

SIMULAÇÃO E ANIMAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM AMBIENTE DE PROGRAMAÇÃO DELPHI

João Carlos Pinheiro Beck¹, Renato Molina da Silva², Leonardo Witt Rodrigues³

RESUMO

O estudo de Vibrações Mecânicas é um desafio para o estudante de engenharia. Devido à necessidade de ferramentas analíticas, numéricas e experimentais, o aluno deve ter uma forte formação em várias áreas básicas, principalmente em Matemática e Mecânica, assim como uma boa experiência em linguagens de programação e técnicas experimentais. Modernamente, existem ambientes de programação poderosos que são adequados para a simulação e animação de sistemas mecânicos. Um software amigável, com essas características, permite um contato menos árido e mais interessante com o assunto, dando ao estudante uma melhor compreensão do fenômeno vibratório. Este trabalho apresenta um programa desenvolvido em linguagem Delphi que simula e anima alguns sistemas vibratórios clássicos. Espera-se que o programa auxilie o estudante de engenharia, principalmente quando ele enfrentar pela primeira vez esse assunto de relativa complexidade. O presente trabalho trata inicialmente das situações mais simples, a resposta de sistemas com um grau de liberdade sujeito a condições iniciais. Futuramente, a simulação e a animação serão extendidas a sistemas mais complexos.

Palavras-Chave: ensino, simulação, animação de vibrações

ABSTRACT

The study of Mechanical Vibrations is a challenge for the engineering student. Due to the need of analytical, numerical and experimental tools, the student must have a strong background in several basic areas, mainly in Mathematics and Mechanics, as well as a good experience in programming languages and experimental techniques. Nowadays, there are powerful programming environments that are adequate for the simulation and animation of mechanical systems. A friendly software with these features will allow a less hard and a more interesting contact with this subject, giving to the student a better understanding of the physical phenomenon. This paper presents a program developed in Delphi that simulate and animate some classical vibrational systems. We expect the program will aid the engineering student, mainly when he faces this complex subject for the first time. This paper deals initially with the more simple situations, the response of systems with one degree of freedom, subjected to initial conditions. In the future, we expect to expand the simulation and animation to more complex systems.

Keywords: teaching, simulation, animation of vibrational systems

¹ Professor, Doutor, Departamento de Engenharia Mecânica, PUCRS, Porto Alegre, RS, Fone (0XX51) 3203584, beck@em.pucrs.br

² Professor, Mestre, Departamento de Engenharia Mecânica, PUCRS, Porto Alegre, RS, Fone (0XX51) 3203584, molina@em.pucrs.br

³ Acadêmico de Engenharia de Controle e Automação, PUCRS, Porto Alegre, RS, Fone (0XX51) 3203584, leonardowitt@bol.com.br

INTRODUÇÃO

O estudo de Vibrações Mecânicas sempre se constituiu em um desafio para o estudante de engenharia, pelo fato de requerer o conhecimento de ferramentas analíticas, numéricas e experimentais, o que exige do aluno uma forte formação em várias áreas básicas, tais como Matemática e Mecânica, assim como uma boa experiência em linguagens de programação e técnicas experimentais. Modernamente, alguns ambientes de programação apresentam recursos poderosos que possibilitam a implementação da simulação e da animação de modelos matemáticos de sistemas mecânicos. Um software amigável, desenvolvido em uma linguagem com tais características, permitiria ao estudante ter um contato menos árido e mais interessante com o assunto, facilitando a aprendizagem e lhe proporcionando uma melhor compreensão do fenômeno vibratório.

O presente trabalho tem por objetivo a implementação, em linguagem Delphi, de um programa que servirá de auxílio ao estudante de engenharia, principalmente quando ele se depara pela primeira vez com esse assunto de relativa complexidade. Usando esse programa, os autores esperam que o aluno possa analisar e, principalmente, visualizar a resposta de sistemas mecânicos vibratórios, o que certamente lhe facilitará a compreensão do assunto. Por se tratar de matéria muito extensa, o trabalho será dividido em módulos, cujo conjunto almeja abarcar uma amplitude maior do estudo de Vibrações. Inicialmente, pois, serão abordadas as situações mais simples, ou seja, as respostas a condições iniciais de sistemas lineares a parâmetros concentrados, com um grau de liberdade, com e sem amortecimento. No futuro, os autores pretendem expandir o software, desenvolvendo os módulos para os casos de vibrações de sistemas mecânicos forçados, com vários graus de liberdade.

