DESENVOLVIMETO DE UM AMBIENTE COMPUTACIONAL ALGÉBRICO VOLTADO PARA O ESTUDO DA CONDUÇÃO DE CALOR EM REGIME TRANSIENTE

Arlindo A. Rocha - arsumalu@vm.uff.br
Pedro H. M. Q. Ribeiro - phenriquex@globo.com
Leonardo S. Portela - leoportela@bol.com.br
André B. Fleck - andreflock@hotmail.com
Universidade Federal Fluminense
Departamento de Engenharia Química - Escola de Engenharia
Rua Passo da Pátria, 156 - São Domingos
24210-240 - Niterói - RJ

Resumo: *O trabalho trata da criação de um ambiente computacional com características didáticas, que possibilita o conhecimento dos passos necessários para o desenvolvimento de modelos algébricos, simbólicos e numéricos no caso da condução de calor em regime transiente em diferentes geometrias, utilizando para isso o software matemático Maple. Partindo das equações gerais de condução de calor em regime transiente em diferentes sistemas de coordenadas, o aluno vai obtendo passo a passo suas soluções analíticas, assim como os resultados numéricos a partir do desenvolvimento das séries de Fourier geradas nas soluções de tais problemas. O pacote desenvolvido contém ainda uma série de problemas resolvidos, que o aluno pode usar para exercitar seus conhecimentos. O uso de sistemas computacionais algébricos para ensino na área de engenharia torna-se importante, pois permite que os alunos melhor compreendam e fortaleçam as inter-relações entre os modelos teóricos e analíticos através de resultados numéricos, uma vez que estes modelos estão aplicados em um ambiente único, interativo e amigável.*

Palavras-chave: *Condução transiente, Maple, Computação algébrica*

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho é parte de um projeto educacional que visa dinamizar o Ensino de Tópicos Matemáticos e Fenômenos de Transporte II no Curso de Engenharia Química da UFF tendo em vista que os educadores em engenharia química estão sempre se defrontando com o questionamento dos alunos sobre o aprendizado e a utilização de *softwares* na engenharia. O ponto chave desta questão está no fato de que com o avanço tecnológico da informática, problemas complexos de engenharia podem ser facilmente resolvidos por meio de *softwares* especializados. Assim, o reconhecimento da informática no mundo da engenharia, corresponde a um ponto fundamental no processo de ensino-aprendizagem. Com base neste objetivo, utilizou-se o tema transferência de calor por condução em regime transiente por sua interdisciplinaridade e relacionamento com o cotidiano. Problemas relativos ao mecanismo de condução transiente geralmente apresentam um grau de dificuldade considerável para os alunos do curso de graduação em engenharia química. Na maioria dos livros encontramos métodos simplificados para a solução de tais problemas. Esses métodos na maioria das vezes somente se aplicam a determinadas situações e dependem, em alguns casos, da utilização de gráficos, os quais implicam em soluções aproximadas e imprecisas para esses problemas. Porém, utilizando como ferramenta um *software* matemático podemos obter rapidamente soluções mais exatas e resultados mais precisos de forma mais rápida e fácil. Diante deste contexto o presente trabalho buscou desenvolver um ambiente computacional com características didáticas que possibilita o conhecimento dos passos necessários para o desenvolvimento de modelos algébricos, simbólicos e numéricos de condução transiente em diferentes geometrias, utilizando o *software* de matemática Maple. Através das equações de condução de calor em regime transiente, o aluno pode verificar passo a passo como é formulado o problema de valor de contorno e inicial, a solução analítica desse problema e finalmente, o aluno também pode dispor de resultados numéricos a partir do desenvolvimento das séries de Fourier geradas na solução de tais problemas. A utilização do *software* possibilita integrar todo o conhecimento necessário para a solução deste problema desde a formulação básica das equações de conservação, obtenção da solução e aplicação final, possibilitando ainda a diminuição do tempo de cálculo e uma maior precisão dos resultados, já que é possível avaliar qualquer número termos na série de Fourier.

