

## NOVAS PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE CONTROLE

**Rafael Rocha Rebouças** – rafael3r@yahoo.com.br

**Thiago Pereira das Chagas** – tchagas@ig.com.br

**Leizer Schnitman** – leizer@area1.br

Faculdade de Ciência e Tecnologia – AREA1

Av. Santiago de Compostela 216, Iguatemi, Salvador-BA

CEP – 40.279-150

***Resumo:** Este artigo pretende explorar alguns recursos didáticos à serem utilizados no âmbito das disciplinas de controle de processos. Apesar de basear-se em recursos comumente disponíveis, como o Matlab e o Electronic WorkBench, o artigo busca consolidar de forma prática e didática os conhecimentos teóricos adquiridos em sala de aula. Além dos recursos computacionais, circuitos eletrônicos também foram desenvolvidos no sentido de validar os resultados teóricos obtidos. A comparação entre os resultados teóricos e práticos apenas ajuda a consolidar o tema de estudo proposto.*

***Palavras-chave:** Controle clássico, Simulação*

### 1. INTRODUÇÃO

Recursos computacionais a exemplo do Electronic WorkBench (EWB) e do Matlab / Simulink, tem sido cada vez mais explorados pelos professores da área de controle de sistemas dinâmicos. Por outro lado, alguns aspectos essenciais à formação do aluno são constantemente desconsiderados, o que contribui para a geração da dúvida e da insegurança destes, dificultando-os a completar o ciclo de conhecimento que vai da teoria à prática. Tal roteiro, usualmente desqualifica os alunos para a atuação em um mercado profissional cada vez mais competitivo ou limita-os a aplicação de conceitos de automação, deixando à parte a teoria de controle propriamente dita.

Este artigo mostra exemplo da utilização de ferramentas computacionais como o Matlab e o EWB, porém, resgata os conceitos teóricos associados a disciplina. Para ratificar tais estudos, uma placa de circuito impresso é desenvolvida e utilizada para a validação prática dos resultados teóricos esperados.

A seção 2 descreve o sistema didático adotado para o exercício do exemplo proposto. Na seção 3, os circuitos eletrônicos para a simulação e montagem da placa de circuito impresso são descritos. Os resultados comparativos entre a simulação teórica e os dados práticos são apresentados na seção 4. Este trabalho é então finalizado na seção 5 onde é proposto um controlador e mostrado os resultados práticos do sistema massa-mola-amortecedor controlado.

### 2. O SISTEMA

Para efeito didático, por ser um sistema de segunda ordem e amplamente explorado em exercícios de disciplinas afins com o tema, adota-se um sistema massa-mola-amortecedor, sem atrito, conforme ilustra a Figura 1 a seguir.

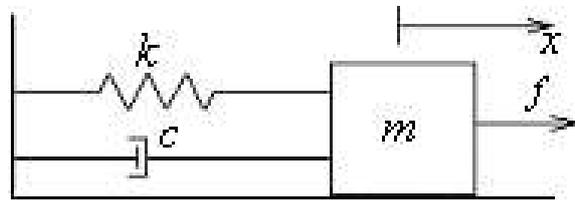


Figura 1: Sistema massa-mola-amortecedor

Através da Lei de Newton, sabe-se que

$$F_R = m \cdot a \quad \text{ou} \quad F_R = m \cdot \ddot{x} \quad (1)$$

onde  $F_R$  é a força resultante e  $a$  é a aceleração imposta a massa  $m$  quando submetida a força  $F_R$ . Assim, o sistema proposto pode ser descrito pela equação (2), onde  $m$  é a massa,  $k$  é a constante da mola,  $c$  é a constante de amortecimento. Considera-se como entrada a força  $f$  e a saída do sistema é a posição  $x$ .

$$f - (c\dot{x} + kx) = m\ddot{x} \quad (2)$$

Para efeito didático, algumas representações deste sistema são descritas adiante.

