



ARTICULAÇÃO ENTRE ESCOLAS DE ENSINO MÉDIO E DE ENGENHARIA: ABORDAGEM CONTEXTUALIZADA DE LIMITE NO CONTEÚDO DE ELETROSTÁTICA.

Lucas Domingui - lucas.domingui@ifsc.edu.br

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina – IFSC

Rod. SC 443, km 01, Vila Rica.

88813-600, Criciúma, SC.

Solange Freitas Gomes - soll_fg@hotmail.com

Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC

Av. Universitária, 1005, Bairro Universitário

88806-000, Criciúma, SC.

Ester de Souza Bittencourt Alves - ester_alvess@hotmail.com

Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC

Av. Universitária, 1005, Bairro Universitário

88806-000, Criciúma, SC.

Suzy Pascoali - suzy@ifsc.edu.br

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina – IFSC

Avenida XV de Novembro, 61, Aeroporto.

88900-000, Araranguá, SC.

Resumo: Nos últimos anos vem ocorrendo uma defesa em favor da inclusão de elementos de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, integrado a conteúdos de Física. Dessa forma, pretende-se divulgar uma atividade de ensino-aprendizagem onde o conceito de limite de uma função é trabalhado de forma contextualizada, em física. O conceito de força elétrica é utilizado para explicar a tendência de uma função. Quanto mais próximo, maior a força de atração ou de repulsão entre os cargas de mesmo sinal. Porém, o que acontece com o valor da força quando se aproximam/afastam duas cargas ao máximo? Uma modelagem matemática foi realizada a partir de um modelo empírico, onde se adotou valores de distância cada vez menores, levando os estudantes a concluir que a força tende a valores muito grandes. Quando se adotou valores cada vez maiores de distância, a força diminuía até resultados próximos de zero. Com isso, os alunos puderam compreender o significado de limite de uma função tendendo a zero e ao infinito. Ao ser aplicado esse conteúdo em outras situações problemas, os alunos conseguiram identificar os limites das funções, mostrando que uma abordagem contextualizada desse conteúdo no Ensino Médio é possível de ser realizada com sucesso.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática; Limite de uma Função; Força Elétrica; Articulação.

Realização:

 **ABENGE**

Organização:



**O ENGENHEIRO
PROFESSOR E O
DESAFIO DE EDUCAR**



1. INTRODUÇÃO

O atual avanço tecnológico requer das novas gerações a apropriação do máximo possível de conhecimentos a cerca das causalidades do real. Com esse pretexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) orientam que, no Ensino Médio, os alunos tenham a possibilidade de ampliar e aprofundar seus conhecimentos em matemática (BRASIL, 1999).

No campo da Física, por exemplo, questões envolvendo os conhecimentos oriundos da Física Moderna estão se firmando como um conteúdo fundamental para a compreensão de tecnologias como a televisão digital, a transmissão sem fio, à energia nuclear. Na área da Matemática, o cálculo diferencial e integral encontra-se entre esses novos conteúdos que necessitam ser trabalhados na educação básica.

Desta forma, os cursos de engenharia podem vir a colaborar de forma efetiva na inserção de novos conhecimentos no Ensino Médio, entre eles, o cálculo diferencial. Isso promove uma aproximação entre as escolas básicas e as escolas de engenharia, que pode levar ao aumento da demanda de alunos nos cursos superiores desta área.

Resultados anteriores de projetos de extensão demonstram que é possível promover um impacto científico e tecnológico nos alunos da educação básica, que traz resultados sociais, como a melhor formação de alunos em nível médio, capacita os professores da educação básica, além promover o despertar da vocação pela engenharia (CHINELATTO, *et al*, 2007).

A partir dessa reflexão, o presente trabalho retrata uma experiência de ensino na qual se aborda o conceito de limite de uma função a partir do conceito de força elétrica, com o objetivo de demonstrar ao aluno a necessidade conceito de limite de uma função para compreensão de alguns fenômenos físicos. Tal atividade é realizada via interação de uma escola de engenharia (Universidade do Extremo Sul Catarinense) com alunos do terceiro ano do Ensino Médio, de uma escola pública do Estado de Santa Catarina.

2. O CÁLCULO DIFERENCIAL E O ENSINO MÉDIO

Desenvolvido a cerca de 300 anos por Newton e Leibniz, o cálculo é uma das ferramentas matemáticas mais utilizadas pelas ciências para reduzir a complexidade de problemas diversos. O estudo do Calculo Diferencial e Integral é considerado um dos conteúdos matemáticos mais influentes no desenvolvimento científico e tecnológico atual. Permitiu a obtenção de novos processos, equipamentos, métodos no processo de transformação da natureza, entre outros.

Atualmente, esse conteúdo é muito abordado nos cursos superiores nas áreas de ciências da natureza, engenharias e tecnologias. Sua importância acontece por sua aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento. Sobre isso, Ávila (1991, p. 2) menciona que

O cálculo vem desempenhando um papel de grande relevância em todo o desenvolvimento científico-tecnológico. Portanto, descartá-lo no ensino é grave, porque deixar de lado uma competente significativa e certamente a mais relevante da Matemática para a formação do aluno num contexto de ensino moderno e atual.

