

ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO DE FENÔMENOS VIBRATÓRIOS EM ESTRUTURAS

Rodrigo Souza Ribeiro – rodrigoenm@pop.com.br
Eduardo César Gavazza Menin – edumenin@pop.com.br
Jorge Luiz de Almeida Ferreira – jorge@unb.br
Universidade de Brasília, Deptº de Engenharia Mecânica.
Campus Universitário Darcy Ribeiro, Asa Norte.
CEP. 70910-910 – Brasília – DF.

Resumo: *Simulações numéricas e ensaios experimentais vêm sendo amplamente utilizados como metodologias de ensino de engenharia. Quando aplicadas à área de vibrações mecânicas, apresentam a vantagem de facilitar a visualização e o aprendizado dos fenômenos envolvendo vibrações estruturais e verificação da validade de previsões teóricas sobre a resposta dinâmica de estruturas. Neste projeto, métodos experimentais, analíticos e numéricos são utilizados na obtenção e comparação de resultados modais para uma estrutura de n graus de liberdade. Uma bancada de ensaios experimentais foi construída para quantificar as incertezas envolvidas na resposta dinâmica da estrutura devido à: (1) processos de montagem e desmontagem de um mesmo modelo induzindo diferentes condições de contorno; (2) construção de diversos modelos semelhantes acarretando variabilidade das propriedades mecânicas e dimensionais; (3) introdução de amortecimento e alteração da massa do sistema. A metodologia experimental foi baseada no Método da Resposta em Frequência, na qual os parâmetros modais são obtidos diretamente das informações contidas nas funções de Resposta em Frequência e em técnicas de varreduras em seno. Um modelo de n graus de liberdade foi utilizado na formulação analítica. Baseado no Método de Elementos Finitos, análises modais e harmônicas foram realizadas para simulação do comportamento dinâmico da estrutura. Parâmetros modais, tais como, frequências naturais, fatores de amortecimento, formas e vetores modais foram obtidos mediante aplicação dos diversos métodos, assim como quantificadas as incertezas envolvidas nos processos de modelagem. Os procedimentos analisados facilitam o entendimento e visualização dos fenômenos vibratórios, mostrando-se prática interessante para o ensino e aprendizado.*

Palavras-chave: *Vibrações, Análise modal, Varreduras em seno, Função de Resposta em Frequência, Simulação numérica.*

1. INTRODUÇÃO

Diversas metodologias de ensino vêm sendo aplicadas à área de vibrações mecânicas. Dentre estas, metodologias que envolvem simulações numéricas e ensaios experimentais apresentam a vantagem de facilitar a visualização e o aprendizado dos fenômenos vibratórios, além de permitir a verificação da validade de previsões teóricas sobre a resposta dinâmica de componentes estruturais. Entretanto, devido a numerosas hipóteses envolvendo os parâmetros que controlam o comportamento dinâmico, tais como, geometria, propriedades mecânicas dos materiais e condições de vinculação, poderão resultar em estimativas pouco confiáveis sobre a dinâmica da estrutura. Pesquisas realizadas anteriormente apresentam as dificuldades na definição de modelos que representem de forma adequadas o comportamento dinâmico de

estruturas (Ellis, 1998; Chang *et al.*, 1993; Papadimitriou *et al.*, 1995). A resposta dinâmica e a confiabilidade podem ser muito sensíveis a variações destas características, visto que dependendo do sistema analisado, pequenas incertezas podem afetar de forma significativa o comportamento dinâmico da estrutura (Papadimitriou, 1995).

Este trabalho teve como principal objetivo exemplificar um método de visualização de fenômenos vibratórios envolvendo simulações numéricas e ensaios experimentais com o intuito de facilitar o aprendizado e entendimento destes. Além disto, foram avaliados os efeitos das incertezas associadas às estimativas dos parâmetros que caracterizam a modelagem do sistema dinâmico sobre o seu comportamento.

Nesse sentido, foram utilizados métodos experimentais, analíticos e numéricos na estimativa de parâmetros modais de uma estrutura submetida a cisalhamento puro e apresentando 2 graus de liberdade, e de maneira mais simplificada, de uma estrutura com 4 graus de liberdade. A metodologia experimental baseou-se em técnicas de varreduras em seno e no método do domínio da Frequência (Allemang *et al.*, 1988). Uma bancada de ensaios experimentais foi construída para quantificar as incertezas envolvidas na resposta dinâmica de modelos semelhantes devido às condições de contorno associadas aos processos de montagem e desmontagem dos modelos. A variabilidade da resposta em frequência relacionada às variações nas dimensões e propriedades mecânicas, associada a diferentes medidas de espessura, comprimento, largura, densidade e módulo de elasticidade das colunas de sustentação que foram produzidas de um mesmo lote de material, foram estimadas mediante análise de sensibilidade. Na formulação analítica utilizou-se um modelo discreto com n graus de liberdade. Para as simulações numéricas, foi utilizado o método dos elementos finitos, MEF (Bathe, 1976), com o qual foram realizadas análises modais e harmônicas em um modelo composto por uma combinação de elementos de casca e de viga. Análise estatística foi utilizada para a determinação dos níveis de consistência e correlação dos resultados encontrados. Para o modelo apresentando 4 graus de liberdade, foram exemplificados os efeitos na resposta dinâmica da estrutura devido a alterações de massa e introdução de amortecimento.