## 2.1. Possíveis representações do sistema

### a) Função de transferência

Uma das formas de representação de sistemas lineares é através da sua função de transferência. A função de transferência representa a relação entre as variáveis de entrada/saída. Uma das formas de obtenção da função de transferência é aplicar a transformada de Laplace. Aplicando a transformada na equação (2), obtém-se

$$F(s) - (csX(s) + kX(s)) = ms^2 X(s) \quad (3)$$

Assim isolando os termos de saída  $X(s)$  e de entrada  $F(s)$  é obtida a função de transferência  $H(s)$  do sistema:

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (4)$$

### b) Representação em espaço de estados

Outra maneira de representar o sistema massa-mola-amortecedor é na forma de espaço de estados. Assim, o sistema pode ser descrito na forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (5)$$

Para a obtenção dos espaços de estado adotam-se as seguintes condições:

$$\begin{aligned} u &= f \\ x_1 = x &\rightarrow \dot{x}_1 = \dot{x} \\ x_2 = \dot{x} = \dot{x}_1 &\rightarrow \dot{x}_2 = \ddot{x} \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (6)$$

Isolando  $\ddot{x}$  na equação (2) e substituindo a equação (6), tem-se que:

$$\ddot{x} = \dot{x}_2 = \frac{f}{m} - \frac{c}{m} x_2 - \frac{k}{m} x_1 \quad (7)$$

Escrevendo matricialmente as equações (6) e (7), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$
(8)

## 2.2 Simulação em Matlab/Simulink

Com os recursos disponíveis no Matlab/Simulink, a equação (2) pode ser descrita por blocos matemáticos que representem uma operação. O diagrama de blocos representa o sistema dinâmico desejado. A Figura 2 adiante, ilustra o diagrama de blocos associado ao sistema massa-mola-amortecedor descrito pela equação (2).

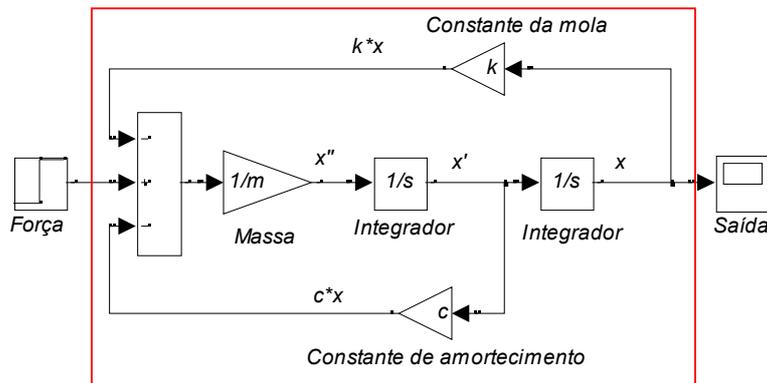


Figura 2: Diagrama de blocos representado no Simulink

## 2.3 Simulação do modelo em Matlab/Simulink

No item anterior, foram apresentadas três formas diferentes de representar o sistema. Apenas para efeito didático, a Figura 3.a mostra a simulação em ambiente Matlab/Simulink considerando as constantes  $k = c = m = 1$  e um degrau de entrada unitário. Os resultados são ilustrados na Figura 3.b.

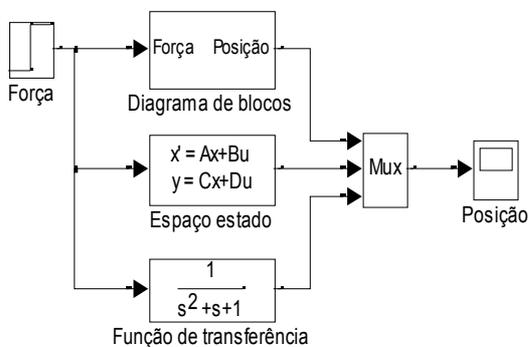


Figura 3.a

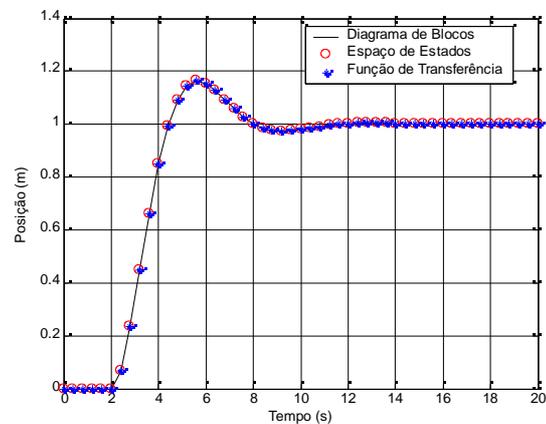


Figura 3.b

Figura 3: Ilustração das representações do sistema e sua resposta de saída.

