



PROGRAMAÇÃO DE ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

Laurete Z. Sauer – sauers@zaz.com.br

Universidade de Caxias do Sul, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Departamento de Matemática e Estatística.

Campus Universitário – Rua Francisco Getúlio Vargas, 1130
95070-560 – Caxias do Sul – RS

Solange G. Sartor – sgsartor@ucs.tche.br

Universidade de Caxias do Sul, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Departamento de Matemática e Estatística.

Campus Universitário – Rua Francisco Getúlio Vargas, 1130
95070-560 – Caxias do Sul – RS

Resumo. Atualmente deve-se apresentar a habilidade de aprender a aprender, visando constante atualização na área específica do conhecimento. A fim de proporcionar aos alunos que ingressam no curso de Engenharia uma reelaboração de conceitos de matemática fundamental, em nível de segundo grau, e desenvolver a capacidade de auto-aprendizagem, propomos a adoção de novas metodologias que permitam a comunicação entre professor e aluno, reduzindo barreiras de tempo e espaço, num processo de ensino-aprendizagem construtivo, mais flexível, centrado no aluno e que possibilite o desenvolvimento da capacidade de responder às mudanças sociais impostas pelo novo paradigma científico-tecnológico. Através do ensino à distância podemos criar um ambiente virtual de aprendizagem para o desenvolvimento de tais condições. Este ambiente é constituído de uma homepage com hipertextos que retomam conceitos de matemática fundamental, sugerem atividades relacionadas aos mesmos e bibliografia complementar, bem como, propostas de discussão que proporcionam atividades de cooperação/colaboração. Neste primeiro semestre de sua aplicação, será consultado concomitantemente à realização da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I sendo, também, oferecido e altamente recomendado aos alunos ingressantes no curso de Engenharia, como uma atividade pré-Cálculo. Sendo este um ambiente de construção de conhecimento, estará em constante atualização e adaptação às necessidades dos usuários.

Palavras-chave: Ensino à distância, Matemática fundamental, Cálculo diferencial e integral, Construção de conceitos, Aprender a aprender.

1. INTRODUÇÃO

O projeto “Programação de Ensino de Cálculo Diferencial e Integral I” desenvolve-se em continuidade ao projeto “Utilização do Software Scientific Notebook no Ensino do Cálculo Diferencial e Integral”, (Sauer, Corsetti e Sartor, 1999) como parte das atividades realizadas no Programa de Reengenharia do Ensino de Engenharia na Universidade de Caxias do Sul. Este foi desenvolvido durante os períodos letivos de 1998 e 1999, tendo sido divulgado em vários eventos, dentre os quais, o I Simpósio de Educação Superior, promovido pela ULBRA – RS de 21 a 22 de setembro de 1999 e o V Encontro de Ensino de Engenharia, promovido pela UFRJ e UFJF, de 18 a 22 de outubro de 1999. Tornou-se imprescindível, no entanto, a continuidade do processo, razão pela qual, julga-se oportuna uma breve descrição de sua evolução e dos resultados obtidos até o presente momento, que originaram tal proposta de continuidade.

Originalmente teve como objetivos:

- Propor novas metodologias com o fim de superar dificuldades de matemática básica e desenvolver os conceitos matemáticos referentes à própria disciplina.
- Auxiliar no desenvolvimento de aptidões para que o aluno seja capaz de apresentar um comportamento mais criativo e empreendedor.

Para atingir tais objetivos, foram programadas condições de ensino-aprendizagem que permitissem:

- dar mais ênfase ao entendimento de conceitos e regras, relacionando-os com suas aplicações;
- dar mais ênfase à resolução de problemas relacionados a situações do cotidiano;
- incentivar o trabalho em equipe;
- estabelecer relações entre a matemática e outras áreas do conhecimento;
- desenvolver a capacidade de auto-aprendizagem;
- incentivar a participação dos alunos durante as aulas;
- levar em consideração os diferentes níveis de conhecimento exigidos para cada objetivo;
- formas mais sistemáticas de avaliação;
- uma melhor integração com a realidade atual, através do trabalho com um *software* matemático (no caso, Scientific Notebook).

