

## RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS COM DESCRIÇÃO, MODELOS E HISTÓRIA DOS CONCEITOS

**Lauro França Filho** – [lauro.filho@poli.usp.br](mailto:lauro.filho@poli.usp.br)

Centro Federal de Educação Tecnológica de Goiás

Rua Riachuelo, 2090

75.804-020 – Jataí - Goiás

**Henrique Lindenberg Neto** – [henrique.lindenberg@poli.usp.br](mailto:henrique.lindenberg@poli.usp.br)

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Laboratório de Mecânica Computacional

Caixa Postal 61548

05424-970 - São Paulo – SP

**Resumo:** *Este artigo apresenta uma proposta para o ensino de Resistência dos Materiais. Propõe-se dar aos conceitos da disciplina, além do tratamento formal, uma abordagem complementar. Os tópicos desenvolvidos foram os da disciplina Resistência dos Materiais-I do CEFET/GO (Centro Federal de Educação Tecnológica de Goiás). Esta abordagem complementar é feita em três partes: descrição do conceito, visualização do conceito (modelos) e história do conceito. Na descrição dos conceitos, busca-se compreendê-los com analogias, idealizações, dando-se menos enfoque às formulações. Na visualização dos conceitos, apresentam-se modelos físicos que os representem. E finalmente, com a história dos conceitos, espera-se motivar o aluno com informações sobre a origem e a evolução dos conceitos. Faz-se uma proposta de uma seqüência de apresentação dessas três partes. Por fim, apresenta-se o tópico Lei de Hooke como exemplo de como foi tratado cada conceito nessa proposta.*

**Palavras-chave:** *Resistência dos materiais, Modelos físicos, História da resistência dos materiais.*

### 1. INTRODUÇÃO

Este artigo, que apresenta parte dos resultados de uma pesquisa que vem sendo realizada dentro de um programa de mestrado em engenharia de estruturas, tem como objetivo apresentar alguns subsídios para o ensino da Resistência dos Materiais.

Os estudantes da área de engenharia civil, especialmente na disciplina Resistência dos Materiais, são submetidos a conceitos abstratos tais como: centro de gravidade, momento de inércia, tensão, força cortante, momento fletor, momento torçor, flambagem, etc. Estes exemplos reforçam a idéia da abstração da disciplina Resistência dos Materiais. Os professores de engenharia civil são forçados a buscar formas de transmitir esses conceitos aos alunos e assim ganham importância as atividades didáticas voltadas para a modelagem. É com a modelagem que o professor consegue superar a barreira que separa o teórico do prático. O conhecimento teórico e a formulação matemática dos fenômenos são essenciais para a formação do engenheiro, porém fica incompleta sem o lado prático: aplicação dos conceitos, observação e experimentação. Existem hoje recursos didáticos físicos e virtuais. Ambos válidos. Ambos com vantagens didáticas aqui e ali. Assim, esta proposta não exclui o uso de modelos virtuais, mas mostra o quanto são eficazes os modelos físicos. Todos os assuntos

abordados foram subdivididos em três partes: descrição do conceito, visualização do conceito (modelo) e histórico do conceito.

Portanto propõem-se modelos físicos para o ensino da disciplina Resistência dos Materiais. São experimentos simples, que exemplificam os conceitos, às vezes abstratos, permitindo ao aluno uma melhor compreensão do seu estudo teórico. O estudo foi feito tendo como base o programa da disciplina Resistência dos Materiais - I do CEFET (Centro Federal de Educação Tecnológica), particularmente de acordo com o programa do CEFET/Goiás, onde o primeiro autor é responsável por esta disciplina. O CEFET, com os cursos “pós-médio”, dirigidos a alunos que já tenham terminado o 2º grau, possibilitou-nos um enfoque mais completo das disciplinas, mais parecido com o programa de um curso de engenharia. Isso não ocorria nos cursos anteriores, pois as disciplinas eram ministradas concomitantemente com o 2º grau. Foi, justamente, sentindo a necessidade de ter meios de apresentar os conceitos abordados nos tópicos do programa que resolvemos desenvolver modelos didáticos, aproveitar alguns já realizados por outros pesquisadores, ou mesmo adquiri-los de firmas idôneas quando era o caso. Enfim, montar um curso com modelos que cobrissem todo o programa. É essa a proposta que fazemos neste trabalho. É claro que estes recursos servirão para outros cursos, de outras escolas, pois este programa é básico.