Didaticamente, a aplicação do *software* matemático com subrotinas numéricas produzidas pelos próprios alunos ou professores, pode se tornar uma grande fonte de informação no que concerne ao entendimento do conteúdo teórico pelo aluno. Não se trata de problemas de adestramento mecânico, mas sim de situações que levem ao aluno a trabalhar corretamente os conceitos, dando todos os passos indispensáveis e fundamentando todas as operações, de acordo com a teoria que foi exposta. A principal contribuição é a proposta de um conjunto de lições que são tratadas e ministradas, de forma didática e motivadora, visando o aproveitamento das potencialidades do ambiente Maple. Fazendo uma maior quantidade de exercícios e entregando pequenos relatórios sobre suas conclusões, muitas falhas de entendimento da teoria podem ser identificados. Desta forma o uso da informática no ensino de engenharia pode trazer muitos benefícios, fazendo com que o senso crítico seja incentivado e mais conhecimento seja agregado.

2. CONDUÇÃO DE CALOR EM REGIME TRANSIENTE E O MAPLE

Nas suas formas mais gerais, os problemas de condução de calor em regime transiente são descritos pela equação do calor em coordenadas retangulares, cilíndricas ou esféricas. Essas equações são equações de derivadas parciais porque a temperatura é função do tempo, assim como da posição. Obviamente, as soluções dessas equações vão então fornecer a variação da temperatura em função das coordenadas espaciais e do tempo. Todavia, em muitos problemas, apenas uma coordenada espacial é necessária para descrever a distribuição interna de temperaturas, entretanto isso não faz diminuir de maneira considerável o esforço para a obtenção dessas soluções.

Visando minimizar este esforço, soluções analíticas exatas para problemas de condução transiente foram obtidas para muitas geometrias e condições de contorno simples, utilizando o método de separação de variáveis com o auxílio do Maple.

Para estes problemas a solução para a distribuição de temperaturas adimensional se apresenta na forma de séries de Fourier. Com a subrotina desenvolvida é possível então avaliar o problema em termos numéricos, pois esta permite somar os termos da série quantos sejam necessários dependendo só da exatidão que se queira alcançar.

Mais adiante serão apresentadas as soluções analíticas dos problemas de condução transiente para placas, cilindros e esferas imersos em um fluido obtidas pelo Maple. Também serão apresentadas algumas aplicações práticas usando duas subrotinas: uma para analisar o número de Biot, a qual vai verificar se este é muito maior que 1 ou não, e outra desenvolvida para analisar numericamente as séries resultantes das soluções de problemas onde o parâmetro Biot é de ordem 1 ou muito maior, bem como os valores gerados pelo somatório dos termos de tais séries.

Os procedimentos para obtenção das soluções analíticas juntamente com as aplicações, estão concatenados em um ambiente único dividido em módulos, onde o aluno poderá acompanhar passo a passo o raciocínio matemático para resolução de tais problemas.

3. APRESENTAÇÃO DO AMBIENTE CONDUÇÃO DE CALOR TRANSIENTE NO MAPLE

Nesta primeira versão desenvolvida, o ambiente criado é estruturado em módulos onde através de um menu principal o usuário seleciona o módulo desejado e pode acompanhar na sequência todos os passos necessários para a obtenção das soluções dos problemas de transmissão de calor em regime transiente. Tal ambiente pode ser desenvolvido, pois o Maple é um software matemático cuja característica principal é a possibilidade de se trabalhar com a informação algébrica, permitindo resolver problemas levando a soluções analíticas e exatas em diversas áreas da matemática, destacando-se o cálculo diferencial e integral, os sistemas de equações algébricas, as equações diferenciais e os sistemas de equações diferenciais, entre outras. Além disso permite criar documentos de texto, dos mais simples ao mais sofisticados, contendo os cálculos desenvolvidos (e eventualmente gráficos) utilizando para isso diversos recursos de edição de texto.

Os módulos principais são:

- Formulação das equações diferenciais e condições de contorno e inicial para problemas de condução transiente;
- Solução analítica obtida pelo método de separação de variáveis;
- Exemplos práticos de problemas de condução transiente.

A “Figura 1” apresenta a tela do menu principal, onde cada módulo pode ser acessado apertando o botão de “+” a esquerda do modulo desejado.