Para tanto, elaboramos um texto a ser utilizado em sala de aula, contendo as principais orientações relativas ao conteúdo específico da disciplina, bem como as relativas à utilização do *software*. Ao produzi-lo, visamos:

- torná-lo acessível ao aluno egresso do segundo-grau;
- exigir maior compreensão e menos manipulações rotineiras;
- abranger o conteúdo com mais profundidade;
- apresentar abordagens gráficas, numéricas e algébricas, sempre que possível;
- desenvolver os conceitos a partir de investigações baseadas em bom senso, em vez de definições abstratas;
- incorporar o uso do computador através do *Scientific Notebook*;
- incluir vasta lista de referências bibliográficas proporcionando a oportunidade de complementação e aprofundamento do assunto, quando de interesse.

O referido texto, que chamamos “polígrafo de notas de aula”, vem sendo revisado, ao longo dos semestres, desde o início do projeto, com o objetivo de sua melhor adequação ao programa da disciplina e às características dos alunos.

Levando em consideração o fato de que o Cálculo Diferencial e Integral I é uma das primeiras disciplinas do curso de Engenharia, temos procurado observar, com a colaboração de colegas responsáveis por disciplinas subseqüentes à mesma, possíveis conseqüências decorrentes da participação nas atividades do projeto. E algumas constatações no que diz respeito à mudança de postura de alunos que participaram de atividades propostas com esta metodologia, têm sido registradas. Salientamos, no entanto, que, segundo parece, até o momento, tais mudanças não se devem exclusivamente ao fato de terem utilizado o computador mas, também, às novas concepções psico-pedagógicas assumidas a partir do início do projeto. Embora não tenhamos realizado uma avaliação quantitativa dos resultados, quanto a índices de aprovação, por acreditarmos, conforme queremos deixar claro, que isto não ocorrerá em um curto espaço de tempo, podemos observar os benefícios decorrentes do trabalho realizado, utilizando-se o computador como recurso na construção dos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral.

A consulta a vários autores, orientada através do polígrafo de notas de aula, é fator imprescindível para o desenvolvimento da habilidade de aprender a aprender, tão apregoada em nossos dias. O fato é que, a não adoção de um livro texto específico para a disciplina, suprida pelo suporte teórico de tal material, possibilita a inclusão e exigência de consultas bibliográficas freqüentes, postura abandonada pelos alunos e por alguns professores nos últimos tempos. Neste sentido, já podemos observar uma conduta diferenciada por parte dos alunos envolvidos no projeto, quanto às habilidades de justificar, argumentar e expressar-se com clareza, demonstrar idéias e buscar novas soluções.

Apresentamos, nas tabelas a seguir, os resultados dos levantamentos que vêm sendo feitos, com o objetivo de avaliar possíveis conseqüências do trabalho realizado durante o desenvolvimento da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, em disciplinas subseqüentes. Foram observadas turmas de Cálculo Diferencial e Integral II, Cálculo Diferencial e Integral III, Cálculo Diferencial e Integral IV e Equações Diferenciais, cujos desempenhos são apresentados nas Tabelas 1 a 7. Para cada grupo observado, apresentamos o total de alunos envolvidos na pesquisa e destes, a porcentagem dos alunos aprovados (A), reprovados (R) ou desistentes (D), dentre aqueles que participaram (Sim), ou não participaram (Não) das atividades envolvendo a nova metodologia adotada, utilizando o *software* Scientific Notebook como recurso na construção dos conceitos, em semestres anteriores.