1.1 Modelo a Parâmetros Concentrados de um Edifício de N Pavimentos

O Sistema de equações que caracteriza o comportamento dinâmico pode ser descrito por:

$$M \cdot \ddot{X} + C \cdot \dot{X} + K \cdot X = F(t) \quad (1)$$

onde M , C e K representam, respectivamente, as matrizes Inércia, Amortecimento e Rigidez do sistema; \ddot{X} , \dot{X} , X e $F(t)$ representam, respectivamente, os vetores aceleração, velocidade, deslocamento e força.

A solução da equação (1) consiste em duas partes, a homogênea e a particular. Com base na solução da equação homogênea, ou solução modal, pode-se construir um conjunto de equações que permitem determinar as frequências fundamentais e os modos de vibração da estrutura. A solução particular permite descrever a resposta dinâmica da estrutura quando a mesma é excitada por uma função qualquer. Tipicamente, tal resposta é apresentada sob a forma da função resposta em frequência - FRF. Baseando-se numa função harmônica e desconsiderando os termos de amortecimento, a solução da equação homogênea associada à equação (1) pode ser representada pela equação (2), denominada auto-equação (Oiveira, 1997) na qual I representa a matriz identidade e A representa a matriz de flexibilidade.

$$(I - A \cdot M \cdot \omega_i^2) \cdot X_i = 0, \quad \text{para } i = 1 \quad (2)$$

O conjunto de equações algébricas homogêneas forma um problema de autovetores e autovalores associados, respectivamente, às frequências naturais e formas modais que caracterizam a vibração livre da estrutura (Rao, 1995). Para cada autovalor ω_i associa-se uma frequência natural f_i e uma forma modal X_i , sendo que o número de autovalores e autovetores é igual à quantidade de graus de liberdade do sistema (Ewins, 2000). Ainda, com base na

equação (2) é possível fazer uma análise de sensibilidade da resposta em frequência. Isso é realizado aproximando-se a média e a variância da função por meio da expansão da mesma em uma série de Taylor utilizando os valores médios das variáveis e truncando-as a partir dos termos de primeira ordem. As aproximações em primeira-ordem para a variância do estimador das frequências fundamentais (Ayyub *et al*, 1984) são determinadas segundo a equação (3).

$$\sigma_{\omega}^2 \approx \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left[\left(\frac{\partial \omega(\Xi)}{\partial \Xi_i} \right) \cdot \left(\frac{\partial \omega(\Xi)}{\partial \Xi_j} \right) Cov(\Xi_i, \Xi_j) \right] \quad (3)$$

onde Ξ representa o vetor associado aos parâmetros que regem a equação do movimento e $Cov(\Xi_i, \Xi_j)$, a covariância entre Ξ_i e Ξ_j .

1.2. Solução Aproximada do Problema

A solução aproximada da estrutura de 2 pavimentos foi realizada considerando um modelo discreto de dois graus de liberdade no qual as colunas de sustentação são submetidas a cisalhamento puro (Beards, 1996). A figura (1) apresenta o desenho esquemático da estrutura na qual v e u representam as coordenadas locais nas direções longitudinal e perpendicular e h a altura de cada andar, além das hipóteses básicas utilizadas para descrever a linha elástica das colunas: engastamento numa extremidade e rotação nula na extremidade oposta.

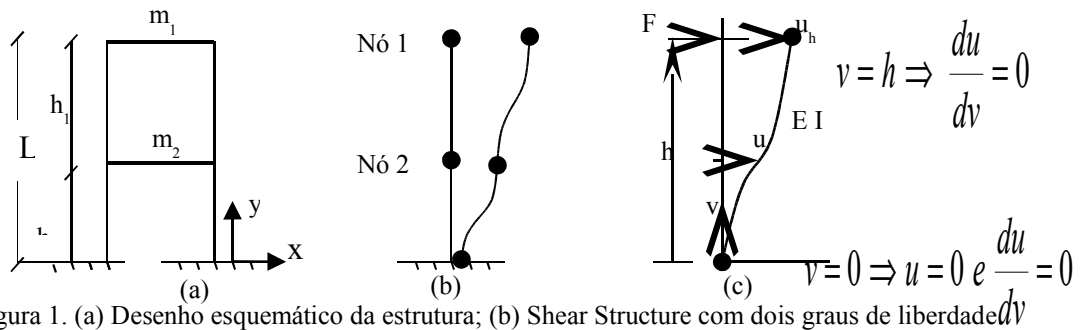


Figura 1. (a) Desenho esquemático da estrutura; (b) Shear Structure com dois graus de liberdade; (c) Linha elástica com hipóteses de engastamento e rotação nula.