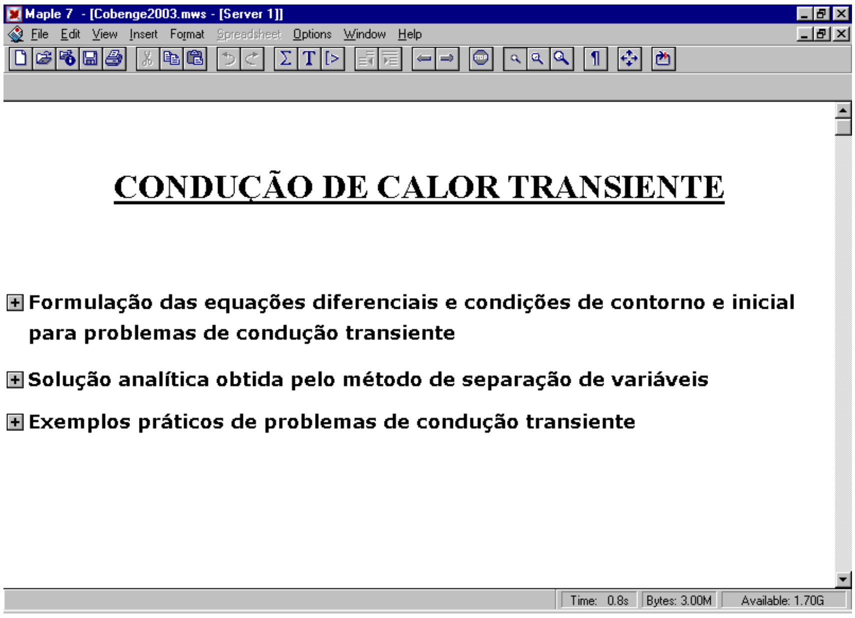

Figura 1. Menu principal

Ao acessar o primeiro módulo correspondente formulação das equações diferenciais e condições de contorno e inicial para problemas de condução transiente o aluno será submetido a uma série de perguntas tais como; tipo de geometria, se existe geração de calor, qual o termo de geração, se o objeto está em movimento, além das condições de contorno e inicial. Ao final destas perguntas o problema encontra-se completamente descrito matematicamente, pois o Maple utiliza-se destas para simplificar as equações gerais até o caso particular desejado. A "Figura 2" mostra esse ambiente interativo.