Tabela 1. Desempenho de alunos de Cálculo Diferencial II no período 1999-4

Total: 165 alunos					
Sim			Não		
A	R	D	A	R	D
47%	49%	4%	43,8%	35,1%	21,1%

Tabela 2. Desempenho de alunos de Cálculo Diferencial III no período 1999-4

Total: 67 alunos					
Sim			Não		
A	R	D	A	R	D
77,5%	17,5%	5%	37,1%	62,9%	---

Tabela 3. Desempenho de alunos de Cálculo Diferencial IV no período 1999-4

Total: 38 alunos					
Sim			Não		
A	R	D	A	R	D
100%	---	---	80%	---	20%

Tabela 4. Desempenho de alunos de Equações Diferenciais no período 1999-4

Total: 19 alunos					
Sim			Não		
A	R	D	A	R	D
100%	---	---	85,7%	---	14,3%

Tabela 5. Desempenho de alunos de Cálculo Diferencial e Integral II no período 2000-2

Total: 39 alunos					
Sim			Não		
A	R	D	A	R	D
77,8%	22,2%	---	60%	33,3%	6,7%

Tabela 6. Desempenho de alunos de Cálculo Diferencial e Integral III no período 2000-2

Total: 45 alunos					
Sim			Não		
A	R	D	A	R	D
80,8%	19,2%	---	68,4%	31,6%	---

Tabela 7. Desempenho de alunos de Cálculo Diferencial e Integral IV no período 2000-2

Total: 19 alunos					
Sim			Não		
A	R	D	A	R	D
50%	50%	---	66,7%	33,3%	---

Ressaltamos também que as atividades realizadas com a finalidade de obter tais levantamentos têm possibilitado um contato permanente entre os professores envolvidos, gerando discussões produtivas e conseqüente troca de experiências, quanto ao desenvolvimento das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral para a Engenharia.

Quanto aos resultados, ficou evidente, de forma geral, a significativa melhora nos níveis de aprovação dos alunos que, anteriormente, haviam trabalhado de acordo com a metodologia em questão.

A utilização de recursos computacionais, inicialmente através do *software* Scientific Notebook e, logo a seguir, disponibilizando recursos da Internet, através de listas de discussão e troca de e-mails, colocou-nos diante de dificuldades dos estudantes, que puderam ser melhor observadas. Por um lado, a constatação, por eles próprios apresentada, de dificuldades de compreensão dos conceitos matemáticos fundamentais; por outro lado, a falta de habilidade de expressar-se adequadamente e, freqüentemente, incapazes de traduzir e(ou) de formular, adequadamente, suas questões.

Ora, o conhecimento matemático é, por natureza, encadeado e cumulativo. Por exemplo, um aluno não terá condições de operar com os conceitos do Cálculo Diferencial se não estiver familiarizado com as funções. As coisas devem vir a seu tempo. Do mesmo modo que na evolução das idéias, também no ensino, conceitos só devem ser introduzidos à medida que vão sendo solicitados, à medida que o aluno esteja em condições de apreciar criticamente a importância do que está aprendendo (Ávila, 1993). Diferente disso, tentar convencer o aluno de que os conceitos serão importantes futuramente, só trará resultados negativos, que colaboram para o seu desinteresse pela matemática. Por outro lado, diante das tendências atuais de utilização de tecnologia digital, muitas são as situações que requerem do sujeito a capacidade de se comunicar com clareza e compreensão. Além disto: o avanço progressivo da utilização de computadores no ensino da matemática, tem ampliado significativamente a gama de oportunidades para o engajamento com o conteúdo científico e matemático (Papert, 1994); a Internet tem-se firmado, a cada dia, como o meio mais rápido de acesso e troca de informações, além de possibilitar a implementação de novas formas de ensino e a promoção da socialização de conhecimentos, através de grupos presenciais ou à distância.

Tal evolução justificou a proposta de continuidade da utilização desta metodologia, agora visando a construção de conceitos de matemática fundamental, ao nível de segundo grau, que está sendo previsto através do ensino à distância.

Esta atividade vem sendo programada com base no perfil dos alunos que cursam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I e será disponibilizada numa homepage, que deverá estar em constante adaptação às características de um tal instrumento, visando atender os objetivos da proposta. Inicialmente, será disponibilizada aos alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, para os quais, as atividades propostas serão obrigatórias, isto é, farão parte da avaliação de seu desempenho na disciplina, e aos ingressantes no curso de Engenharia, que serão convidados a participar e cujo resultado da participação será objeto de avaliação quando da realização da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Posteriormente, pretendemos disponibilizá-la para consulta em qualquer momento do curso.