Deseja-se desenvolver um software interativo amigável, capaz de resolver

problemas de vibrações encontrados no mundo real, bem como simular e animar sistemas mecânicos lineares. Com isso, o estudante disporá de uma ferramenta que lhe dará um forte sentimento intuitivo, o qual será bastante útil na análise e no projeto de sistemas mecânicos.

SOFTWARES DISPONÍVEIS

Em geral, o estudo de vibrações constitui um objeto de certa dificuldade para o estudante que com ele se depara pela primeira vez. Como toda ciência física, a sua abordagem pode ser feita analítica e/ou numérica e/ou experimentalmente. Em cursos de graduação, o enfoque analítico é o mais utilizado. Entretanto, mostra a experiência de sala de aula que o principal obstáculo que o aluno enfrenta não reside na teoria física da vibração, mas sim na dificuldade em dominar as ferramentas matemáticas necessárias, o que pode tornar o estudo desestimulante para o iniciante, ao sofrer os primeiros percalços.

Modernamente, existem alguns softwares comerciais que permitem a solução numérica do modelo matemático e a visualização gráfica da resposta do sistema, o que vem amenizar bastante a aridez do assunto, tornando-o mais interessante. MathCad, Mathematica, MatLab, Simulink e VisSim são alguns dos mais conhecidos. Alguns permitem, também, a animação do sistema em estudo, porém as ferramentas disponíveis para esse fim são bastante limitadas em comparação com outros softwares mais voltados para a animação. Já o Delphi constitui um ambiente de programação que pode produzir animações mais atraentes.

REVISÃO DE VIBRAÇÃO LIVRE

Tradicionalmente, os livros de Vibrações iniciam o estudo pelas situações mais simples, começando com sistemas lineares a parâmetros concentrados com um grau de liberdade. São abordadas, então, as respostas de tais sistemas a excitações dadas por

condições iniciais (deslocamento inicial e/ou velocidade inicial), o que leva à chamada resposta livre ou natural. Em seguida, são estudadas em sequência as respostas às excitações harmônicas, periódicas não harmônicas e arbitrárias, o que conduz à denominada resposta forçada do sistema. No caso das excitações harmônicas e periódicas, o estudo da resposta em frequência fornece informações mais interessantes, enquanto que, no caso das excitações arbitrárias, dá-se preferência à resposta no tempo. Após, as obras costumam estender a teoria para situações mais complexas, quando aumentam a quantidade de graus de liberdade e é introduzida a não linearidade. Finalmente, são abordados os sistemas contínuos e as vibrações aleatórias. É a sequência que se pretende adotar no presente trabalho.

O modelo matemático de um sistema mecânico vibratório linear com um grau de liberdade a parâmetros concentrados é dado pela equação diferencial ordinária linear de segunda ordem com coeficientes constantes

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1)$$

onde m é a massa [kg], c é o coeficiente de amortecimento viscoso [N.s/m], e k é a rigidez [N/m] do sistema. A excitação é a força $f(t)$ [N] e a resposta é o deslocamento $x(t)$ [m].

No caso de vibração livre com amortecimento viscoso, $f(t) = 0$ e a eq. (1) se transforma na equação diferencial linear homogênea

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2)$$

cuja resposta livre depende do fator de amortecimento (adimensional) do sistema, dado por

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (3)$$

onde ω_n é a frequência angular do sistema em rad/s, dada por

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4)$$

Assim, pode-se ter quatro situações para a resposta livre:

(1) vibração sem amortecimento ($\zeta = 0$)

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (5)$$

onde x_0 é o deslocamento inicial [m] e $\dot{x}_0$ é a velocidade inicial [m/s].

(2) vibração com amortecimento ($0 < \zeta < 1$)

$$x(t) = e^{-\zeta \omega_n t} \left[x_0 \cos \omega_d t + \frac{\zeta \omega_n x_0 + \dot{x}_0}{\omega_d} \sin \omega_d t \right] \quad (6)$$

onde ω_d é a frequência angular amortecida em rad/s, dada por

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (7)$$

(3) movimento amortecido crítico ($\zeta = 1$)

$$x(t) = e^{-\omega_n t} \left[x_0 + (\omega_n x_0 + \dot{x}_0) t \right] \quad (8)$$

(4) movimento superamortecido ($\zeta > 1$)

$$x(t) = \frac{1}{2\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}} \{ [\dot{x}_0 + (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n x_0] e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + [-\dot{x}_0 - (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n x_0] e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \} \quad (9)$$

Com os conhecimentos teóricos resumidos até aqui, pretende-se construir o primeiro módulo do sistema de animação. Posteriormente, serão desenvolvidos os demais módulos, até completar um sistema que abarque a maior parte das vibrações mecânicas.

DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

Para o desenvolvimento do programa foi escolhida a linguagem Delphi, a qual apresenta facilidades de programação muito importantes. Trata-se de um ambiente de programação muito poderoso, orientado a objetos, perfeitamente adequado ao desenvolvimento de programas nos quais deseja-se implementar simulações e animações.

O primeiro módulo do programa trata de um sistema massa-mola-amortecedor submetido a condições iniciais, ou seja, a um deslocamento inicial e/ou uma velocidade inicial. Procurou-se desenvolver um programa interativo, no qual o usuário entra com os valores (no SI) da massa, da mola e do amortecedor, além do deslocamento e da velocidade iniciais. Ao clicar sobre o botão "Play", o programa realiza os cálculos pertinentes, classifica o movimento em um dos quatro casos citados anteriormente e plota em um gráfico a resposta do sistema no tempo. Simultaneamente, no canto esquerdo da tela, a massa executa sincronizadamente o movimento correspondente indicando, a cada instante, o valor do deslocamento em metros. O usuário pode interromper o movimento em qualquer instante, podendo ler a posição da massa correspondente àquele instante. Também pode o usuário mudar os valores dos parâmetros e das condições iniciais do sistema, o que lhe permite avaliar o efeito da mudança desses dados sobre o comportamento do sistema. Além disso, é possível salvar e imprimir o gráfico da simulação e animação a partir da tela correspondente, clicando sobre os botões existentes no canto superior esquerdo da mesma. A seguir, serão apresentadas as principais telas do programa, juntamente com exemplos numéricos que exploram a ocorrência de cada um dos quatro casos.

Exemplo 1 - Vibração Linear Livre Sem Amortecimento

Nesse caso, o coeficiente de amortecimento c deve ser nulo. A fig. 1 apresenta a tela com

os dados de entrada $m = 100$ kg, $k = 10$ N/m, $c = 0$, $\dot{x}_0 = -10$ m/s e $x_0 = 20$ m. Além disso, o usuário selecionou o modo automático para os dois eixos coordenados.



Fig. 1

Ao clicar sobre o botão "Play", o programa calcula o valor do fator de amortecimento como sendo $\zeta = 0$ e plota o gráfico do deslocamento da massa em função do tempo, ao mesmo tempo que faz a animação do movimento da massa, conforme ilustra a fig. 2:

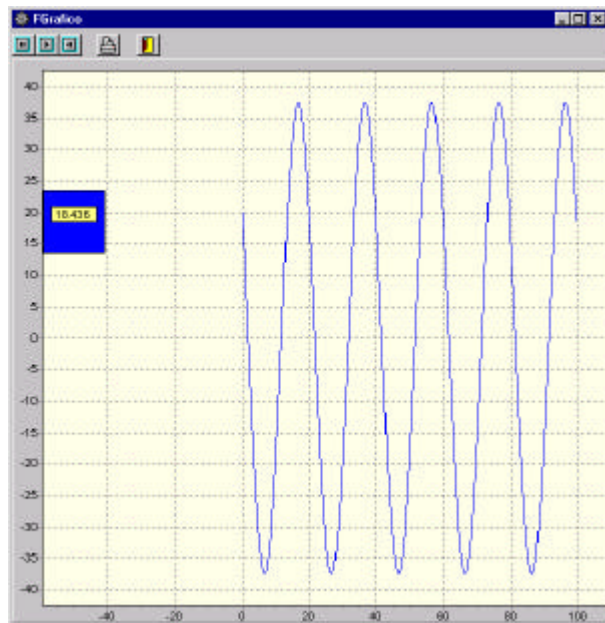


Fig. 2

Exemplo 2 - Vibração Linear Livre Com Amortecimento

Nesse caso, o coeficiente de amortecimento c deve ser menor do que o coeficiente de amortecimento crítico do sistema, de modo a que o fator de amortecimento seja $\zeta < 1$. A fig. 3 apresenta a tela com os dados de entrada $m = 300$ kg, $k = 200$ N/m, $c = 20$ Nm/s, $\dot{x}_0 = 10$ m/s e $x_0 = 0$ m. Além disso, o usuário configurou o eixo coordenado vertical, atribuindo valores máximo e mínimo para o mesmo.