A matriz de inércia do sistema, M , foi computada levando-se em consideração as massas dos 2 pavimentos, assim como as massas equivalentes devido à inércia das colunas de sustentação. Na matriz de flexibilidade A , os coeficientes de influência de flexibilidade foram determinados mediante aplicação do princípio da superposição associado ao equacionamento da linha elástica (Rao, 1995).

1.3 Modelo Numérico - MEF

Foram utilizados na modelagem das colunas de sustentação e nos pavimentos da estrutura elementos de viga e de casca, respectivamente. Os elementos de viga apresentam 2 nós e 3 graus de liberdade por nó, sendo estes, translação em x e y e rotação em z . Os elementos de casca são quadriláteros com 4 nós e 6 graus de liberdade por nó. A condição de contorno foi estabelecida restringindo-se todos os graus de liberdade dos nós localizados nas bases das colunas de sustentação, simulando uma condição de engastamento completo. O modelo numérico, tipos de elementos finitos, e pontos de quantificação dos deslocamentos modais são ilustrados na figura (2).

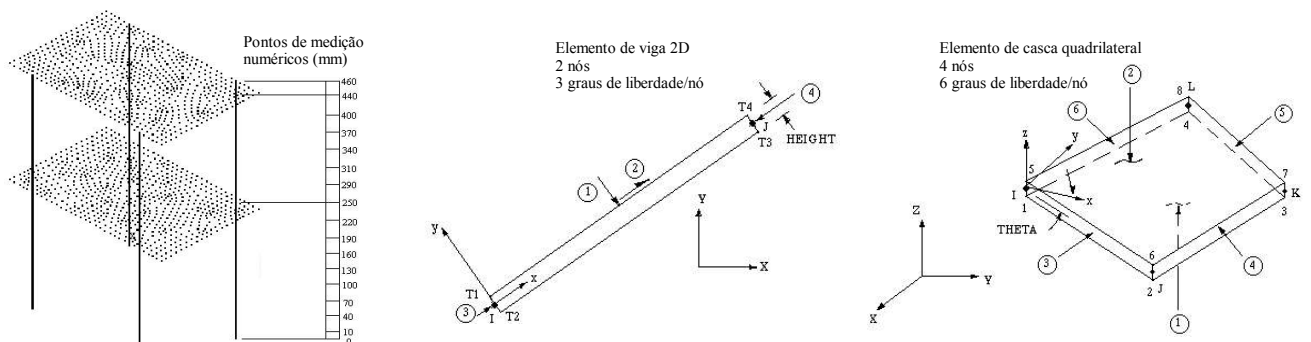


Figura 2. Modelo Numérico, posicionamento dos nós avaliados e tipos de elementos utilizados.

Com a intenção de determinar com elevada precisão os parâmetros modais utilizou-se o método dos subespaços (Oliveira, 1997). Foram realizadas análises de convergência para diversos graus de refinamento das malhas, possibilitando a escolha de um modelo que conciliasse esforço computacional e precisão de resultados. A fim de garantir a compatibilidade entre a ordem dos autovetores estimados numérica e experimentalmente, as dimensões dos elementos de viga foram escolhidas de modo que apresentassem nós que correspondessem aos pontos de medição experimental, evitando-se, assim, a necessidade da utilização de técnicas numéricas de redução ou expansão de modelos (Ewins, 1991). Uma vez escolhido o modelo e determinadas as duas frequências fundamentais, foram realizadas análises harmônicas. Utilizou-se uma força de excitação unitária e normal à estrutura, aplicada ao pavimento inferior. O método numérico utilizado para a determinação da FRF foi o método completo, em que a equação (1) é resolvida diretamente (Oliveira, 1997). Com o objetivo de se fazer um levantamento da FRF da estrutura e observar os picos de amplitude relativos às frequências naturais determinadas previamente na análise do tipo Modal, utilizou-se uma faixa de frequência entre 0 e 30 Hz. Posteriormente, varreduras mais específicas foram realizadas em torno das frequências de interesse, possibilitando a obtenção dos vetores modais representativos dos dois primeiros modos de vibração. Em todas as situações as faixas de frequência foram discretizadas em 100 segmentos iguais.

1.4 Modelo Experimental

A análise modal experimental foi baseada em técnicas de varredura em seno, no método do domínio da frequência (Bathe, 1976) e nos métodos de modo simples de ajuste de curvas (Ewins, 2000). Para isso, foi construída uma bancada de ensaios experimentais apresentada na figura (3). A condição de engastamento total foi aproximada por intermédio de um conjunto de parafusos que fixaram a estrutura à base inercial representada por um bloco de concreto de 350kg. As 4 colunas de sustentação da estrutura foram fabricadas a partir de chapas de aço de 1,2 mm de espessura e cortadas para dimensões nominais de 470 x 30 mm, para a estrutura com 2 graus de liberdade, e de 1200 x 30 mm para a estrutura com 4 graus de liberdade. Os pavimentos foram fabricados em chapas de aço de 3 mm de espessura e cortadas para dimensões de 200 x 300 mm. Os pavimentos são fixados às colunas de sustentação por intermédio de conjuntos de parafusos que possibilitam variações de seu posicionamento. A excitação da estrutura foi realizada horizontalmente por um excitador mecânico de vibrações, conectado ao primeiro pavimento por intermédio de uma haste de acoplamento. Na análises, os pavimentos foram igualmente espaçados em relação à base. As respostas foram medidas com acelerômetro piezoelétrico axial B&K 4366, fixado com cera e posicionado ao longo das colunas de sustentação. A aquisição dos dados foi realizada com analisador espectral de dois canais HP35665A com o qual foram estimadas as FRFs.