2. METODOLOGIA

Na tentativa de criar situações que promovam a construção dos conceitos fundamentais do Cálculo, temos procurado incentivar diferentes maneiras de pensar sobre um mesmo assunto, criando situações de discussão, perguntando “clanicamente”, tratando erros como momentos de desenvolvimento, enfim, procurando aproveitar todas as oportunidades para aprofundar os conhecimentos que nossos alunos demonstram, valendo-nos das experiências

que eles já possuem. Nosso objetivo é tornar o aluno o sujeito do processo, ao invés de o objeto. Também, não se trata apenas de levá-los a “descobrir por si mesmos” alguma fórmula matemática, mas de tentar acompanhá-los no caminho que escolherem para investigar, diante do problema apresentado. Afinal, não temos todo o conhecimento de que nossos alunos irão precisar. Eles terão que aprender em atividade. Isto é, aprender “fazendo”, mas mais do que isso, aprender “pensando”, o que, acreditamos, lhes permitirá a conquista das habilidades de aprender, de assimilar novos conceitos, de avaliar novas situações, de lidar com o inesperado, habilidades estas que determinarão o padrão de vida de uma pessoa, num futuro próximo. (Papert, 1994)

Assim, por exemplo, o conceito de “derivada”, um dos conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial, somente tem sido apresentado depois que os alunos estão familiarizados com os significados de “velocidade média” e “velocidade instantânea” e estes, devidamente relacionados, respectivamente, aos conceitos de “taxa de variação média” e “taxa de variação instantânea”. A utilização do *software* Scientific Notebook permite que a construção destes conceitos seja realizada a partir da análise e comparação de gráficos de funções, cujas propriedades são descritas à medida que vão sendo identificadas. Através da resolução de problemas cujo objetivo seja o de calcular uma taxa de variação média num determinado intervalo, que pode ser tão pequeno quanto se queira, podemos, através de soluções aproximadas, tão aproximadas quanto se queira, realizar a passagem fundamental ao processo de limite ou convergência. O conceito de limite de uma função, fundamental na construção do conceito de derivada, da forma como temos proposto, tem recebido abordagens algébricas, numéricas, gráficas e verbais, sempre que possível, o que proporciona sensível melhora na compreensão das idéias envolvidas. Isto, naturalmente, requer muito trabalho e é fundamental conhecer bem o que se considera importante que o estudante construa, considerando sempre os conhecimentos que já possui.

Numa das atividades realizadas por uma turma de 30 alunos, foi proposto um problema para cada um e determinado que fosse respondido através de uma lista de discussão, da qual todos participaram, no mínimo, uma vez. Todos os problemas propostos envolviam aplicações com o objetivo de relacionar-se a taxa de variação média num determinado intervalo e a taxa de variação instantânea num determinado ponto do mesmo, às correspondentes inclinações dos respectivos gráficos nos intervalos considerados. Foram apresentadas funções cujos gráficos eram obtidos e a análise de interesse era feita num determinado intervalo de seu domínio. As perguntas eram do tipo: Em que intervalo a taxa de variação média é maior? Existe um ponto em que a taxa de variação instantânea é a maior ou a menor? As respostas, devidamente justificadas e argumentadas, eram enviadas pelos alunos, através da lista e devolvidas, sempre com questionamentos e sugestões de aperfeiçoamento, quando era permitido e incentivado que todos participassem, até chegar-se a uma conclusão a respeito dos questionamentos sugeridos. Registramos, a seguir, algumas das respostas obtidas:

(AND) Professora foi determinado que comparando $(-1,0)$ e $(1,2)$ a taxa de variação média é maior em $(-1,0)$ porque a curva desse intervalo cresce enquanto que nos pontos $(1,2)$ decresce, mas se fomos comparar os pontos $(-1,0)$ e $(0,1)$ em qual intervalo a taxa de variação média é maior?