## 2.4 Simulação em Electronic WorkBench

Como o objetivo do trabalho é dar uma visão prática sobre controle de processos, há a proposta da montagem de um sistema real a ser simulado. Assim utiliza-se o EWB como simulador do circuito eletrônico que representa o sistema massa-mola-amortecedor. Neste contexto, faz observar que os blocos da Figura 2 podem ser representado por circuitos com amplificadores operacionais, conforme ilustrados na Figura 4.

Amplificador Inversor

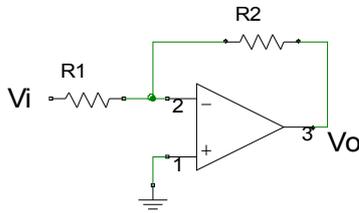


Figura 4.a

Amplificador Integrador

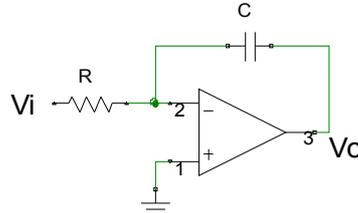


Figura 4.b

Amplificador Somador

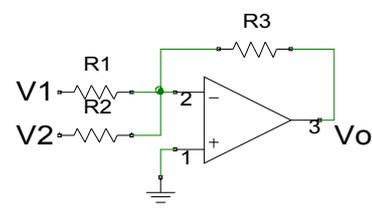


Figura 4.c

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_i$$

$$v_o = -\frac{1}{RC} \int v_i dt$$

$$v_o = -R_3 \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} \right)$$

Figure 4: Circuitos básicos com amplificadores operacionais

Para a montagem do circuito eletrônico equivalente, observados os diagramas das Figuras 2 e 4, propõe-se a montagem do circuito ilustrado na Figura 5 seguinte. As chaves representadas pelas letras M, K e C, associadas aos diferentes resistores, foram colocadas no intuito de possibilitar uma variação dos ganhos, propiciando a configuração de valores pré-estabelecidos das constantes do sistema (massa, constante da mola e constante de amortecimento).