São abordados os tópicos lei de Hooke, coeficiente de Poisson, módulo de Young, conceito de tensão, figuras planas, flexão, cisalhamento e torção. O nosso estudo foi feito dentro do regime elástico linear.

Pensamos que só há familiaridade com um determinado assunto quando o conhecemos em todos os seus aspectos. É claro que se nos falta algum aspecto desse “conhecimento” o nosso domínio do assunto fica incompleto. O indivíduo, no seu processo de conhecer, precisa se sentir embasado em todas as etapas de seu estudo. Propomos para isso um procedimento que julgamos eficaz para o ensino de Resistência dos Materiais. Sabemos ser bem pessoal a maneira que cada professor introduz os assuntos nas aulas. Queremos aqui sugerir uma seqüência de apresentação.

Propomos que a apresentação do tópico seja iniciada com a “Descrição do conceito”, pois pensamos que esta ilustração explica o conceito de uma forma bem acessível a um principiante. Daí passa-se a uma apresentação formal do assunto, definindo o conceito, etc., usando para isso quadro e giz. Começa-se a fazer uso do modelo ou dos modelos que apresentam o conceito assim que se aborda a conceituação do tópico. Esses modelos serão importantes a partir daí até praticamente o final das aulas sobre o assunto. As apresentações dos modelos perdem, bem no final, a importância que tiveram até então, pois nessa fase o aluno já conhece o conceito e está apenas desenvolvendo mais aquilo que já absorveu com os recursos usados até então. Pode-se desta forma, com modelos simples, levados até a sala de aula, mostrar aos alunos os fenômenos que irão estudar. Cada experimento é composto de um kit que deve ser montado para apresentar o conceito abordado na aula. Às vezes, sugere-se mais de um modelo para a apresentação do mesmo conceito.

Com relação ao “Histórico do Conceito”, sugerimos que ele seja apresentado quando o assunto já se desenvolveu um pouco e o aluno já tenha curiosidade a respeito de sua origem. Este, entre outras coisas, servirá para mostrar os “preconceitos” inerentes a cada assunto e que possam ocorrer ao aluno. Pois, pensamos que, mais ou menos, os mesmos erros de intuição que tiveram os estudiosos no passado ocorrem, naturalmente, ao iniciante de hoje. Para quem está iniciando, a apresentação histórica é sem dúvida de grande importância. Ela envolve o aluno no tema estudado, servindo como fator motivador importante. É com essa apresentação que o aluno localiza o tema dentro do desenvolvimento da engenharia de estruturas, toma contato com os responsáveis por essa evolução e percebe as dificuldades e limitações que ocorreram ao longo dos séculos. Parece-nos que essa informação histórica deixa o aluno mais firme, mais situado. É certo que com isso o aluno se sente realmente na raiz do assunto apresentado.

Para a exeqüibilidade dos modelos, propõe-se a utilização de materiais de baixo custo.

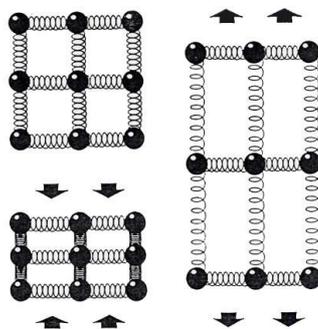
Este estudo indica também a aquisição de modelos fabricados por firmas idôneas, não excluindo, também, o uso de recursos virtuais: animações por exemplo. Fica, portanto, esta proposta como base para um curso de Resistência dos Materiais, porém dá a cada professor a possibilidade de montar o seu próprio curso.