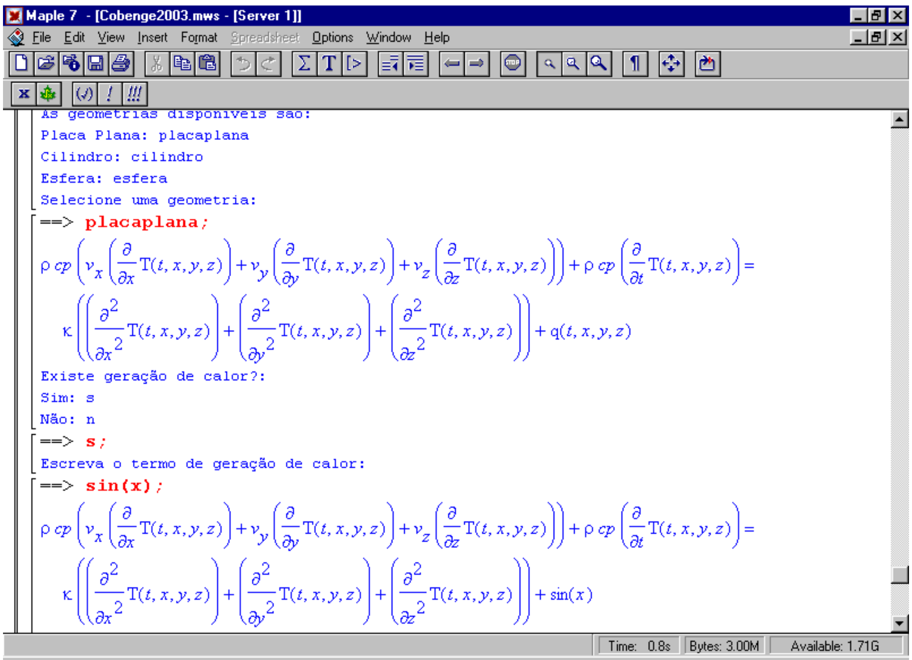

Figura 2. Menu correspondente a formulação do problema

No segundo módulo são apresentadas as soluções analíticas obtidas pelo método de separação de variáveis para os problemas de condução transiente. Se o aluno quiser continuar o raciocínio deverá optar pelo submódulo correspondente a geometria escolhida anteriormente na seção de formulação do problema, sendo esse acessado da mesma forma que o módulo principal. Todavia é importante destacar que a divisão em módulos permite que o aluno tenha liberdade em escolher seu objeto de estudo de acordo com seu interesse.

A proposta dessa seção é composta basicamente de três etapas: particularização da equação representativa da geometria a ser abordada, transcrição para uma forma adimensional do problema para proporcionar uma visão panorâmica dos acontecimentos, e finalmente, a utilização do Maple para a resolução da equação diferencial parcial gerada pelo método da separação de variáveis. Entretanto para melhor compreensão e acompanhamento do raciocínio matemático por parte do usuário, estas etapas estão distribuídas pelos itens ilustrados na "Figura 3" que mostra como seria abordado um problema referente a uma placa plana simétrica.

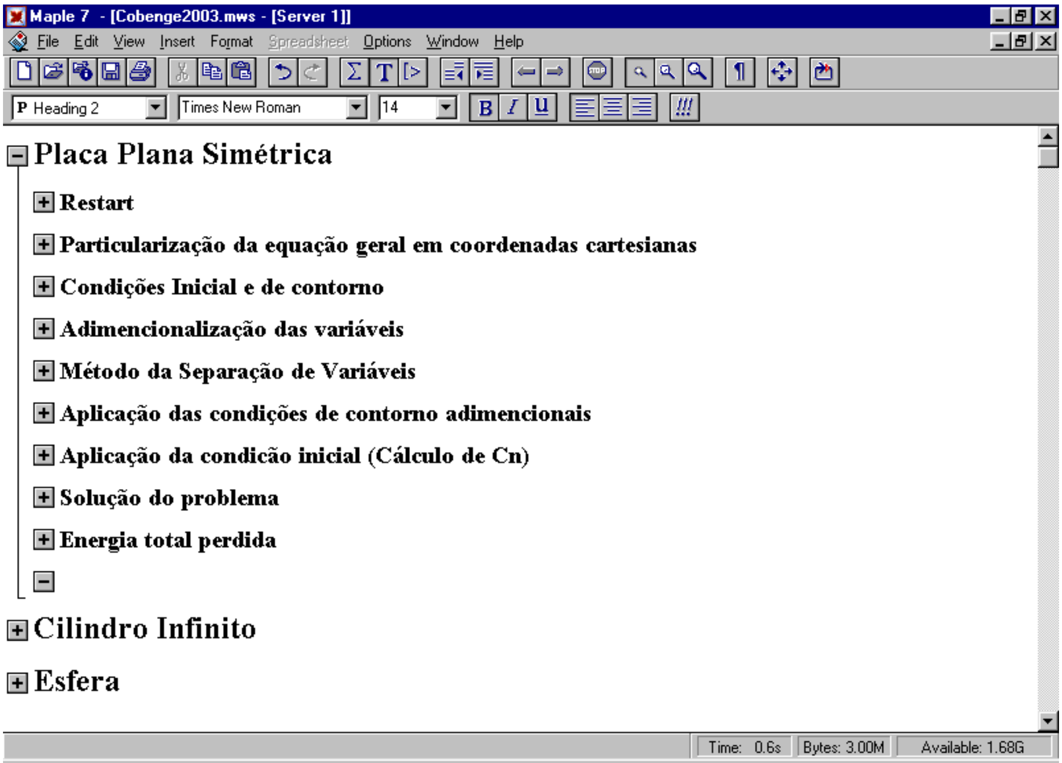

Figura 3. Obtenção da solução analítica para uma placa plana simétrica

No penúltimo item referente a solução do problema é apresentado então a série de Fourier gerada. Da mesma forma, estas soluções em forma de série foram obtidas para o cilindro e a esfera, as quais podem ser acessadas nos submódulos correspondentes. O procedimento a ser tomado deve ser o mesmo, uma vez que o aluno terá que retornar a seção de particularização da equação e ir obtendo passo a passo a solução desejada.

