

## UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARA AS ENGENHARIAS NA UFSCAR

**Nelio Baldin** – [nelio@dm.ufscar.br](mailto:nelio@dm.ufscar.br)

**Yuriko Y. Baldin** – [yuriko@dm.ufscar.br](mailto:yuriko@dm.ufscar.br)

Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Matemática  
13565-905, São Carlos, SP

***Resumo.** O ensino da primeira disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias para as Engenharias geralmente surpreende os estudantes pela riqueza de aplicações e técnicas, principalmente pela abrangência dos problemas da vida real cujas modelagens envolvem as equações diferenciais. Os primeiros conceitos de antiderivação aprendidos no curso de Cálculo são revividos através de problemas interdisciplinares. Neste trabalho relataremos uma experiência concreta conduzida pelos autores em duas turmas de Engenharia em 1999, dentro de um projeto desenvolvido por um grupo de professores que está inovando a dinâmica nas salas de aula, com o auxílio das ferramentas tecnológicas e modificando o enfoque nas avaliações de aprendizagem desta disciplina. Além das tradicionais exposições teóricas de conceitos e técnicas, foram inseridos no desenvolvimento das aulas os princípios de modelagem requeridos pelos problemas da vida real e o uso concomitante de aplicativos computacionais como auxiliar nas resoluções e análises de resultados. Dentro dos instrumentos de avaliação foram incluídos os trabalhos executados por alunos na resolução de problemas, contemplando os aspectos de modelagem, execução, interpretação gráfica das soluções e análise dos resultados. Observou-se uma participação mais ativa nas aulas, inclusive com o auxílio da sala de aula informatizada. Houve diminuição de evasão e aumento do interesse dos estudantes.*

***Palavras-chave:** Avaliação qualitativa, Uso de tecnologia, Interdisciplinaridade.*

### 1. INTRODUÇÃO

No contexto do Projeto REENGE da UFSCar, várias experiências de ensino inovadoras vêm sendo executadas, enfocando novas metodologias tais como o uso de recursos tecnológicos tanto nas salas de aula tradicionais ou nas salas de aula informatizadas, ensino integrado contemplando a interdisciplinaridade, princípios de modelagem, entre outras. Estas experiências estão sendo divulgadas sob várias formas. Conferir (Baldin e Souza, 1999), (Salvador et al,1999), (Malagutti, 1999), (Costa et al, 1999) só para citar algumas produções de 1999.

O objetivo principal destas inovações é modernizar o ambiente de ensino nos Cursos de Engenharia, renovando o perfil do profissional que se prepara para uma realidade do século 21 que demanda cada vez mais o espírito crítico e a capacidade de atualização constante diante dos avanços da ciência e da tecnologia. Nesta tarefa, a modernização do ensino das

disciplinas básicas de Matemática e Física exerce um papel fundamental, e é neste sentido que uma equipe de professores do Departamento de Matemática da UFSCar vêm desenvolvendo projetos de ensino para as Engenharias.

Dentro das disciplinas básicas de Matemática do currículo das Engenharias está a disciplina de *Equações Diferenciais e Aplicações*, que um aluno cursa após o primeiro contato com o cálculo diferencial e integral de funções de uma variável real. Apesar de ter estudado algumas aplicações imediatas da antiderivação no curso de Cálculo, é na disciplina de Equações Diferenciais que o aluno se depara com a riqueza das aplicações assim como com as dificuldades que uma modelagem de problemas reais oferece. É nesta disciplina que o aluno deve consolidar os conceitos de Cálculo, aprender a aplicá-los na resolução de problemas, ampliar os horizontes na análise crítica de formulações e soluções de problemas, assim como explorar as variações sobre um problema e iniciar o aprendizado na modelagem de problemas matemáticos a partir de dados.

Neste trabalho iremos relatar uma experiência de ensino realizada no segundo período acadêmico de 1999, junto a duas turmas de Engenharias conduzidas por nós, sob o aspecto de melhoria qualitativa que a introdução de certos procedimentos na condução das aulas trouxe ao aproveitamento das classes.