É interessante mostrar um tópico que desenvolvemos em nosso trabalho. Para isso escolhemos o capítulo Lei de Hooke e o apresentamos a seguir.

## 2. LEI DE HOOKE

### 2.1 Descrição do Conceito

A matéria é composta de átomos e esses são unidos entre si por ligações químicas. Imaginemos essas ligações químicas como vínculos, porém vínculos que tenham elasticidade: como um modelo, imaginemos os átomos da matéria ligados por molas Fig.1 (ligações atômicas).



**Fig.1, ligações atômicas**

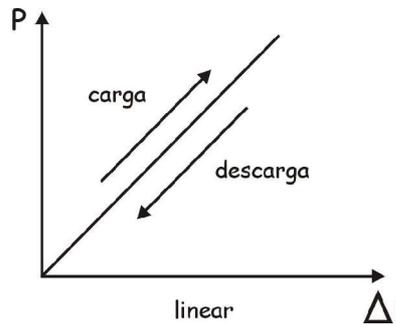
Os átomos não mudam de posição na estrutura da matéria (pelo menos para esforços moderados); apenas se aproximam ou se afastam uns dos outros, conforme a matéria seja comprimida ou tracionada.

Não existe algo que possa ser chamado de “corpo rígido”, todo corpo tem alguma elasticidade: há sempre alguma deformação. Na maioria das vezes não percebemos as deformações a olho nu, mas elas existem sempre que se aplica um esforço a um corpo. Respondem sempre aos esforços: um dado esforço resulta em uma dada deformação, um esforço maior resulta em uma deformação maior e assim por diante.

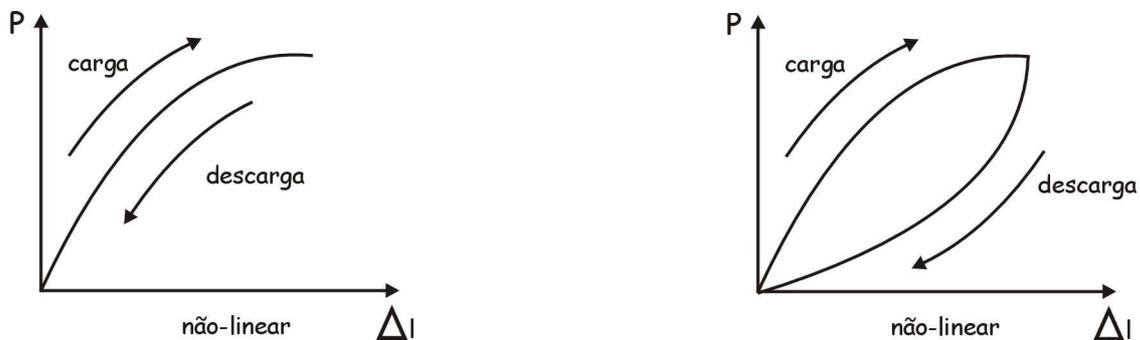
A deformação de um corpo ativa as “molas” que vinculam os átomos uns aos outros. Com essa ativação aparece o esforço resistente como resposta ao esforço externo.

O comportamento dos materiais no que diz respeito às tensões e às deformações é bastante complexo. Vários fatores influenciam a deformação de um corpo devida a um carregamento. Há deformações instantâneas (deformações elásticas e deformações plásticas) e em alguns materiais pode ocorrer outra deformação a longo prazo (deformação viscosa). Suponhamos uma barra submetida a uma força  $P$  que varia de zero até um certo valor com certa velocidade. Seja  $\Delta l$  o alongamento da barra. Há então duas possibilidades com a retirada dessa carga  $P$ : a deformação pode ser reversível, o corpo volta ao seu tamanho natural, ou irreversível. As deformações irreversíveis são as deformações plásticas onde o corpo não volta mais ao seu tamanho natural. As deformações reversíveis são as deformações elásticas, são instantâneas e acompanhadas de variação de volume. As deformações elásticas podem ser lineares ou não lineares, o que significa em última análise a forma da curva no diagrama  $P \times \Delta l$ . Se o diagrama  $P \times \Delta l$  - Fig.2 (diagrama força  $\times$  alongamento) - é uma reta temos a deformação elástica linear;

se uma curva diferente de uma reta Fig.3 (diagrama força x alongamento) temos a deformação elástica não linear.