Este submódulo contém ainda um item referente ao cálculo da energia total perdida, o qual permite verificar quanto de energia foi perdida e um instante de tempo "t" qualquer. A "Figura 4" mostra o item referente a solução em forma de série Fourier e o cálculo da energia total perdida.

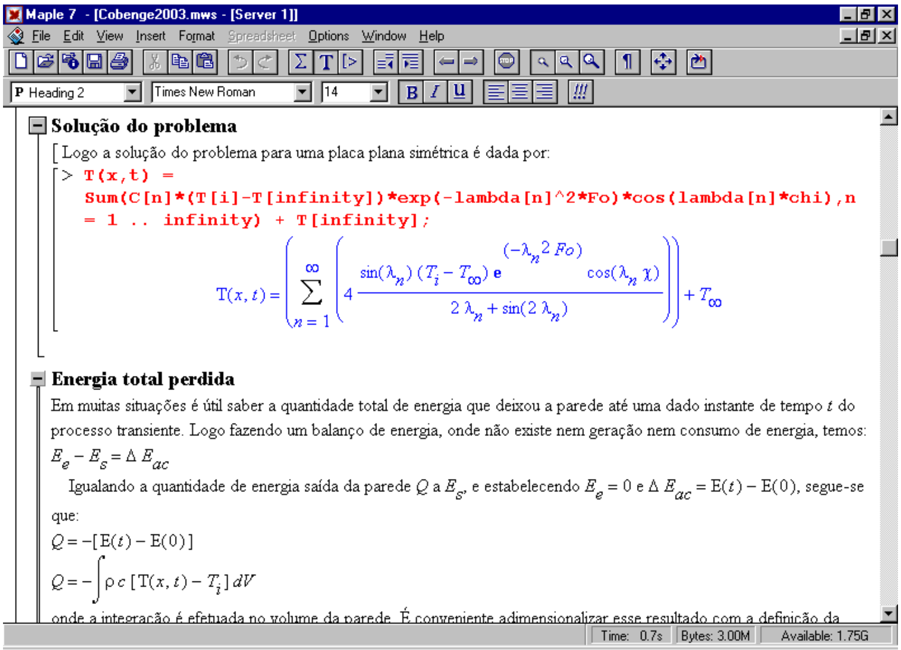

Figura 4. Solução em forma de série de Fourier e cálculo da energia total perdida

O módulo de exemplos práticos de problemas de condução transiente contém uma série de casos reais que podem sem facilmente resolvidos com a utilização da subrotina desenvolvida. Para cada exercício existe um enunciado que traz toda as informações que o aluno irá necessitar para realizá-lo, incluindo as variáveis que deverão ser atribuídas a subrotina, assim como ilustrações que auxiliam na compreensão do problema. Na "Figura 5" pode ser observado a apresentação de um problema.