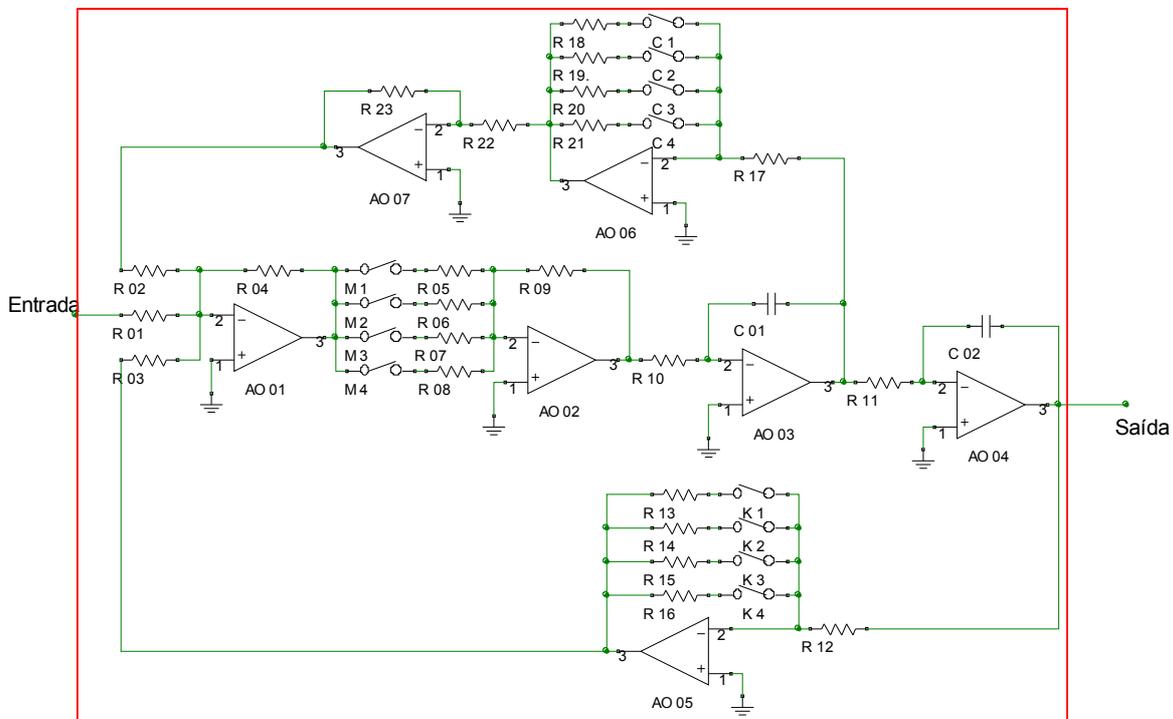


Figura 5: Circuito eletrônico equivalente para simulação no EWB

No gráfico da Figura 6 é mostrado um comparativo entre o circuito equivalente do sistema massa-mola-amortecedor simulado em EWB e o mesmo simulado em diagrama de blocos no Simulink.

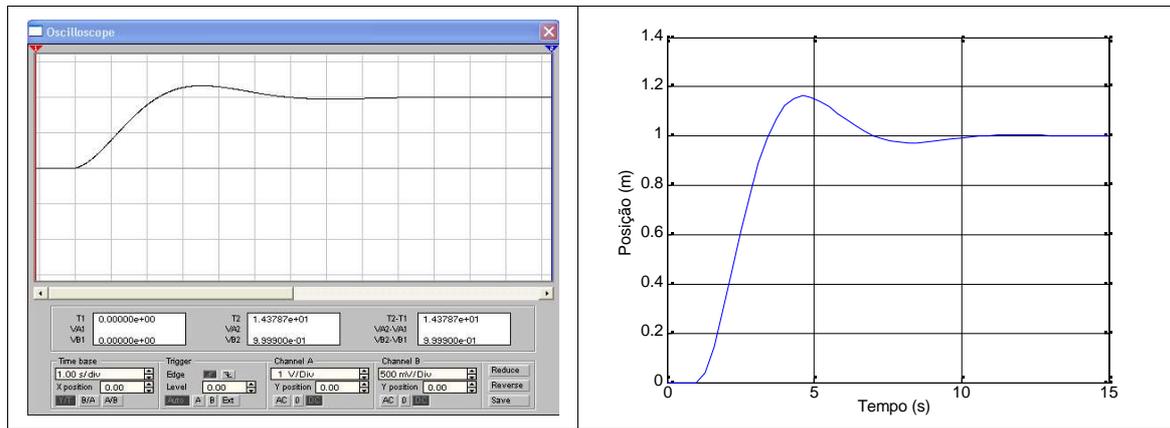


Figura 6: Comparação entre EWB e Matlab.

### 3. UMA ABORDAGEM PRÁTICA

Com a teoria básica do sistema já apresentada, busca-se agora uma abordagem prática. Duas placas desempenham papéis fundamentais para dar um caráter real ao experimento, a placa com o circuito equivalente conforme ilustrado na Figura 5 e a placa de aquisição. As características específicas destas placas são definidas a seguir.

#### 3.1 Placa com circuito equivalente

A placa com o circuito equivalente é de essencial importância para o entendimento do estudo proposto. Tal circuito será considerado como um sistema real a ser controlado, conforme descrito nos itens seguintes. A alimentação dos amp-op's é feita por uma fonte simétrica de aproximadamente  $\pm 15V$ , o que deve ser considerado no sentido de garantir a operação em regiões lineares (evitar zonas de saturação). Para efeito didático, considerando problemas de ajuste de *off-set* dos operacionais e ruídos, sugere-se também evitar sinais de tensão muito baixa. Tais análises, não fazem parte do escopo do tema proposto para estudo.