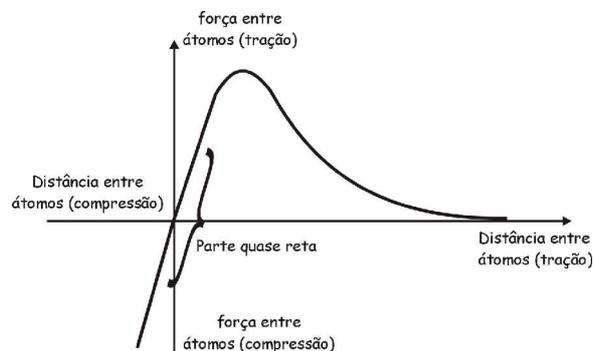


**Fig.2, diagrama força x deslocamento**



**Fig.3, diagrama força x deslocamento**

No estudo da Ciência dos Materiais vemos que, a rigor, a relação entre as tensões e as deformações não é exatamente linear, mas é praticamente linear, podendo-se sem grande erro considerá-la como tal. É uma aproximação da curva representativa das forças aplicadas entre os átomos e a variação das distâncias entre eles Fig.4 (força entre átomos x distância entre átomos).

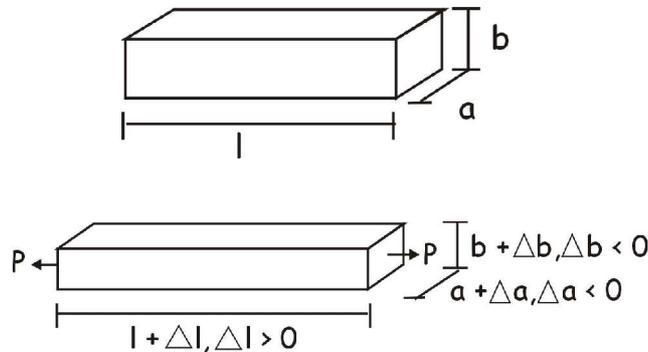


**Fig.4, força entre átomos x distância entre átomos**

Isto pode ser feito quando os esforços aplicados à matéria ainda são baixos. Com esta aproximação e mais uma tolerância de deformação plástica estamos no escopo da Resistência dos Materiais. Na prática, um grande número de materiais têm esse comportamento sob baixas

cargas e como as estruturas de engenharia não podem ter grandes deformações, em decorrência de suas condições de utilização, elas estão submetidas a baixas cargas.

Assim, nesse nível de solicitação, a força para deformar um corpo é sempre proporcional a essa deformação. E aí estamos falando de elasticidade linear. Dizia Hooke que isso é a lei da natureza. A eq. (1), na forma em que se encontra hoje, é chamada Lei de Hooke.



**Fig.5, barra sob tração**



**Fig.6, diagrama força x alongamento.**

Lei de Hooke:

$$\Delta L = \frac{P.l}{A.E} \quad (1)$$

Se tomarmos uma barra, como a da Fig.5 (barra sob tração), e a submetermos a tração, com a força \$P\$, como está indicado, observaremos um alongamento \$\Delta l\$, positivo, na direção do seu eixo longitudinal. Ao mesmo tempo, notaremos as variações \$\Delta a\$ e \$\Delta b\$ nas outras duas direções, só que negativas. O alongamento \$\Delta l\$, eq.(1), é diretamente proporcional ao esforço \$P\$, que solicita a barra, e ao comprimento \$l\$ dessa barra. É inversamente proporcional à área \$A\$ da seção transversal da barra e ao Módulo de Elasticidade \$E\$ do material que a constitui; esse módulo mede a maior ou menor “facilidade” de as “molas” entre os átomos se deformarem.