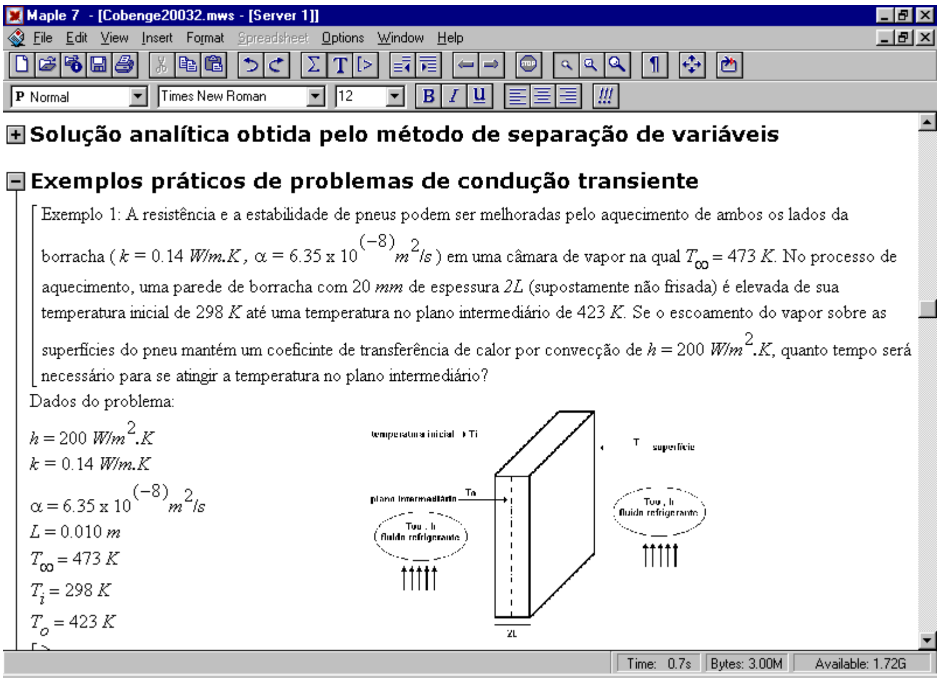

Figura 5. Apresentação do problema

Antes de se iniciar os cálculos é verificado se o problema pode ser resolvido por métodos simplificados como o da capacitância global, o qual desconsidera o gradiente de temperatura no interior do sólido. Para essa verificação existe uma subrotina que faz a análise do número de Biot "Figura 6" utilizando-se das propriedades físicas do material .

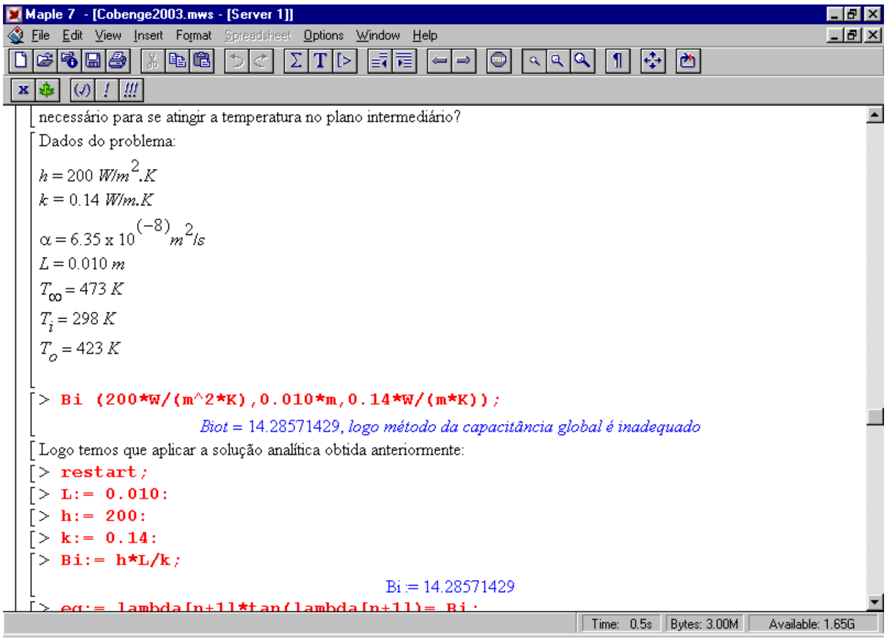

Figura 6. Verificação do número de Biot

Caso o método da capacitância global não possa ser aplicado o problema segue até a geração da solução mais geral sob a forma de uma série de Fourier "Figura 7".