Apresentaremos a nossa proposta de plano de ensino, uma breve descrição das experiências com as reações dos alunos e repercussões na avaliação.

## 2. PROPOSTA DO PLANO DE ENSINO

O plano de ensino desta disciplina foi elaborado de comum acordo para todas as 7 turmas oferecidas no segundo semestre de 1999, com uma média de 40 a 50 alunos cada, com alteração somente nos critérios de avaliação. Os tópicos cobertos pela disciplina consistiam de:

- Equações Diferenciais de 1<sup>a</sup> ordem, conceitos, técnicas, aplicações;
- Equações Diferenciais Lineares de 2<sup>a</sup> ordem, aplicações;
- Resolução de equações diferenciais por série de potências;
- Utilização de softwares computacionais na resolução e análise de soluções de equações diferenciais.

O livro texto básico foi essencialmente “Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno” de Boyce, W.E. e DiPrima, R.C., (Boyce e DiPrima, 1994) complementado por outros livros conhecidos e constantes na Biblioteca, de autores como (Braun, 1979), (Bassanezi e Ferreira, 1988), e (Kreyszig, 1988), entre outros.

Pode-se observar que a ementa proposta em nada difere dos cursos tradicionais, talvez com a exceção do último item sobre a utilização de recursos computacionais.

Os critérios de avaliação adotados entretanto foram diferentes entre as turmas, e é sobre este aspecto que gostaríamos de discutir.

As turmas em geral adotaram o esquema tradicional de 3 provas escritas formais, cobrando conteúdos parciais dentro da ementa cumprida. Alguns professores adotaram além dessas mais uma prova no final do curso, para substituir a pior das notas obtidas na composição da média aritmética final.

O critério de avaliação adotado pelas turmas sob nossa responsabilidade foi introduzir no lugar da última prova uma Nota resultante da Avaliação Contínua, consistindo de notas de listas de exercícios, trabalhos e projetos durante o curso e um projeto final, além de atividades de Laboratório (executadas com auxílio do Maple V). Também fez parte da avaliação

contínua o controle de frequência assim como os exercícios relâmpago que eram solicitados nos finais de algumas aulas, sem aviso prévio.

Este critério implica na maior responsabilidade e compromisso do estudante durante o curso, pois que o procedimento usual de “estudar na véspera da prova” e “decorar as técnicas de resolução e fórmulas” não ajudam neste tipo de avaliação. Também “estudar somente para a prova escrita” não foi suficiente para ser bem avaliado. É claro que este procedimento exigiu dos professores uma tarefa muito maior do que simplesmente dar aulas teóricas e corrigir provas, mas a grande diferença que este critério traz é a aproximação entre o professor e os seus alunos através da maior interação durante todas as atividades realizadas, nas salas de aula teóricas e nas aulas de laboratório, significando uma melhoria na relação professor-aluno. Um comentário pertinente é a dificuldade que os alunos apresentam diante deste critério que exige deles o abandono da atitude passiva e a adoção do hábito de estudo diário.

Sobre o uso de laboratório, é da opinião dos autores que as aulas numa sala de aula informatizada permitem ao aluno desenvolver as suas capacidades dentro do seu próprio ritmo, tirando-o da tradicional postura passiva diante da transmissão de conhecimentos, permitindo também ao professor oferecer uma assistência mais personalizada aos seus alunos, detectando as dificuldades e dúvidas.

Passaremos a seguir a descrever o perfil das turmas em que aplicamos este critério e alguns exemplos de atividades feitas durante o curso.

### 3. PERFIL DAS TURMAS

A nossa experiência se refere a duas turmas de responsabilidade de cada um dos autores.

Uma das turmas teve 46 alunos inscritos, praticamente todos do curso de Engenharia Química, e quase todos no perfil de 2º semestre do seu curso. Houve 2 desistentes, finalizando com 44 alunos.