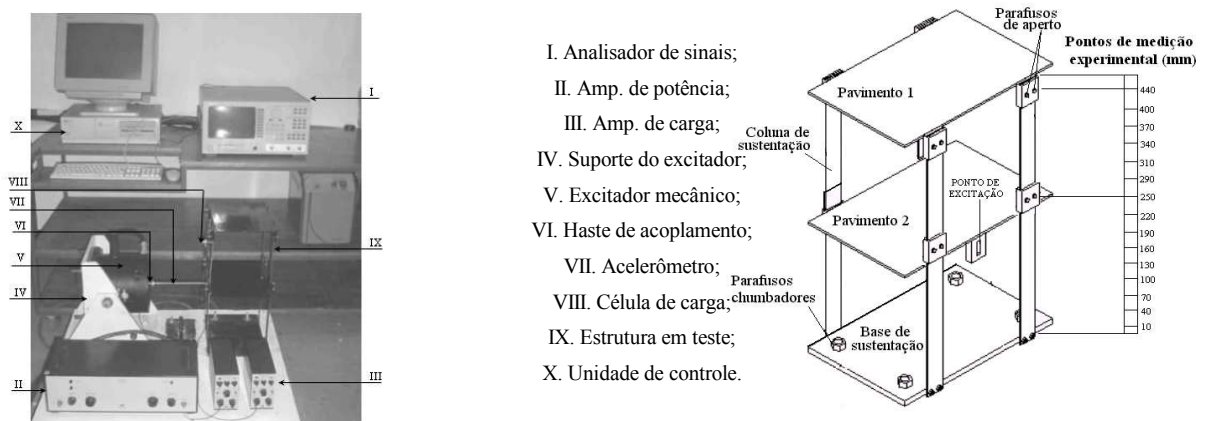


Figura 3. Montagem experimental, modelo físico e pts de medição da estrutura com 2 graus de liberdade.

Para a estrutura com 2 graus de liberdade, foram avaliados 15 pontos ao longo da coluna

de sustentação. Com a finalidade de identificar as duas primeiras frequências naturais da estrutura, foram realizadas varreduras em seno abrangendo faixas de frequência entre 1 e 20 Hz. A partir desta primeira análise, varreduras mais específicas foram realizadas em torno das frequências de interesse. A partir da obtenção das FRF para os quinze pontos ao longo da estrutura pôde-se fazer o levantamento do modo de vibração. Com o objetivo de obter consistência estatística e avaliar a variabilidade das características dinâmicas, o procedimento acima descrito foi aplicado a 9 modelos nominalmente semelhantes. Cada modelo foi montado com um conjunto distinto de 4 colunas de sustentação, escolhidas aleatoriamente de um mesmo lote de material. Na tabela (1) são apresentados os resultados metrológicos destes componentes. Como resultado desses ensaios foram obtidos 9 formas modais e 135 frequências fundamentais associadas a cada modo estudado. Também foram realizadas 6 montagens de um mesmo modelo de forma a avaliar o efeito da vinculação dos componentes do modelo sobre a resposta em frequência.

Tabela 1. Parâmetros Metrológicos das Colunas de Sustentação.

Coluna	Largura		Espessura		Comprimento		Massa	
	Média (mm)	C.V. (%)	Média (mm)	C.V. (%)	Média (mm)	C.V. (%)	Média (g)	C.V. (%)
1	30,112	1,135	1,207	2,621	475,7	0,105	133,089	1,143
2	30,094	1,285	1,201	1,882	475,4	0,111	133,356	0,916
3	29,784	2,115	1,206	1,906	475,7	0,105	132,056	1,907
4	29,384	1,615	1,208	2,221	475,4	0,111	132,001	1,415
Todas	29,844	1,814	1,205	2,094	475,6	0,106	132,625	1,409

Para a estrutura com 4 graus de liberdade, foram exemplificados os efeitos de adição de massa à estrutura por intermédio de conjuntos de pesos acoplados aos pavimentos. Os efeitos de adição de amortecimento foram avaliados por intermédio de uma caixa de graxa acoplada ao primeiro pavimento da estrutura com intuito de verificação da alteração da resposta dinâmica da estrutura.