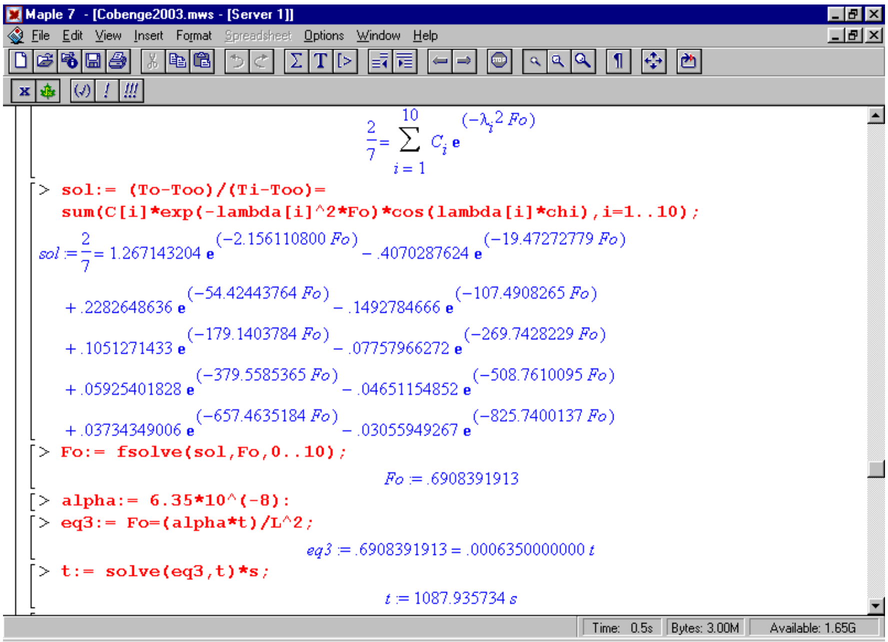

Figura 7. Soluções gerais sob a forma de série de Fourier

Para a obtenção das raízes das equações transcendentais, referentes aos valores característicos, e consequentemente geração dos valores das constantes presentes nas séries de Fourier obtidas, utilizou-se como ferramenta matemática uma subrotina desenvolvida em Maple. De posse de tais resultados a aplicação das séries de Fourier, inicialmente complexas, tornou-se facilmente viável. Isto pode ser visto ainda na “Figura 7” onde o resultado é adquirido somando os termos da série quantos forem necessários, dependendo do nível de precisão desejado . Entretanto se o aluno não for tão exigente a subrotina apresenta um *default* para a soma dos dez primeiros termos. É interessante salientar que o mesmo problema foi resolvido pelo método gráfico usando as cartas de Heisler e este apresentou um resultado bastante discrepante em relação ao obtido, pois além de erros inerentes a leitura este método usa a série truncada no primeiro termo, em que para muitos casos pode causar uma grande diferença.

Além da obtenção do resultado numérico, a variação de temperatura no sólido pode ser acompanhada por meio de gráficos, os quais relacionam tanto a variação da temperatura com o tempo (gráfico bidimensional), quanto a variação da temperatura em relação ao espaço, na sua forma adimensional, e tempo (gráfico tridimensional). A “Figura 8” dá um exemplo deste último.