(DAN) Houve 2 intervalos em que a taxa média de variação foi negativa: o primeiro ocorreu de 89 a 90, conforme mostra o gráfico, ocorreu um leve declínio nesta época. O

segundo foi de 95 a 96, conforme o gráfico, ocorreu um declínio um pouco mais acentuado que o anterior.

(RON) A taxa de variação média é maior no intervalo $(-1,0)$, pois nesse intervalo a linha do gráfico é mais extensa e a taxa é positiva, enquanto que no intervalo $(1,2)$ a taxa é negativa. Quando o segundo valor for menor do primeiro valor saberemos que a taxa é negativa e a linha do gráfico decairá.

(SAM) Quando o ano vai de 1989 até 1990, a taxa é negativa, pois a linha decai.

(EST) Podemos identifica-lo por causa da declinação no gráfico (o gráfico esta descendo), isto ocorre de 1995 ate 1996. Foi o intervalo de 1 ano. Percebemos isso analisando o gráfico. A mesma coisa ocorre para o intervalo de 1989 até 1990.

(REN) Conforme, os cálculos acima e análise do gráfico é possível constatar que no intervalo $[-1,0]$ a taxa de variação é maior.

Um dos questionamentos propostos foi no sentido de justificarem o crescimento ou decréscimo de uma função, já que era um dos argumentos que estava sendo utilizado. Algumas respostas foram:

(TAD) Pode parecer ridículo, mas existe alguma diferença entre uma função ser crescente ou decrescente e ela ser positiva ou negativa? Sinceramente, eu andei procurando respostas, mas não achei. Gostaria que você tirasse essa minha dúvida.

(JUL) Gostaria de acrescentar aqui um comentário, que talvez possa esclarecer essa dúvida, a qual eu tb não tinha raciocinado: poderíamos dizer que uma função crescente (ou parte) pode ser negativa, se verificarmos que $f(x)$ tem valor negativo (isso não impede que a função cresça) e vice-versa.

Espero ter colaborado.

(GIL) Oi profe. Bem, vou tentar argumentar da melhor forma possível, ok? A função é crescente no intervalo porque ela não tem um ponto definido quando o número é menor que zero. O gráfico vem de um ponto negativo até atingir a altura de 4 no eixo y, cujo valor correspondente aquele ponto no x é 0,6. E a função também é crescente no intervalo $[2,3]$ porque após vir do ponto negativo e atingir sua altura determinada no gráfico, ela decresce, e volta a crescer quando x vale 2 e y vale 0, até um ponto em que y vale novamente 4 e x vale 3, ou um pouco mais que 3, e volta a decrescer novamente.

Chamamos a atenção, neste tipo de experiência, para as possibilidades de intervenção que o professor, no papel de mediador, tem ao seu dispor: a partir das respostas apresentadas, converter dúvidas ou conhecimentos demonstrados, em algo que faça sentido para o aluno e, conseqüentemente, transformar em conteúdo, o saber do aluno. Além disto, cientes de que o fenômeno da interatividade possa ocorrer independentemente da presença do computador e de suas interfaces (Primo e Cassol, 1999), não podemos ignorar a diversidade de interação hoje permitida pela utilização de recursos da tecnologia disponível. É preciso reconhecer que estamos diante de uma boa oportunidade de aproveitar os recursos da informática para melhorar nosso desempenho e promover melhores condições de aprendizagem da matemática. As trocas de mensagens nestas listas de discussão, aliadas à possibilidade de anexar arquivos, permitem um aprofundamento das discussões realizadas em sala de aula, contando com a participação de um maior número de interessados, indiscutivelmente. Temos observado que estudantes que dificilmente questionam ou participam de discussões em sala de aula, não raro enviam suas contribuições à discussão via lista. Nos poucos casos de não familiaridade com os recursos da internet, é rápida a aquisição dos conhecimentos necessários. As facilidades apresentadas pelo *software* Scientific Notebook, pela sua qualidade de editor de textos,

aliada à sua interface com o Maple permitem que, desde o início, possam ser utilizadas abordagens numéricas, algébricas, gráficas e verbais.