2. METODOLOGIA DE ANÁLISE DOS RESULTADOS

Métodos gráficos foram utilizados para a comparação das frequências naturais e das formas modais obtidas numérica e experimentalmente. Nesta metodologia constrói-se o diagrama de dispersão e são estimadas a melhor reta de ajuste, bem como os limites do intervalo de confiança das previsões para determinado nível de confiança. Além da estimativa das estatísticas básicas dos resultados obtidos, foram utilizados os parâmetros MAC - “Modal Assurance Critério” e MSF - “Modal Scale Factor” para a comparação dos modos de vibração obtidos numérica e experimentalmente (Ewins, 2000). Com a intenção de avaliar as variações dos parâmetros dinâmicos devido às variações aleatórias nas características intrínsecas dos modelos e as envolvidas nos procedimentos de medição, foi utilizada a técnica de análise de variância. (Murteira, 1990) e realizada uma análise de sensibilidade do modelo segundo a equação (3).

2. RESULTADOS E DISCUSSÕES

2.1 Estrutura de dois graus de liberdade

Com base no modelo analítico foram estimados valores iguais a 4,696 e 17,776 Hz para as duas primeiras frequências fundamentais. Tais valores serviram como referências para a ordem de grandeza dos resultados que deveriam ser encontrados numérica e experimentalmente. Pela análise de convergência dos resultados estimados por meio do método de elementos finitos verificou-se que o desvio relativo entre as previsões realizadas para uma malha qualquer e a malha mais refinada foi inferior a 1 %, o que permitiria a utilização de qualquer nível de refinamento do modelo. Entretanto, a fim de permitir a compatibilidade entre a ordem dos autovetores estimados numérica e experimentalmente, utilizou-se a malha mais refinada, contendo 25896 equações. Assim, as previsões para as duas primeiras frequências fundamentais obtidas foram, respectivamente, iguais a 4,01 e 16,05 Hz, resultados aproximadamente iguais aos obtidos com o modelo simplificado. Analisando os resultados apresentados na tabela (2) pode-se verificar a existência de variações da ordem de 10 e 2 % para a 1ª e a 2ª frequência, respectivamente. Entretanto, tal fato não se observa nas

medições realizadas para um mesmo modelo, em que se observa uma variação máxima da ordem de 0,9 %, indicando baixo erro experimental e que as variações associadas ao efeito de vinculação e de variações aleatórias dos parâmetros que regem o comportamento dinâmico, tais como massas e rigidez das colunas, afetam a resposta da mesma. Tais afirmações são corroboradas pelos resultados obtidos das análises de variância as quais rejeitaram as hipóteses das variações entre os grupos serem iguais às variações dentro dos grupos. As estatísticas relacionadas às medições das frequências fundamentais obtidas ao se analisar o efeito da vinculação dos componentes sobre a resposta dinâmica são apresentadas na tabela (3) e permite verificar que a incerteza das respostas é aproximadamente constante.

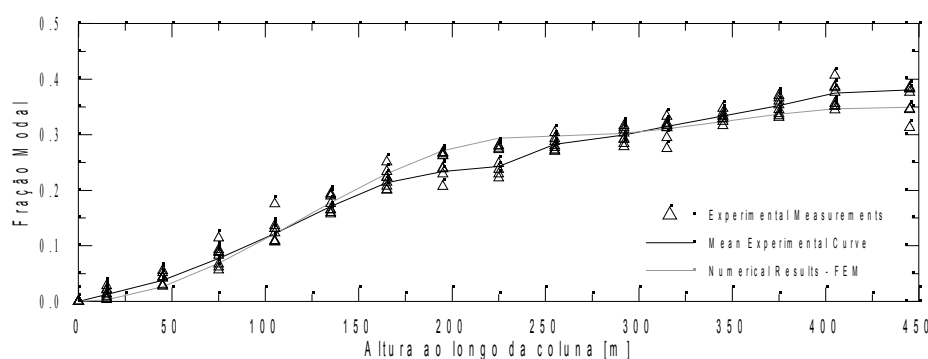
Tabela 2. Frequências fundamentais experimentais para as 9 estruturas semelhantes.

Frequência	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	
1 ^a	Média (Hz)	4,27	3,84	5,09	3,70	4,07	3,97	3,83	3,78	4,04
	CV (%)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,22	0,87	0,62	0,33	0,51
2 ^a	Média (Hz)	14,54	15,29	15,46	14,54	15,43	15,05	15,25	14,91	15,52
	CV (%)	0,00	0,15	0,13	0,13	0,14	0,17	0,69	0,16	0,14

Tabela 3. Frequências naturais experimentais para as 6 montagens de um mesmo modelo.

1 ^a Frequência		2 ^a Frequência	
Média (Hz)	CV (%)	Média (Hz)	CV (%)
3,87	3,31	15,01	3,08

Pelo estudo de sensibilidade do modelo, em que foram avaliados os efeitos das variações aleatórias da espessura, da largura, do módulo de elasticidade das colunas, das massas e dos espaçamentos entre os pavimentos sobre a resposta em frequência, pôde-se verificar que a espessura e o espaçamento entre os andares contribuem de forma significativa, com valores da ordem de 30 % cada um, sobre a incerteza global da medição. Com base nos resultados metrológicos apresentados na tabela (1) verificou-se que, somente devido aos parâmetros dimensionais, os resultados experimentais deveriam apresentar incertezas idênticas para os dois primeiros modos, com coeficientes de variação iguais a 4,4 %. Comparando a ordem de grandeza dessa incerteza com a obtida pelo efeito de vinculação, observa-se que a combinação das mesmas explica a dispersão global medida para a 1^a frequência fundamental. Entretanto, o mesmo raciocínio não é válido para explicar o reduzido desvio encontrado para a 2^a. Uma comparação gráfica do comportamento médio dos vetores modais obtidos experimental e numericamente para o 1^o e 2^o modos de vibração é apresentada na figura (5), na qual observa-se uma aparente maior dispersão dos dados experimentais obtidos para o 1^o modo em relação ao 2^o.