A Lei de Hooke é válida no trecho linear do diagrama mostrado na Fig.6 (diagrama força x alongamento). A partir de determinado esforço, em que se alcança o limite de proporcionalidade (maior valor da força para a qual ainda vale a lei de Hooke), não é válida mais a Lei de Hooke, pois o material, daí em diante, não está mais no regime elástico linear.

Substituindo a deformação específica longitudinal

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (2)$$

e a tensão

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (3)$$

na equação (1), obteremos a relação —

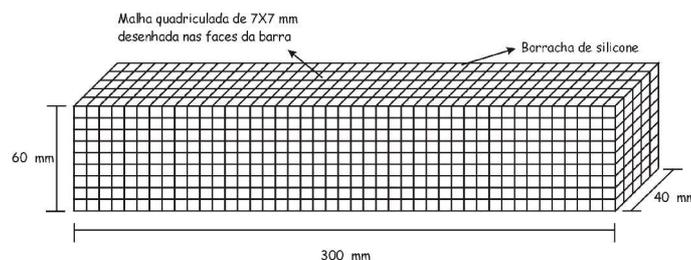
$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (4),$$

que é a Lei de Hooke expressa em função da tensão normal e da deformação.

## 2.2 Visualização do Conceito: Modelos

### 2.2.1 Barra de Borracha

Esse modelo se adequa a vários outros temas que iremos abordar. É, sem dúvida, um modelo que permite demonstrar, didaticamente, várias situações de esforços e deformações.



**Fig.7, barra quadriculada de borracha**

**Objetivo** - Mostrar qualitativamente a dependência do alongamento e do encurtamento com os esforços normais aplicados nas barras.

**Descrição** - É uma barra de borracha de seção retangular, quadriculada Fig.7 (barra quadriculada de borracha).

**Funcionamento** - Verifica-se a Lei de Hooke, regime elástico linear, apenas aplicando esforços nas extremidades da barra de forma empírica; para um esforço menor, o alongamento é menor; para um esforço maior, o alongamento é maior.

**Resultados** - Observa-se que os alongamentos são proporcionais às forças aplicadas. Quando se esforça mais a barra se alonga mais.

### 2.2.2 Haste com escala e mola

Este modelo será usado também no tópico Módulo de Young, simplesmente trocando a mola por uma barrinha de borracha de seção circular conhecida.



**Fig.8, haste com escala e mola**

**Objetivo** - Apresentar a proporcionalidade entre força e o alongamento dos corpos quando solicitados por esforços normais de tração.

**Descrição** - Trata-se de um suporte em que é colocada uma mola em posição vertical. Ao lado, também na vertical, é colocada uma escala. Na extremidade da mola existe um gancho onde serão colocados pesos Fig.8 (haste com mola e escala).

**Funcionamento** - Para verificar o regime elástico linear (Lei de Hooke) colocam-se pesos em ordem crescente e medem-se as extensões.

**Resultados** - Com os resultados obtidos, constrói-se um gráfico  $P \times \Delta l$  (força x alongamento) Fig.6 (gráfico força x alongamento). Esse gráfico será uma reta, característica do regime elástico linear.

### 2.3 Histórico do Conceito

Pode-se dizer que com o livro “DUE NOVE SCIENZE”, publicado em 1638, Galileu dá início à história da Mecânica das Estruturas. É a primeira publicação no campo da resistência dos materiais. Nesse livro, Galileu fala sobre a resistência de uma coluna, e para provar suas afirmações considera uma barra sob tração Fig.9 (barra sob tração). Conclui aí ser a resistência proporcional à área da seção transversal da barra e independente do seu comprimento. Porém Galileu considera que os materiais são inelásticos. No estudo da barra sob tração esta consideração não comprometeu as suas conclusões. Mas isto implicou em resultados errados, como, por exemplo, no estudo que fez de uma barra em balanço submetida a flexão.

