para a matriz na forma semi-banda, procede-se de modo similar ao da matriz cheia, pode-se impor as condições de contorno eliminando as linhas e as anti-diagonais referentes aos deslocamentos prescritos, uma a uma, utilizando a caixa de seleção localizada na parte inferior da janela, ou impor todas simultaneamente usando o botão “OK”. Aqui, considera-se condições de contorno iguais a zero. Para completar o processo coloca-se 1 (um) na diagonal principal.

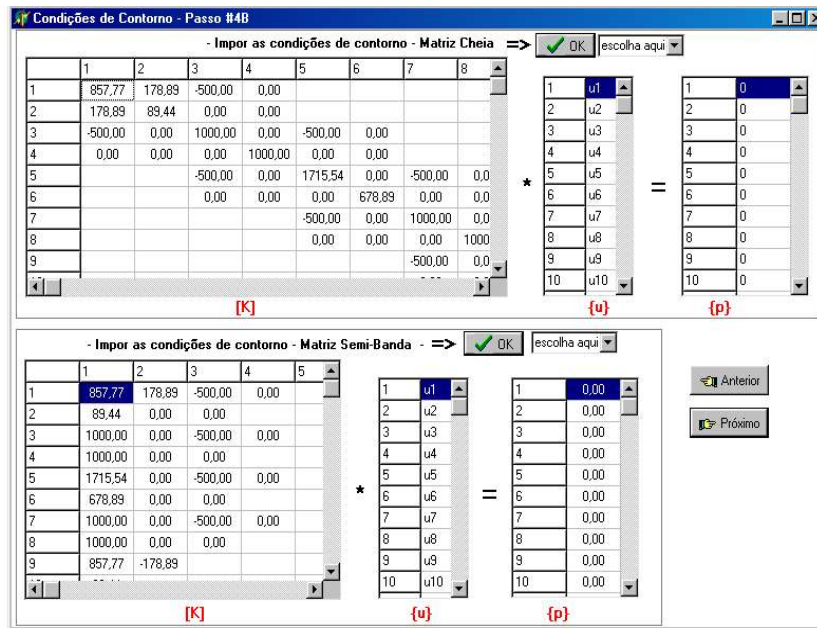


Figura 18 – Janela Condições de Contorno – Passo 4B

### Passo 5: Solução do sistema de equações

Neste passo se resolve o sistema de equações lineares  $Ku=P$ , que resulta após a imposição das condições de contorno. Não se incide aqui sobre os métodos de resolução de equações lineares por escapar aos objetivos do programa. Considerações sobre os métodos de resolução são encontradas em Brebbia e Ferrante (1986).

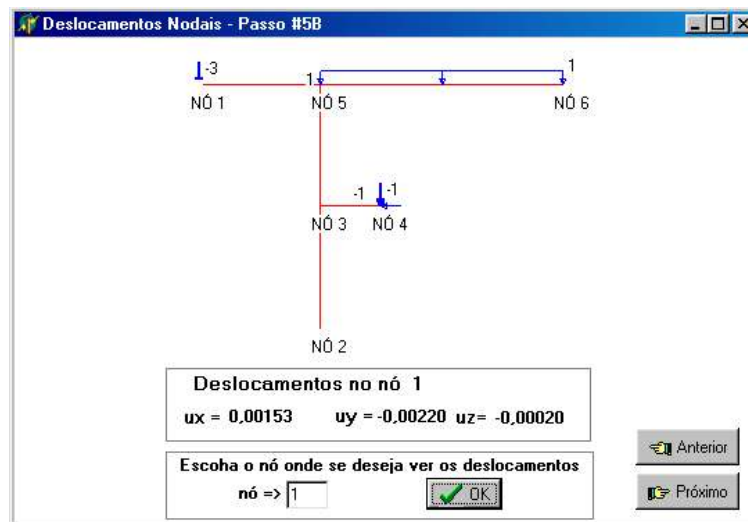


Figura 19 – Janela Deslocamento Nodais – Passo 5B

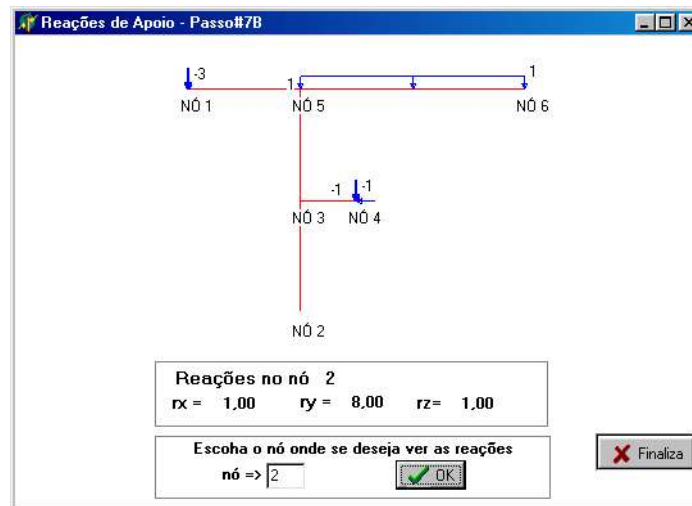
Uma vez resolvido o sistema de equações é possível conhecer os valores das incógnitas, ou seja, os deslocamentos nodais. Os mesmos podem ser visualizados por meio da janela “Deslocamentos Nodais – Passo 5B”, mostrada na figura 19.