Sem dúvida, ainda que não sejam todos atingidos pelo estímulo que promove o desejo de participar, de tentar explicar como chegaram a suas conclusões ou verbalizar como estão pensando sobre um determinado problema enquanto raciocinam, gostaríamos de continuar neste caminho da reflexão sobre os benefícios decorrentes de atividades de interação permitidas pela utilização de recursos computacionais.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento deste projeto, algumas constatações já tem sido evidenciadas: o desenvolvimento da habilidade de escrever sobre as idéias matemáticas envolvidas num problema a ser resolvido, aliado ao conseqüente desenvolvimento da habilidade de comunicação, melhora a compreensão dos conceitos envolvidos sem, contudo, prejudicar o desenvolvimento de habilidades manipulativas. O trabalho com o computador não os libera totalmente de realizar cálculos “à mão”. Pode-se observar, também, que os estudantes com melhor desempenho em ambientes de absorção passiva são os que mais relutam em tentar novas abordagens, enquanto que estudantes com maiores dificuldades de compreensão, geralmente estão mais dispostos a aceitar novas propostas. Nossa expectativa é a de que o suporte fornecido pelo ensino à distância programado para acompanhar os estudantes em relação às suas dificuldades de matemática fundamental possa, além de melhorar o seu desempenho nas disciplinas relacionadas, promover o início de um trabalho mais interativo, com o aluno ocupando o centro deste processo e onde o professor possa realmente buscar desequilibrar para que o aluno reflita sobre sua ação e, então, a partir desta reflexão, possa, de fato, construir seu conhecimento.

Todo este otimismo, entretanto, não nos exime, muito pelo contrário, de continuar atentos aos reais objetivos de nossa missão. Somente através das análises das experiências realizadas é que se torna claro que a promoção de mudanças pedagógicas não depende simplesmente da utilização de computadores. (Valente, 1900) Há que se promover a utilização de tais recursos de forma a beneficiar-se de seu indiscutível potencial em projetos educativos dentro de uma perspectiva em que a ênfase seja a construção do conhecimento, realizada pelo aluno.

Finalmente, ainda que novas abordagens, novos currículos, novas necessidades, sejam iminentes e cientes de que muitos de nossos alunos não utilizarão em suas atividades os teoremas ou regras do Cálculo Integral e Diferencial, temos certeza de que dificilmente haverá um só que não precisará raciocinar, analisar, argumentar com clareza, defendendo seus pontos de vista, demonstrar idéias, lidar com informações e com tecnologia. Enfim, estas são as habilidades exigidas pelo mercado de trabalho, para o qual precisamos ajudá-los a preparar-se.

REFERÊNCIAS

1. ÁVILA, G., **O Ensino da Matemática**, RPM – Revista do Professor de Matemática da Sociedade Brasileira de Matemática, n.23, p.1-7, 1993.
2. PAPERT, S., **A Máquina das Crianças – Repensando a Escola na Era da Informática**. Tradução: Costa, S., ArtMed, Porto Alegre, 1998.
3. PRIMO, A.F.T., CASSOL, M.B.F, **Explorando o conceito de interatividade: defini-**

ções e taxonomias. Em: Informática na Educação: Teoria e Prática, Revista do PGIE – UFRGS, v.2, n.2, p.65-80, 1999.

4. SAUER, L.Z., CORSETTI, M.A., SARTOR, S.G., **Utilização do Software Scientific Notebook no Ensino do Cálculo Diferencial e Integral.** Anais do V Encontro de Ensino de Engenharia, Itaipava, RJ, 1999.
5. VALENTE, J.A., ALMEIDA, F.J., **Visão Analítica da Informática na Educação no Brasil: a questão da formação do professor.** Disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/sbc-ie/revista/nr1/valente.htm> (abril, 2000).