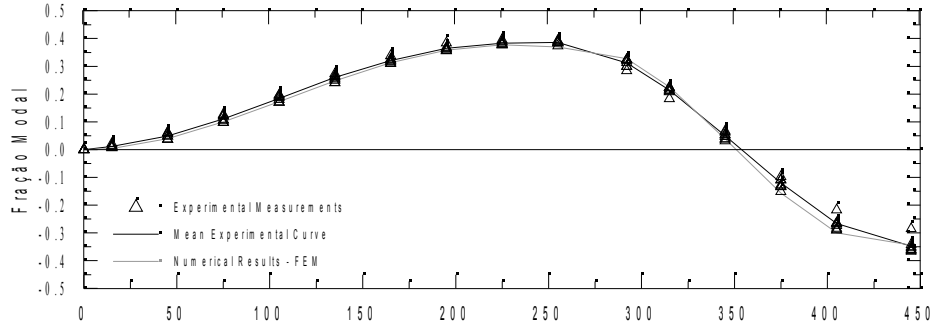


Figura 5. Comparação dos resultados obtidos para a forma do modo de vibração.

A análise dos diagramas de dispersão apresentados na figura (6) para os vetores modais permite observar que a maioria dos resultados restringiu-se aos limites de confiança das previsões para um nível de 95% de confiança, assim como, corrobora a presença de uma maior dispersão dos dados relativos ao 1º modo de vibração, quando comparados ao 2º.

Pela análise da melhor reta de ajuste, observa-se sua semelhança à reta ideal de inclinação 45°, demonstrando um bom nível de correlação dos dados obtidos numérica e experimentalmente. Entretanto, uma análise mais consistente sobre tais resultados é realizada por intermédio dos parâmetros MAC e MSF, apresentados na tabela (4).

Pelo MSF é possível verificar que a inclinação da melhor reta que se ajusta aos pontos do gráfico de dispersão aproxima-se do comportamento ideal para a grande maioria dos modelos. Esta análise de consistência é confirmada pelos valores de MAC, determinando que o desvio mínimo quadrático dos pontos em relação à linha de correlação é próximo da unidade, resultando em elevada correlação dos resultados obtidos.

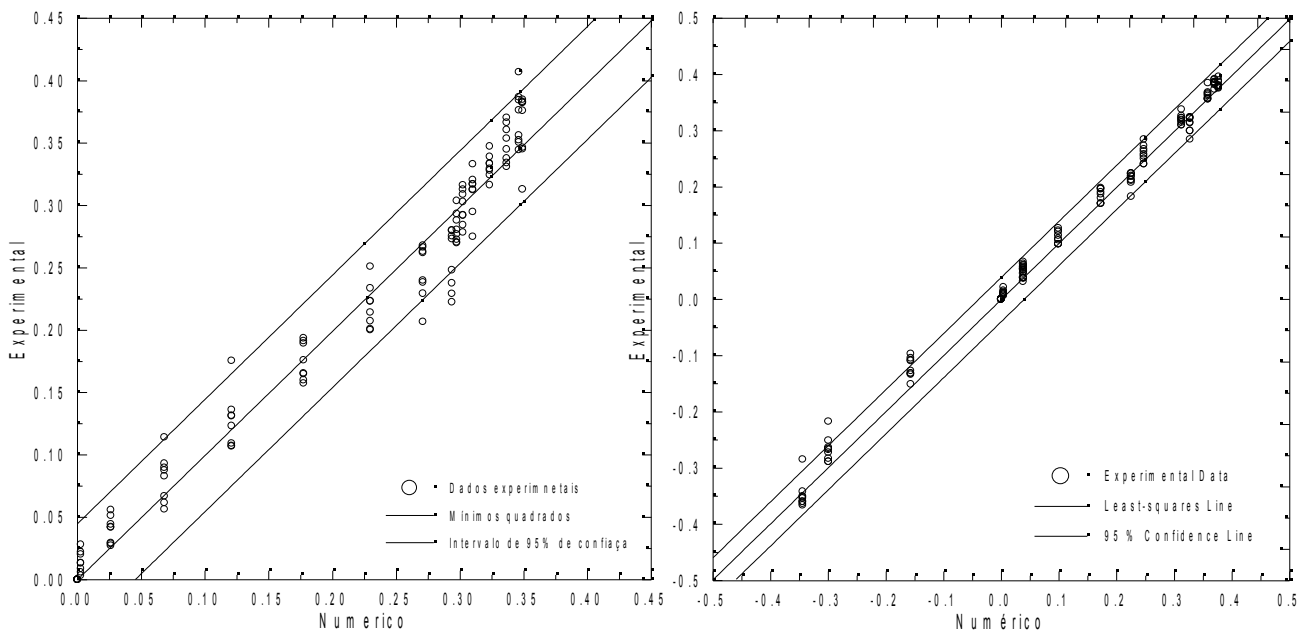


Figura 9. Diagramas de dispersão dos vetores modais.