Outra turma teve 46 alunos inscritos, dos quais 23 do curso de Engenharia de Computação e 23 do curso de Engenharia Civil. Houve 2 desistentes, 1 de cada curso, finalizando com 22 alunos da E. de Computação e 22 alunos da E. Civil. Também os alunos eram do perfil de 2º semestre.

Os resultados obtidos pelas turmas são como mostra a tabela a seguir:

Tabela 1. Perfil e Resultados da Avaliação

---

	matriculados	desistentes	aprovados	reprovados
Eng. de Computação	23	01	20	02
Eng. Civil	23	01	07	15
Eng. Química	46	02	35	09

---

Fazendo uma leitura da tabela, observamos que a homogeneidade de uma turma influi no rendimento, sendo que a turma de Engenharia Civil teve o pior aproveitamento. Foi observado que, com poucas exceções, os alunos do curso de Engenharia Civil mostraram grande resistência às propostas de resoluções de problemas decorrentes de situações reais, preferindo avaliações técnicas que envolvem fórmulas e /ou métodos decorados. Por outro lado, as simulações pelo computador, a variedade de aplicações decorrentes das equações diferenciais, mesmo as mais simples, entusiasmaram grande parte dos alunos da Engenharia Química e da Engenharia de Computação.

## 4. EXEMPLOS DE ATIVIDADES PROPOSTAS

Vamos descrever as atividades sob três aspectos diferentes: dentro das aulas expositivas, dentro das atividades de laboratório e como proposta de trabalho final.

### 4.1 Aulas expositivas

Durante as aulas expositivas procurou-se sempre que possível introduzir problemas-modelo juntamente com as técnicas, de maneira que a solução teórica conduzisse à resposta dos problemas. Foi assim para as equações de 1ª ordem através de aplicações clássicas sobre o decaimento radioativo, crescimento populacional, epidemias, reações químicas, misturas e problemas da mecânica. Para as equações de 2ª ordem os problemas clássicos de movimentos oscilatórios e circuitos elétricos foram exaustivamente analisados.

Ao abordar os problemas, foi importante aos alunos perceberem a necessidade de uma análise crítica dos dados no que se refere às unidades de medida e significados concretos dentro do problema, além de avaliar a natureza da questão antes de modelar a resolução através de uma equação diferencial. A resolução de um problema não se restringe a apenas efetuar cálculos usando dados numéricos com técnicas desenvolvidas teoricamente, mas a análise do comportamento da resposta obtida se tornou importante no processo de resolução.

Ao desenvolver a teoria e as técnicas, algumas exposições com a ajuda do Maple V foram muito eficazes na compreensão dos tópicos, pela versatilidade no tratamento dos dados numéricos dos exemplos assim como a evidência da utilização pelo Maple, dentro do pacote DEtools, dos próprios métodos que estavam sendo desenvolvidos teoricamente. O pacote gráfico do Maple (plots) também foi muito útil para ilustrar os teoremas teóricos de existência e unicidade assim como para poder fazer uma análise qualitativa de soluções em relação ao domínio de definição e comportamentos no limite.

Estas aulas expositivas foram realizadas dentro da sala de aula informatizada. Para as disciplinas básicas a UFSCar possui 2 salas equipadas com os recursos do projeto REENGE, que são compartilhadas com todas as turmas que executam projetos de ensino que utilizam recursos de informática do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia.

Essencialmente utilizamos duas vezes o recurso do Maple para ilustrar a teoria que estava sendo desenvolvido, uma vez para equações de 1ª ordem e uma outra para equações de 2ª ordem. Estas aulas serviram como introdução aos recursos do Maple no que se refere a equações diferenciais e foram de grande estímulo aos alunos para eles próprios explorarem as variações sobre os exercícios do curso.