No circuito equivalente montado, foram colocadas chaves *dip-switches*. Cada posição do *dip-switch* pode ser setada como *On* ou *Off*. Para os valores de resistores e capacitores utilizados e, considerando apenas uma chave ativa por vez, as constantes do sistema assumem os valores ilustrados na Tabela 1.

Tabela 1: Valores das constantes para cada posição do Dip-Switch

• Massa:	• Constante da Mola:	• Constante de Amortecimento:
M1= <i>On</i> , m = 0,562	K1= <i>On</i> , k = 0,56	C1= <i>On</i> , c = 0,563
M2= <i>On</i> , m = 1	K2= <i>On</i> , k = 1	C2= <i>On</i> , c = 1,003
M3= <i>On</i> , m = 4,69	K3= <i>On</i> , k = 2,226	C3= <i>On</i> , c = 2,228
M4= <i>On</i> , m = 8,23	K4= <i>On</i> , k = 4,665	C4= <i>On</i> , c = 4,69

#### 3.2. Placa de aquisição

Para coletar e enviar sinais ao sistema, utilizou-se uma placa de aquisição de dados Advantech PCL-812PG, da qual foram utilizadas uma entrada e uma saída analógica.

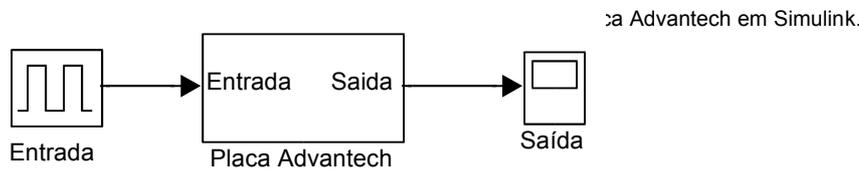
Dentre outros recursos do Matlab, além do *Data Aquisition Toolbox* hoje é disponibilizado pela MathWorks um driver para comunicação com a placa Advantech utilizada em <ftp://ftp.mathworks.com/pub/tech-support/DataAcq/mwAdvantech.exe>. Após sua instalação, é possível a utilização do conjunto de funcionalidades do Data Aquisition Toolbox para esta placa. Entre eles, destacam-se os comandos utilizados de *<analoginput>* e *<analogoutput>*. A título de exemplo, utilizando o Matlab para aquisição de 20 amostras com taxa de 100 amostras/s, faz-se:

```

ai = analoginput('advantech'); % Cria objeto associado a entrada analógica
ch1 = addchannel(ai,0); % Define canal de utilização (Canal 0)
ai.ClockSource='software'; % Define clock por software
ai.SampleRate=100; % Define taxa de amostragem (100 amostras/s)
ai.SamplesPerTrigger=20; % Define quantidade de amostras (20 amostras)
start(ai) % Prepara modo de aquisição
[data,time]=getdata(ai) % Dispara processo de aquisição
stop(ai) % Fecha processo de aquisição

```

A utilização destes comandos em blocos do Simulink, permite ao usuário a simulação dinâmica do sistema. A Figura 7 ilustra uma forma de aplicação deste sistema.



Como *Sistema Real* ilustrado na Figura 7, utiliza-se a placa de circuito impresso construída conforme a Figura 5. Admitindo que o sistema eletrônico proposto é correspondente ao sistema massa-mola-amortecedor, o diagrama de blocos da Figura 8 ilustra a proposta para comparação entre os valores teóricos e os valores práticos obtidos através da placa de aquisição.

Para efeito de simulação, adotam-se valores das constantes do sistema de tal forma que o sistema apresente um comportamento didático. Assim, considera-se a configuração das *dip-switches*: M1 = On; K2 = On; C1 = On. Tal configuração associa as constantes:  $m = 0,562$ ;  $k = 1$  e  $c = 0,563$ . A função de transferência teórica é obtida substituindo os valores das constantes na equação (4).