Pois bem, enquanto os países da Europa continental seguiam na linha de pesquisa indicada por Galileu, na Inglaterra cientistas dessa mesma época discutiam hipóteses relativas à elasticidade dos corpos. Entre esses ingleses estava William Petty, um dos fundadores da Royal Society. Embora seu trabalho, publicado em 1674, não tenha valor científico, contribuiu, talvez, para acender a discussão no meio científico. Nesse trabalho, W. Petty menciona noções de elasticidade dos corpos, mas faz isso dando como justificativa o livro do “Gênesis” da Bíblia, etc.

Quem percebeu, pela primeira vez, a elasticidade dos materiais, assim como ela é entendida hoje, foi Robert Hooke (1635-1703). Robert Hooke nasceu a 18 de julho de 1635, em Fresh Water, na ilha inglesa de Wight, onde seu pai era sacristão da paróquia local. De constituição física bastante frágil, durante toda sua vida teve problemas de saúde. Desde criança sofreu de sinusite e bronquite, mais tarde tinha enxaqueca, má digestão e insônia. Quando Hooke tinha treze anos de idade, seu pai, John Hooke, suicidou-se. Foi então enviado para Londres. Mostrou-se, desde pequeno, habilidoso para fazer brinquedos mecânicos e desenhar. Foi para a “Westminster School”. Em 1653, Hooke foi para Oxford, onde em 1662

obtem o título de “Master of Arts”. Em Oxford teve contato com vários cientistas, tornando-se um mecânico experiente (laboratorista). Foi recomendado por Robert Boyle, com quem já trabalhara antes, para curador de experimentos da Royal Society, onde desempenhou o seu trabalho com eficiência. Em 1661, trabalhando com R. Boyle, fez sua primeira publicação, em que tratava de problemas de tensão superficial dos líquidos e do fluxo de líquidos em tubos capilares. Mas logo em seguida, numa atitude bem própria dele, mudou totalmente de tema. Robert Hooke, agora interessado em astronomia, vinha pesquisando um meio de conseguir um relógio que permitisse fazer observações em horas precisas. Para conseguir isso, teve a idéia de usar uma mola especial para o funcionamento do relógio. Patenteou esse invento, porém, logo depois, viu que a mola em espiral era bem melhor. No entanto, não registrou essa descoberta. Em 1675, o cientista holandês Christian Huygens patenteou um relógio controlado por mola espiral de aço. Hooke reclamou a paternidade da invenção à Royal Society de Londres, mas não obteve sucesso. Apesar de ter constatado um mecanismo extremamente eficiente, inexperiente, não registrou as anotações capazes de comprovar a autoria do invento.

A peste de 1665 e o grande incêndio de 1666, que assolou Londres, levaram Hooke a participar da reconstrução da cidade. Por suas qualidades técnicas como organizador e arquiteto, foi nomeado, junto com Christopher Wren, supervisor da reconstrução da cidade. Ainda hoje podem ser observadas mansões e igrejas construídas naqueles dias. É exemplo desta atuação a cúpula da catedral de S. Paulo em Londres. É também prova da diversidade de assuntos tratados por Hooke a criação de uma peça para dar maior mobilidade a um telescópio: a junta universal, ou junta de Hooke.

Hooke, durante sua vida, teve vários atritos com Newton. O primeiro deles foi em 1672, devido a uma publicação de Newton sobre a decomposição da luz branca em outras cores. Hooke já havia constatado isso em sua “Micrographia” e acusou Newton de não provar sua idéia com clareza. Esses atritos foram constantes na vida de Hooke com relação a Newton, tendo prejudicado muito Hooke, pois Newton era um homem influente na Inglaterra daquela época.

Finalmente, em 1678, Hooke publica o trabalho “De Potentia Restitutiva” ou “Of spring explaining the powers of springing bodies” Fig.10 (ilustração desse livro de Hooke). Nesse livro fala sobre os seus experimentos com corpos elásticos. Hooke escreve, nesse trabalho, que há 18 anos já havia obtido sua teoria, mas que não a havia publicado, pois desejava obter a patente para sua aplicação. E continua dando detalhes de sua antecedência, dizendo que há três anos sua majestade havia feito a graça de ver os seus experimentos que deram origem a essa teoria. E arremata o assunto dizendo ter feito imprimir essa teoria em forma de um anagrama no final do seu outro trabalho, impresso em 1675, “Descriptions of Helioscopes”: ceiiinosssttuv, que é o agrupamento das letras da frase latina “UT TENSIO, SIC VIS” (como a extensão, assim é a força). Fez isso, talvez, devido às frustrações que teve no passado com relação a patentes.