### 4.2 Aulas de Laboratório

Nas aulas de Laboratório propriamente ditos, os alunos compareciam já com o conhecimento teórico desenvolvido nas aulas anteriores e a eles eram propostos problemas que deveriam resolver explorando os recursos do programa. Os problemas nestas aulas não eram de modelagem, mas sim de resolver as equações e explorar o comportamento das soluções através de conceitos como de campo de direções associado ou retrato de fase, ou ainda explorar os efeitos da variação de dados nas equações de 2ª ordem que modelam os movimentos oscilatórios. Em particular, neste tópico foi notado um grande entusiasmo dos alunos ao produzir eles mesmos sequências de soluções num problema de oscilador harmônico forçado que permitem analisar a passagem crítica de um tipo de solução para outra dependendo da variação da frequência do agente perturbador ondulatório do sistema. Outro tópico que ficou muito claro com a utilização dos recursos computacionais foi o fenômeno do

batimento e de ressonância nos movimentos oscilatórios e suas aplicações nos problemas de vibrações mecânicas e de circuitos elétricos. O problema de sintonia de rádios foi modelado e teve ótima aceitação, principalmente pelos alunos da Engenharia de Computação.

Nas sessões de laboratório fica evidente quando um aluno possui dificuldade de compreensão de um conceito, pois ele não é capaz de identificar graficamente as propriedades analíticas das funções, ou ainda ele não é capaz de utilizar os comandos do programa para executar tarefas mesmo as mais simples de cálculo, pois ele não reconhece na lógica dos comandos o raciocínio necessário para conduzir à solução da equação.

Por outro lado, foi percebida uma maior capacidade de análise e síntese dos alunos mais interessados que participaram ativamente das discussões com os professores sobre os diversos encaminhamentos que os problemas poderiam ter.

Nestas sessões de laboratório, foram propostos sempre problemas para serem resolvidos usando o Maple V e entregues em disquetes. Para aqueles alunos com mais facilidades e entusiasmo eram também propostos desafios para serem desenvolvidos nos laboratórios dos seus cursos, fora da sala de aula, também para serem entregues. Por exemplo, estudo do comportamento de soluções variando as condições iniciais, ou ainda análise das limitações do Maple V na apresentação de resultados.

Foram de duas a quatro as sessões de laboratório neste esquema para as duas turmas. Com essas foram totalizadas quatro a seis utilizações de laboratório com acompanhamento do professor. Os cursos possuem junto aos respectivos Departamentos laboratórios de uso dos alunos de graduação onde os alunos podem estudar e executar os seus projetos em horários fora da sala de aula.

### **4.3 Projetos**

Os projetos fizeram parte da avaliação contínua e consistiram de propostas de resolução de problemas básicos extraídos do livro texto (Boyce e DiPrima, 1998). Os problemas versaram sobre equações diferenciais de 1ª ordem aplicadas nos problemas de investimento financeiro, dinâmica populacional e poluição ambiental. O professor indicou o tema com seis semanas de antecedência. Cada aluno desenvolveu o seu projeto individualmente. Os projetos não consistiram em simplesmente encontrar a resposta do problema, mas desenvolver um trabalho de pesquisa sobre o tema e utilizar todos os recursos dominados pelo aluno para explorar o problema.

Este tipo de atividade revelou ser bastante interessante, porque surgiram muitas surpresas. Os alunos mais talentosos se revelaram e mostraram um aprendizado de qualidade, entregando trabalhos que condizem com a expectativa que o nosso projeto REENGE espera das novas turmas de Engenharia. Os melhores trabalhos foram sobre a dinâmica populacional e poluição de lagos, onde foram abordados a parte teórica, interpretação gráfica, análise de diversas possibilidades, além de pesquisa na literatura sobre o tema.

## **5. REPERCUSSÕES NA AVALIAÇÃO**

As avaliações escritas foram o primeiro instrumento de avaliação. Pelas características da condução das aulas, em que se enfatizou sempre a motivação através de problemas interdisciplinares, as provas nunca cobraram apenas a resolução numérica de equações, mas sempre contiveram problemas a resolver. Nas formulações destes problemas foram sempre incluídas questões envolvendo o processo de modelagem utilizando os dados, inclusive a análise de unidades de medidas coerentes com o sistema e interpretação dos resultados. Este tipo de questão sempre provoca surpresas e um número considerável de alunos mostrou

dificuldades na compreensão do texto e sua interpretação, principalmente dentre os de Engenharia Civil.