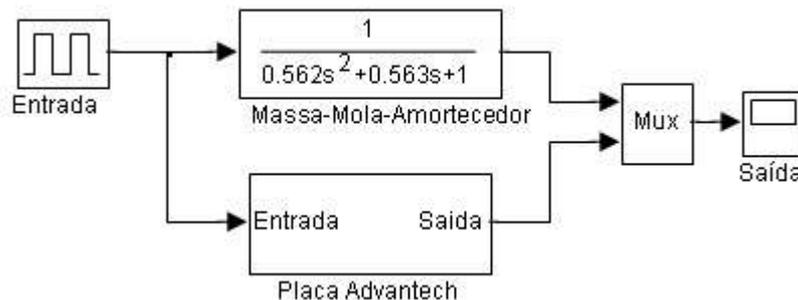


Figura 8: Diagrama de blocos para validação do sistema.

A Figura 9 ilustra os resultados obtidos conforme a ilustração da Figura 8 onde ambos sistemas tem sua entrada estimulada por um gerador de pulsos.

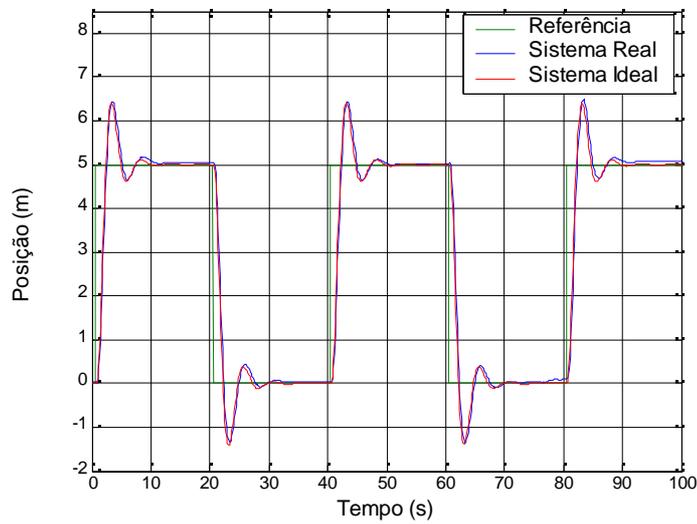


Figura 9: Resultados de simulação

## 4.2. Proposição do controlador

Para efeito didático, considerando o “*Sistema Real*”, propõe-se ainda o projeto de um controlador. Considerando os resultados da Figura 9, nota-se que, em malha aberta, o tempo de acomodação do sistema é da ordem de 10s. O objetivo é propor um controlador de tal modo que o sistema não tenha *overshoot* e tenha o tempo de estabilização reduzido. Para isto foi utilizado técnicas de controle clássico, mais especificamente controle baseado na realimentação por espaço de estados, tema facilmente encontrado na literatura clássica de controle, OGATA (2000).

Sabendo que o sistema massa-mola-amortecedor tem sua dinâmica descrita pelas equações de estado representadas na equação (8) e, substituindo os valores propostos para as constantes  $m$ ,  $k$  e  $c$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.78 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.78 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

cujos pólos (autovalores da matriz A) são:  $S_{1,2} = 0,5 \pm j1,236$ . Para o comportamento desejado, propõe-se uma matriz de ganho de retroação  $K = [0,68 \quad 1,123]$ , de tal forma a se obter  $S_{1,2} = 0,5 \pm j1,236$ .

A simulação do controlador proposto é ilustrada no diagrama de blocos da Figura 10, onde K é a matriz de constantes de retroação dos estados da planta e  $\alpha$  é um ganho no sinal de entrada a fim de compensar o erro de regime estacionário.

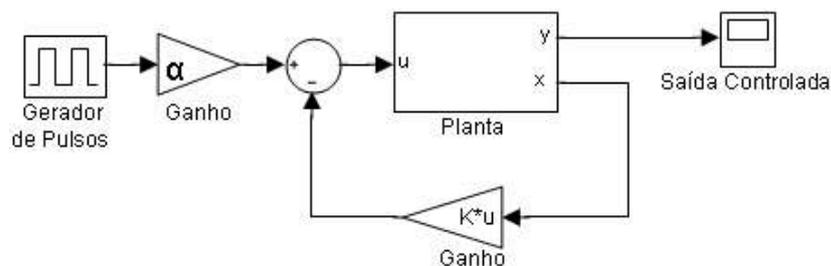


Figura 10: Diagrama de blocos do sistema de controle.