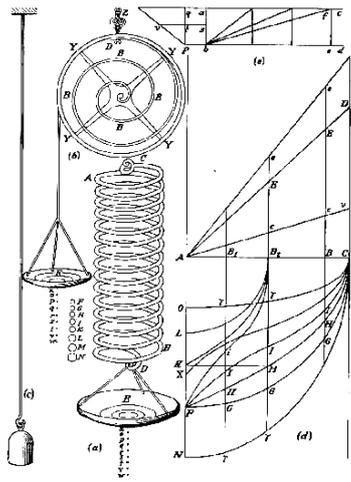
É importante observar que Hooke abrange o conceito de elasticidade não só para molas, barras fletidas, mas como propriedade de qualquer material, tenha ele qualquer forma: “elasticidade dos corpos”, diz ele.

No “De Potentia Restitutiva” vemos também que Hooke não só estabeleceu a relação força/alongamento, mas sugeriu vários aparelhos nos quais esta relação podia ser usada para resolver problemas importantes.

E concluindo, a relação linear força/alongamento é a tão conhecida LEI DE HOOKE que mais tarde veio a dar base para o desenvolvimento da “Teoria da Elasticidade”.



**Fig.9, ilustração do livro de Galileu, barra sob tração**



**Fig.10, inventos usados nos experimentos de Hooke, ilustração do livro "De Potentia Restitutiva"**

### 3. CONCLUSÕES

Apresentou-se neste artigo uma proposta de um curso de Resistência dos Materiais em que, além da apresentação mais formal dos vários conceitos abordados no curso, utilizam-se outros dois recursos educacionais: o uso de modelos físicos e uma breve apresentação histórica dos conceitos. Acredita-se que desta forma dois importantes objetivos estejam sendo alcançados: facilitar a compreensão dos conceitos pelos alunos e aumentar sua motivação para estudá-los.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BEER, F. P.; Johnston, Jr., E. R. **Resistência dos Materiais**. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.
- GORDON, J. E. **The New Science of Strong Materials or Why you don't fall through the floor**. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- GORDON, J. E. **Structures: or Why things don't fall down**. New York: Penguin Books, 1978.
- SANTOS, J. A. dos. **Sobre a Concepção, o Projeto, a Execução e a Utilização de Modelos Físicos Qualitativos na Engenharia de Estruturas**. 1983. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- TIMOSHENKO, S. P. **History of Strength of Materials: with a Brief Account of the History of Theory of Elasticity and Theory of Structures**. New York: Dover, 1983.

TODHUNTER, I. **A History of the Theory of Elasticity and of the Strength of Materials.**  
New York: Dover, 1960.

## **STRENGTH OF MATERIALS WITH THE DESCRIPTION, MODELS AND HISTORY OF THE CONCEPTS**

***Abstract:** This paper presents a proposal for the teaching of strength of materials. In addition to the classic approach, a complementary way of introducing the concepts is proposed. The themes developed are those of the course Strength of Materials I of CEFET/GO (Federal Centre for Technological Education of Goiás). This complementary approach has three parts: description of the concept, visualisation of the concept (models) and history of the concept. The concepts are described by means of analogies and idealisations, less emphasis being given to formulations. In the visualisation of the concepts, physical models which represent them are used. Finally, with the history of the concepts one expects to motivate the students with information on the beginnings and evolution of the concepts. A proposal for the sequence of presentation of these three parts is described. As an example of how each concept was treated in this proposal, the topic Hooke's Law is presented.*

***Key-words:** Strength of materials, Physical models, History of strength of materials.*