Uma consequência é que o índice de aprovação manteve o índice histórico entre 50 a 60% de aprovados na turma de Engenharia de Computação/Engenharia Civil, mas a Tabela 1 mostra que a performance da Engenharia de Computação foi altamente satisfatória, o mesmo ocorrendo com a turma de Engenharia Química. A qualidade de resposta dos alunos frente à introdução da metodologia diferenciada nas aulas expositivas e utilização do laboratório, com avaliação contínua, foi melhor em relação às demais turmas, fator que não é refletido nos números de aprovação. Um fenômeno também observado foi que alguns alunos com notas altas nas provas e exercícios acabaram não finalizando o projeto final. Entretanto, a Avaliação Contínua mostrou-se eficaz no acompanhamento dos alunos e manteve a turma ativa em cada etapa do Curso.

Consideramos o resultado final bastante razoável (confira Tabela 1), com ressalvas de que esta metodologia absorve a atenção do aluno, e por isso, se não houver equilíbrio entre outros professores de outras disciplinas cursadas no mesmo período, corre-se o risco do aluno não ter bom aproveitamento nas demais disciplinas.

O uso do laboratório com proposta de atividades em rede, disponível para os alunos e demais professores, facilita o ensino através de projetos e propicia maior intercâmbio entre os professores de uma mesma disciplina.

Quanto às outras turmas desta disciplina no mesmo período, gostaríamos de comentar que numa turma onde não houve atividades de laboratório mas cobrança intensa sobre os problemas de modelagem o índice de aprovação foi bastante baixo, e o critério de aprovação foi exclusivamente sobre 3 provas escritas. Numa outra turma, houve algumas atividades de laboratório mas não foram aproveitadas para efeito de nota, e as provas foram sempre mais técnicas, sem problemas de modelagem. O índice de aprovação nesta turma foi bastante alto. Em duas outras turmas houve um esforço do professor nos problemas de modelagem com experiências executadas na própria sala, mas os índices de aprovação variaram muito de uma turma a outra, o que nos instiga a uma investigação mais cuidadosa dos perfis das turmas antes de arriscar alguma conclusão.

## **6. CONCLUSÃO**

Da nossa experiência sentimos uma melhora qualitativa do ensino evidenciado por seguintes pontos que consideramos um avanço em relação aos anos anteriores: maior iniciativa de alunos em relação à pesquisa; melhora na redação de textos científicos (projeto final); aumento na capacidade de manipular os comandos de um programa computacional como o Maple V para produzir gráficos mais adequados para os problemas; aumento na capacidade de interpretação de ordem teórica a partir do gráfico produzido; análise de resultados teóricos dentro da realidade dos problemas.

É desejável que possamos repetir esta experiência com mais turmas para podermos consolidar os resultados que vimos obtendo na UFSCar dentro do projeto REENGE.

## **REFERÊNCIAS**

- Baldin, Y.Y. e Souza, D.F.M., Aplicações do Software Maple V nos aspectos geométricos de Computação Gráfica, Anais do COBENGE 99, 892-899, Natal, 1999.
- Bassanezi, R.C. e Ferreira, W.C., Equações Diferenciais e Aplicações, Editora Harbra, São Paulo, 1988.
- Boyce, W.E. e DiPrima, R.C., Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno, Ed. Guanbara Koogan, Rio de Janeiro, 1994.

Braun, M., Equações Diferenciais e Aplicações, Editora Campus, Rio de Janeiro, 1979.  
Costa, I.M. et al., CD-ROM “Matemática Universitária Básica com Maple V”, UFSCar, 1999.  
Malagutti, P.L.A., Modelos Matemáticos: da formulação à solução, Anais do COBENGE 99, 1627-1635, Natal, 1999.  
Salvador, J.A. et al., Integração do Cálculo e Física nos Cursos de Engenharia da UFSCar, Anais do COBENGE 99, 993-1001, Natal, 1999.