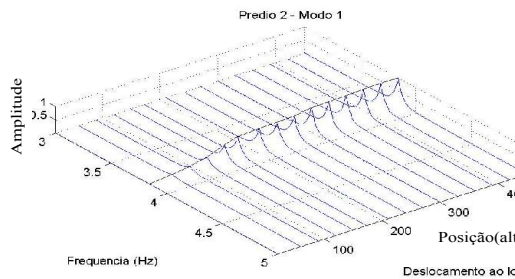
Tabela 4: MAC (MSF) entre os vetores modais experimentais e numéricos ajustado.

Modo	MAC (MSF)								
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9
1º	0,997(0,927)	0,998(0,987)	0,995(0,911)	0,987(0,902)	0,989(0,985)	0,986(0,852)	0,986(0,896)	0,996(0,994)	0,926(0,687)
2º	0,995(0,972)	0,999(0,980)	0,999(0,980)	0,998(0,976)	0,981(0,943)	0,992(0,964)	0,994(0,962)	0,995(0,997)	0,992(0,984)

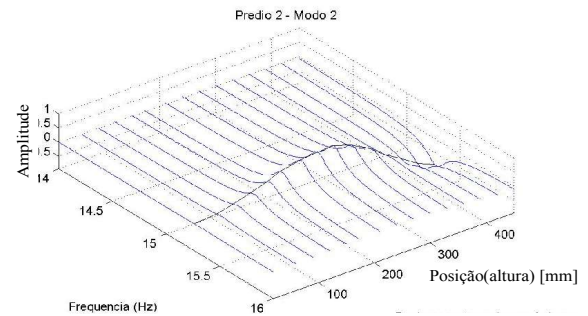
A montagem dos modos de vibração para a estrutura com 2 graus de liberdade é apresentada na figura 10. Pode-se observar as formas modais para os dois primeiros modos de vibração proveniente da união dos picos de ressonância das FRF obtidos das diversas medições ao longo das colunas de sustentação da estrutura. Esta forma de análise mostrou-se

extremamente interessante pois facilitou a visualização do fenômeno da ressonância e das formas modais da estrutura.

MODO 1



MODO 2



(a)
Figura 10. Montagem do modo 1

(b)

2.2 Estrutura de quatro graus de liberdade

Os resultados obtidos para as funções de resposta em frequência da estrutura com quatro graus de liberdade são apresentados na figura 12. Nesta, pode-se observar os efeitos da alteração da massa relativa aos graus de liberdade do sistema, assim como, a presença de amortecimento extra. Pela figura 12 (a), pode-se observar a diminuição da frequência relativa ao primeiro modo de vibração à medida que aumenta-se a massa relativa aos graus de liberdade da estrutura. A figura 12 (b) exemplifica os efeitos da presença de uma caixa de graxa acoplada à estrutura, aumentando seu grau de amortecimento. Por intermédio desta, pode-se exemplificar a queda da amplitude de ressonância, neste caso, em torno de 10%.

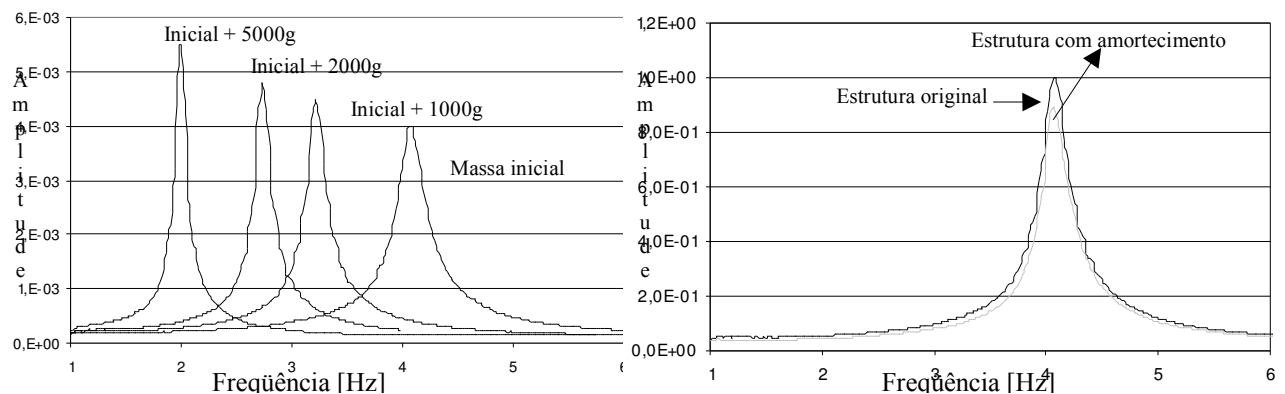


Figura 12. FRF exemplificando: (a) alteração da massa do sistema; (b) amortecimento extra.