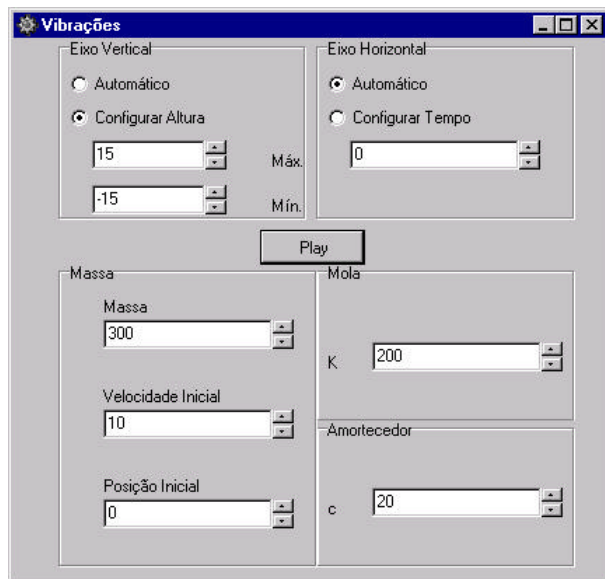


Fig. 3

A fig. 4 mostra a resposta no tempo correspondente:

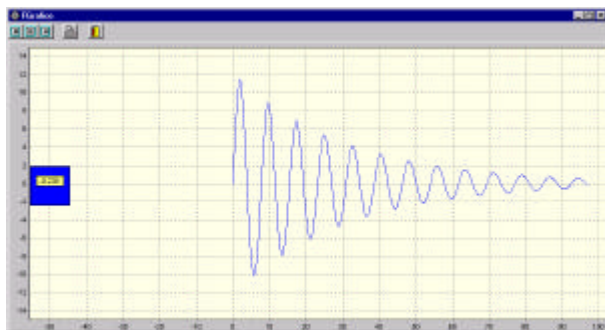


Fig. 4

Exemplo 3 - Resposta Linear Livre Com Amortecimento Crítico

Nesse caso, o coeficiente de amortecimento c deve ser igual ao coeficiente de amortecimento crítico do sistema, o que

resulta em um fator de amortecimento $\zeta = 1$. A fig. 5 apresenta a tela com os dados de entrada $m = 100$ kg, $k = 100$ N/m, $c = 200$ Nm/s, $\dot{x}_0 = 10$ m/s e $x_0 = 0$ m. Além disso, foi definida a configuração automática para ambos os eixos.

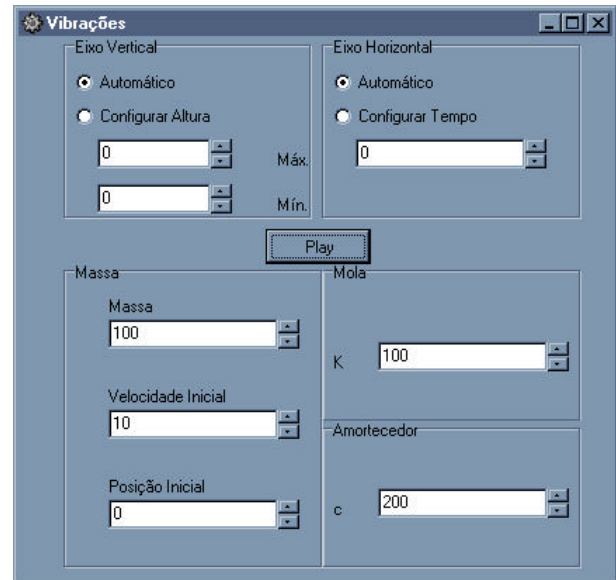


Fig. 5

A fig. 6 mostra a resposta no tempo correspondente:



Fig. 6

Exemplo 4 - Resposta Linear Livre Superamortecida

Nesse caso, o coeficiente de amortecimento c deve ser maior do que o coeficiente de amortecimento crítico do sistema, de modo a que o fator de amortecimento seja $\zeta > 1$. A

fig. 7 apresenta a tela com os dados de entrada $m = 100 \text{ kg}$, $k = 100 \text{ N/m}$, $c = 400 \text{ Nm/s}$, $\dot{x}_0 = 20 \text{ m/s}$ e $x_0 = 10 \text{ m}$, o que corresponde a um fator de amortecimento $\zeta = 2$. Foi selecionado o modo automático para os eixos horizontal e vertical.