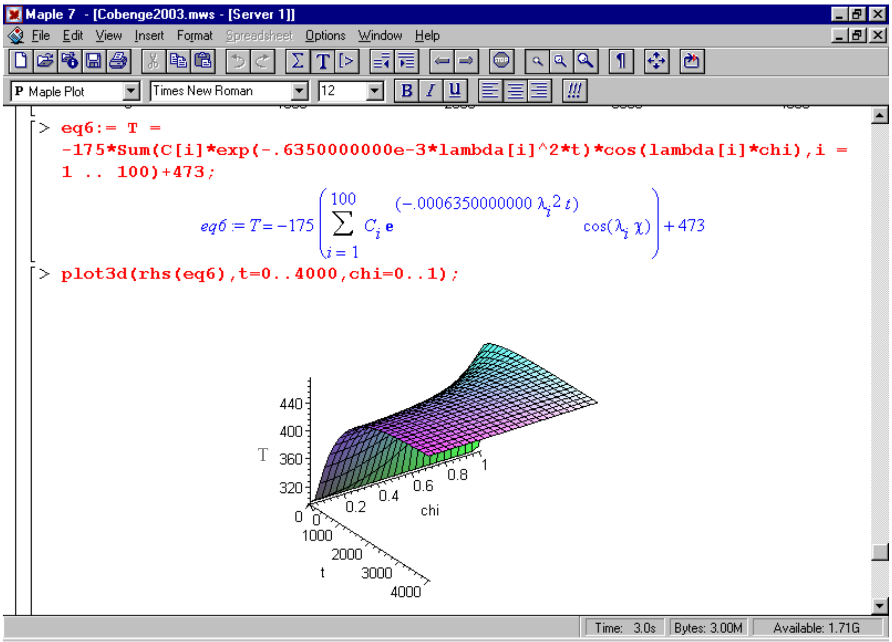

Figura 8. Gráfico tridimensional.

Esses exemplos resolvidos e comentados, tem o objetivo de proporcionar ao estudante uma revisão completa dos conceitos apresentados. Os vários casos selecionados permitem que o aluno modifiquem as condições operacionais, os quais vão gerar novos resultados, estimulando o aluno a exercitar a sua criatividade e avaliar as decisões que devem ser tomadas na análise desses novos resultados.

Quando o aluno adquirir mais conhecimento do *software* Maple, ele poderá fazer suas próprias alterações de formar a tornar este ambiente mais adequado ao se dia-a-dia.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando se planeja a formação de engenheiros capazes de atender às necessidades da sociedade, preparados para solucionar problemas em ambiente de elevada complexidade tecnológica, há que se fazê-lo buscando uma ampla e sólida base nos fundamentos da análise conceitual.

Um aspecto necessário na investigação das situações-problema é o tratamento numérico. Todavia ele não pode ser superenfatizado, transformando-se num fim em si mesmo. Antes da sua aplicação é necessária uma visão geral do fenômeno, e para tanto a representação adimensional é ferramenta das mais relevantes, proporcionando efetivo estímulo à compreensão dos fatos.

A introdução de um *software* de matemática com um pacote didático no curso de engenharia traz consigo uma dinâmica diferenciada onde o aluno tem uma participação mais efetiva e menos passiva, pois terá a oportunidade de colocar o conhecimento adquirido nas aulas teóricas em prática para analisar e resolver um problema proposto, especialmente se o problema proposto for baseado num caso industrial, ou seja num caso real do ponto de vista do corpo discente.

Uma nova versão do ambiente condução transiente está sendo criada com a implementação da obtenção das soluções analíticas pelas transformadas de Laplace, a obtenção das soluções para os sólidos semi-infinitos e sólidos curtos, sendo que para estes últimos suas soluções podem ser obtidas somando duas soluções em forma de série de Fourier já presentes nesta versão.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABEL, M. L.; *et al.* **MAPLE V by Example** New York: Academic Press, 1999

BOAS, L. M. **Mathematical Methods in the Physical Sciences** New York: John Wiley & Sons, 1983

BIRD, R. B.; *et al.* **Transport Phenomena** New York: John Wiley & Sons, 1960

HECK, A. **Introduction to Maple** New York: Springer-Verlag, 1993

INCROPERA, F. P.; *et al*. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**: LTC-Livros técnicos científicos editora, Rio de Janeiro, 1998.

DEVELOPMENT OF AN ALGEBRAIC COMPUTACIONAL AMBIENT FOR THE STUDY OF THE TRANSIENT HEAT CONDUCTION

Abstract: *The work is related to the creation of an algebraical computation ambient to improve the knowledge of the student about the necessary steps for the development of algebraic, symbolic and numeric models in the case of the transient heat conduction in different geometries, using the mathematical software Maple. Starting from the general equations of transient heat conduction in different systems of coordinates, the student interacts with the software and in a step by step approach develops analytic solutions, as well as the numeric results from the development of the Fourier series generated in the solutions of such problems. The software package also contains a set of problems, that the student can use to exercise the knowledge. The use of algebraic systems for teaching in the engineering area becomes important, because it allows that the students better understand and strengthen the relations among the theoretical and analytic models, as well as numeric results. Since the complete knowledge is always used to solve practical applications, the student sees clearly the conections between the fundamental equations and their practical applications*

Word-key: *Transient conduction, Maple, Algebraical computation*