3. CONCLUSÕES

Nesse trabalho procurou-se exemplificar um método de observação e análise de fenômenos vibratório envolvendo estruturas. Desta forma, avaliou-se as previsões teórica, numérica e experimental da resposta dinâmica de uma estrutura apresentando 2 graus de liberdade e, de uma maneira mais simplificada, 4 graus de liberdade. Com base nos resultados pôde-se verificar que, sob o ponto de vista médio, as previsões numéricas e experimentais para as frequências dos dois primeiros modos de vibração proporcionaram resultados similares, com desvio máximo da ordem de 5 %, entretanto, o mesmo não se pode dizer em relação aos resultados analíticos que proporcionaram desvios da ordem de 15 %, servindo somente como uma aproximação inicial. A quantificação das incertezas envolvidas na resposta da estrutura pôde ser evidenciada nos resultados analíticos e experimentais. A combinação da incerteza estimada analiticamente, 4,4%, acoplada às medidas para o efeito de

vinculação, da ordem de 3%, permitiu explicar de maneira satisfatória a dispersão global observada para o modo de vibração dominante. Os parâmetros de MAC e MSF demonstraram a consistência dos resultados obtidos. Evidenciaram-se os efeitos, na resposta dinâmicos da estrutura acarretados pelo aumento da massa relativa aos pavimentos a estrutura, assim como, o aumento do fator de amortecimento do sistema. Pôde-se concluir que os resultados experimentais e numéricos são coerentes e representam um método interessante que facilita a visualização e entendimento dos fenômenos vibratórios.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLEMANG, R.J.; BROWN, D.L., Experimental Modal Analysis, Handbook of Shock and Vibrations, McGraw-Hill, 1988.
- AYYUB, B.M.; HALDAR A., Practical Structural Reliability Techniques, Journal of Structural Engineering, ASCE, Japão, v 110, n 8, p.1707 –1725, 1984.
- BATHE, K.J.; WILSON, E., Numerical Methods in Finit Element Analysis, Prentice Hall, EUA, 1976.
- BEARDS, C.F., Structural Vibration - Analysis and Damping, John Wiley & Sons Inc, USA, 1996.
- CHANG, T.P.; Dinamic Finite Element Analysis of a Beam on Random Foundation, Computer & Structures, v. 48, n 4, p 583 –589, 1993.
- ELLIS, B.R.; LITTLER, J.D., Dinamic Response of Nine Similar Tower Blocks, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v 28, 1988.
- EWINS, D.J., Modal Testing: Theory and Practice , Ed. Jonh Wiley & Sons Inc, 2000.
- EWINS, D.; HE, J., Compatibility of Measured and Practiced Vibration Mode in Model Improvement Studies, American Inst. of Aeronautics and Astronautics J., v.29, n 5, p 798-803, 1991.
- MURTEIRA, B.J.F, Probabilidades e Estatística, McGraw-Hill, v 2, 2ª Edition, Portugal, 1990.
- OLIVEIRA, A.B.S., Caracterização por Análise Modal Experimental do Comportamento Dinâmico de Painéis de Satélites, 1997, Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade de Brasília, Unb.
- PAPADIMITRIOU, C.; KATAFYGIOTD, L.S.; BECK, J.L., Approximate Analysis of Response Variability of Uncertain Linear Systems, Probabilistic Engineering Mechanics, v 10, p 251-264, 1995.
- RAO, S.S., Mechanical Vibrations, Ed. Addison-Wesley, 3rd Edition, Nova Iorque, USA, 1995.

EXPLORING VIBRATION USING NUMERICAL AND EXPERIMENTAL TECHNIQUES

Abstract: *Numerical and experimental techniques have been used as teaching methodology in engeneering studies. When applied to vibrations, such techniques help the visualization and understanding of phenomena involved in structural vibrations, as well as, to validate theoretical predictions of the structural dynamic response. In this work, analytical, numerical and experimental methods are used to evaluate the dynamic behavior of a n-degree of freedom Shear-building. In this sense,an experimental benchmark was built in order to study the influence of: (1) boundary conditions effects, (2) mechanical/dimensional properties of the components, (3) mass and damp adition, on the dynamic response and modal parameters of the structure.The experimental methodology was based on the frequency response method and sweep sine techniques.*

A n-degree of freedom lumped system was used in the analytical analysis. Based on the Finite Element Method, modal and harmonic analysis were performed in order to simulate the dynamic behavior of an ideal structure. Modal parameters such as natural frequencies, modal vector and, FRF were obtained and the uncertainties involved in the modelling processes were quantified. The procedures evaluated facilitate the understanding and visualization of vibration phenomena and showed to be interesting practice for teaching and learning.

Key-words: *Vibrations, Modal analysis, Swept sines, Frequency response functions, Finite elements.*