O diagrama da Figura 11 ilustra a simulação utilizando o “*Sistema Real*” e a placa de aquisição da Advantech. Os resultados obtidos são ilustrados na Figura 12.

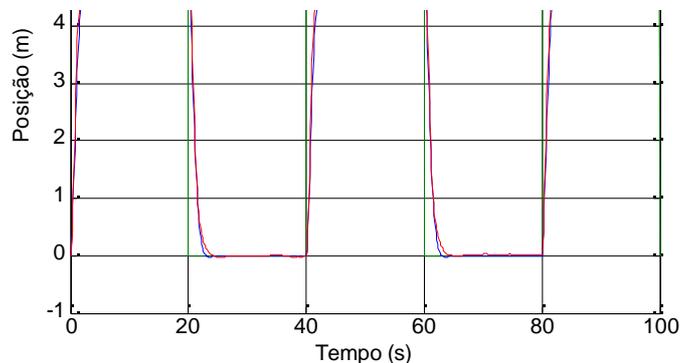
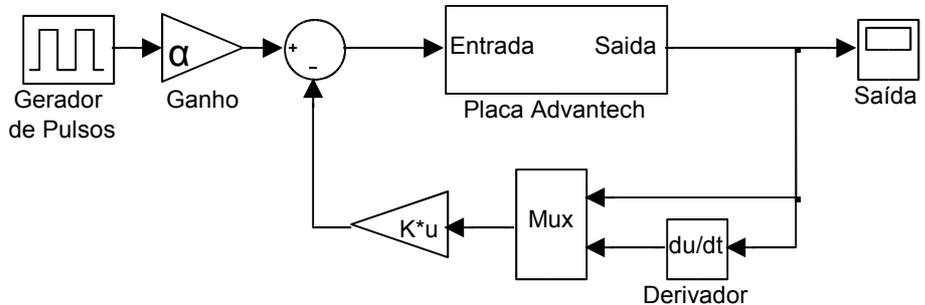


Figura 12: Gráfico de resposta do sistema controlado.

## 5. CONCLUSÕES

O artigo propõe uma melhor utilização dos recursos do Matlab/Simulink para o desenvolvimento das disciplinas de controle de sistemas dinâmicos.

Através da associação com os respectivos circuitos eletrônicos, o artigo ilustra a simulação equivalente com o EWB. Uma vez conhecido o circuito eletrônico, uma placa de circuito impressa é desenvolvida e, através de uma placa de aquisição de dados, desempenha o papel do sistema real à ser controlado.

Os resultados obtidos têm espectro muito mais abrangente que o proposto. O exemplo didático selecionado apenas busca ilustrar a potencialidade dos recursos hoje disponíveis e pouco explorados pelos cursos de graduação que têm disciplinas em controle de sistemas dinâmicos.

### *Agradecimentos*

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia – FAPESB

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno. LTC, 2000.  
 MATSUMOTO, E. Y. Matlab 6.5 – Fundamentos de Programação. Érica, 2002.  
 PERTENCE, A. Amplificadores Operacionais e Filtros Ativos. Bookman, 2003.  
 FRANKLIN, G.; POWELL, J. D.; ENAMI-NAEINI, A. Feedback Control of Dynamic Systems. Addison-Wesley Publishing Company. 1994  
 DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Sistemas de Controle Moderno. LTC, 2001.  
 CHEN, C. Linear System Theory and Design. Oxford University Press, 1999.

**Abstract:** *This paper proposes to explore some didactics recourses which are used in the context of control disciplines. It is based on common recourses such as Matlab and Electronic WorkBench. However, it tries to provide better understanding of theory while electronic circuits are used in order to validate and compare theorist and practical results.*

**Key-words:** *Classic control, Simulation*