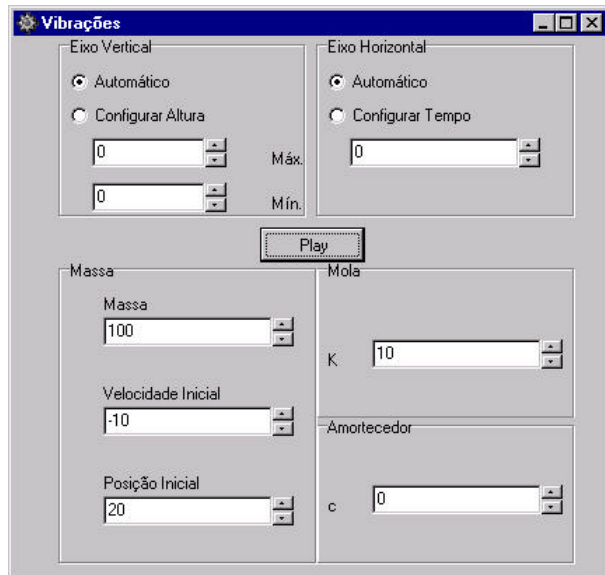


Fig. 7

A fig. 8 mostra a resposta no tempo correspondente:

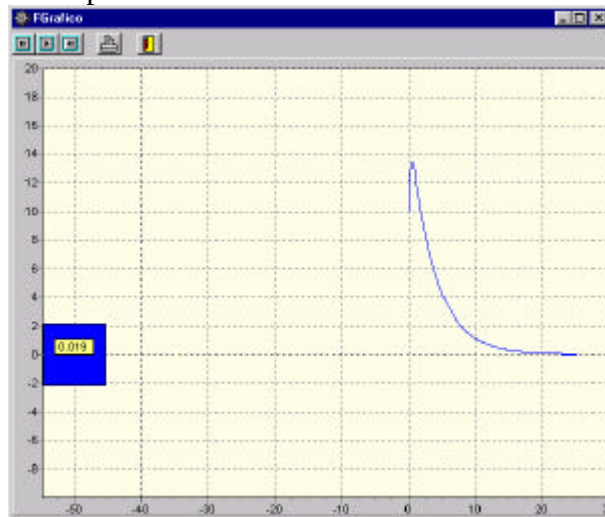


Fig. 8

Finalmente, a título ilustrativo, a fig. 9 mostra a janela de impressão de uma simulação/animação.

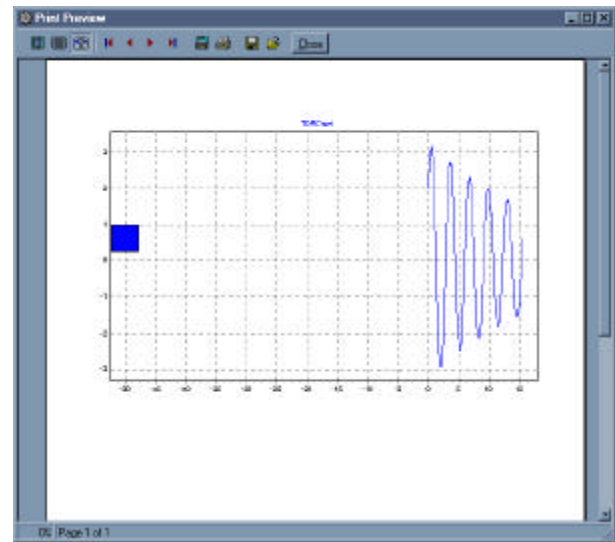


Fig. 9

CONCLUSÕES

O programa desenvolvido em Delphi objetiva facilitar o estudo de Vibrações para o estudante de engenharia, principalmente quando ele se defronta pela primeira vez com o assunto. Espera-se que o estudante, ao utilizar o programa de modo interativo, adquira um maior entendimento do fenômeno físico, principalmente ao verificar o que acontece quando os parâmetros e as condições iniciais do sistema são mudados. Espera-se, também, continuar o desenvolvimento desse programa, introduzindo-se módulos contendo tópicos mais avançados, tais como a resposta no tempo e em frequência a excitações harmônicas, periódicas e aperiódicas, sistemas com dois e mais graus de liberdade, etc.

BIBLIOGRAFIA

Steidel Jr. R., An Introduction to Mechanical Vibrations, McGraw- Hill, New York, 1989

Meirovitch, L., Elements of Vibration Analysis, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1986

Meirovitch, L., Introduction to Dynamics and Control, John Wiley & Sons, New York, 1985

Thomson, W. T., Teoria da Vibração com Aplicações, Ed. Interciência, Rio de Janeiro, 1978

Darnell, K., Mulpur, A. K., Visual Simulation

With Student VisSim, PWS Publishing Co., Boston, 1996

SENAC RS, Apostila de Delphi 4, Porto Alegre, 2000