Digitando o número do nó para o qual se deseja conhecer os deslocamentos, na caixa de edição “nó” localizada na parte inferior da janela, e ao clicar no botão “OK”, visualizam-se os valores dos deslocamentos  $u_x$ ,  $u_y$  e  $u_z$  para o mesmo. Este procedimento pode ser repetido para todos os nós, aleatoriamente.

#### Passo 6: Reações de apoio

Este passo permite conhecer os valores das reações de apoio, nos nós com restrição, e as cargas nodais aplicadas nos nós sem restrição.

Na janela “Reações de Apoio – Passo 7B”, mostrada na figura 20, pode-se escolher o nó para o qual se deseja conhecer as reações de apoio ou as cargas aplicadas, de modo semelhante ao feito no passo anterior. Na figura 20, por exemplo, para o nó 2 visualiza-se os valores de suas reações de apoio.



**Figura 20** – Janela *Reações de Apoio – Passo 7B*

Na opção solução “Final”, o programa executa o cálculo do pórtico e possibilita acesso às janelas com os resultados e relatórios finais, sem mostrar as janelas dos passos intermediários.

Uma vez resolvido o sistema de equações, o menu **Resultados**, permite acesso às janelas *Deslocamentos Nodais – Solução Final* e *Reações de Apoio – Solução Final*, similares às janelas já apresentadas no processo de solução *Passo a Passo*.

O menu **Relatórios** permite acesso à janela Relatórios, mostrada na figura 21, onde é possível selecionar as opções **Entrada de Dados** e **Resultados**.

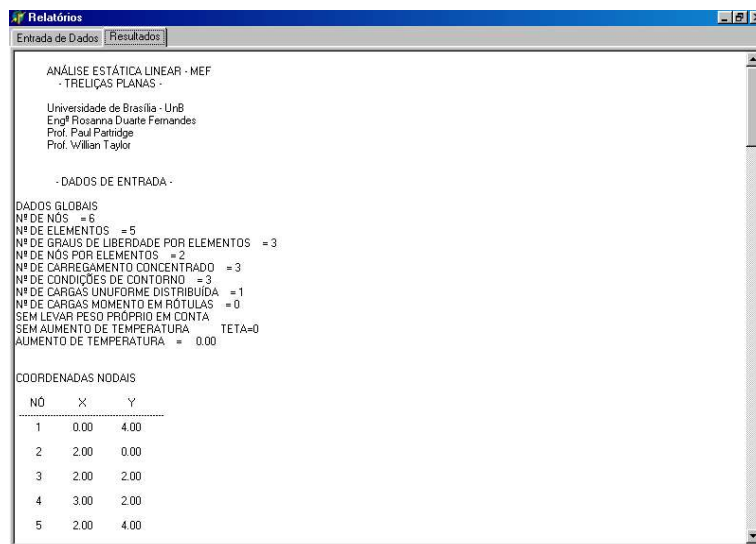


Figura 21 – Janela *Relatórios*

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BREBBIA,C.A.; FERRANTE,A.J., Computational Methods for the Solutions of Engineering Problems. Pentech Press, Third Edition, London – UK – 1986.
- [2] BORESI,A.P., SIDEBOTTOM,O.M., Advanced Mechanics of Materials. 4<sup>rd</sup> edition, New York – 1985.
- [3] PRAVIA,Z.M.C.; PASQUETTI,E.; CHIARELLO,J.A., VISUALBARRAS: Um Software para o Ensino de Análise Matricial de Estruturas Planas, Anais CD-ROM, COBENGE 2001, Porto Alegre / RS – Brasil – 2001.
- [4] PRAVIA,Z.M.C.; Kripka,M., Proposta Metodológica para o Uso e Desenvolvimento de Ferramentas Computacionais no Ensino de Estruturas, Anais CD-ROM, COBENGE 1999, Natal / RN – Brasil – 1999.
- [5] Universidad Politecnica da Cataluña. SOFTed (Vigas y Porticos, ED-ELAS2D, ED-TRIDIM). CIMNE. Manual Del Usuário. Version 1.0, Março 1994.
- [6] WEAVER Jr,W.; GERE,J.M., Matrix Analysis of Framed Structures, 3<sup>rd</sup> edition, New York – 1990.