Para o autor, seria muito mais proveitoso o uso de todo o tempo destinado a Matemática no Ensino Médio com noções sobre Cálculo e suas aplicações. É uma ferramenta indispensável para a compreensão de fenômenos físicos, como velocidade, força, dentre outras. Desse modo, a falta desse conteúdo no Ensino Médio, torna a Física mais complexa do que realmente apresenta ser.



Baseado nessa triste realidade, Santos (2006) e Guedes e Assis (2009) sugerem aos educadores matemáticos a inclusão do cálculo diferencial e integral no Ensino Médio. Isso faria com que os alunos, ao ingressarem no Ensino Superior, tivessem noções básicas desse conteúdo, o que provavelmente diminuiria a reprovação e/ou desistência. Palis (1995, p. 22) afirma que

Os cursos de Cálculo, principalmente o primeiro da sequência, apresentam índices absurdamente elevados de abandono e insucesso. Estes índices, por si só, já apontam a necessidade de se buscar alternativas de ação pedagógica que, aliadas a outras medidas, possam dar conta desse problema que, desde muitos anos, subsiste na Universidade.

Considerado um dos conteúdos mais importantes nos cursos superiores, o cálculo é pouco valorizado no Ensino Médio. Segundo Ávila (1991, p. 2), “descartá-lo do ensino [médio] é grave, porque deixa de lado um componente significativa e certamente a mais relevante Matemática para a formação do aluno num contexto de ensino moderno e atual”.

Alguns autores estão incluindo o conteúdo de limites e derivadas em seus livros. Com esse material didático disponível, os professores tendem a trabalhar esse conteúdo no Ensino Médio, mesmo que estes se encontrem no último assunto do livro destinado ao terceiro ano, quando pouco se pode aproveitar desse estudo (ÁVILA, 2006).

Se a opção for incluir esse conteúdo na ementa de Matemática do Ensino Médio, é necessário que seja pensado uma metodologia de ensino. Guimarães (2002, p. 1) alerta que, devido ao seu aspecto redutor, o ensino de cálculo permite que este seja abordado como “um conjunto de regras e procedimentos, aplicáveis mecanicamente em situações puramente algébricas”. Removendo o caráter experimental do ensino de Matemática, contribui-se para uma aprendizagem superficial e mecânica.

Dominguini, Gomes e Alves (2011) demonstram que noções de limites podem ser inseridas no Ensino Médio, por meio de uma abordagem contextualizada. Os autores demonstram uma experiência de ensino onde o conceito de limite é explicado por meio de modelagem matemática de fenômenos físicos.

Busse e Soares (2007) evidenciam que o ensino de limite e derivada pode ser iniciado no Ensino Médio integrado harmoniosamente com conteúdos de Física.

3. A FORÇA ELETROMAGNÉTICA

O eletromagnetismo estuda o comportamento elétrico e magnético dos materiais. Compostos por partículas subatômicas dotadas de carga, os materiais podem sofrer eletrização. Com isso, o somatório das cargas positivas se torna diferente do somatório das cargas negativas.

A partir do comportamento dos materiais eletrizados, pode-se enunciar um dos conceitos fundamentais do estudo do comportamento elétrico da matéria: o Princípio da Atração e Repulsão das cargas. Segundo este princípio, corpos com cargas de mesmo tipo se repelem e corpos com cargas diferentes se atraem (Figura 01). Portanto, existe uma força de atração, no caso das cargas serem de sinais diferentes, e uma força de repulsão, no caso das cargas serem de sinais iguais (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2006).

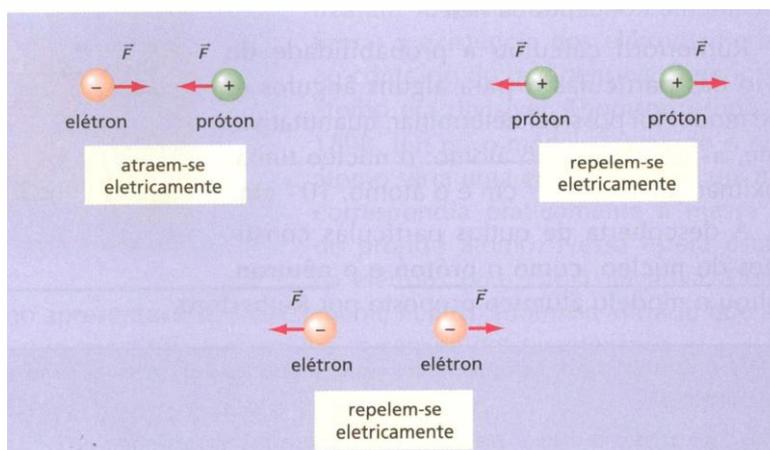


Figura 01: Representação esquemática da atração/repulsão das cargas (GONÇALVES FILHO, TOSCANO, 2010, p. 65)

Em termos históricos, a atual teoria que busca modelar matematicamente o valor dessa força elétrica é descrita pelo físico francês Charles Coulomb (1738-1806). Utilizando-se de uma balança de torção (Figura 02), Coulomb estabeleceu a relação entre a intensidade da força elétrica e a quantidade de cargas e a distância que as separa, levando a expressão matemática que leva o seu nome.



Figura 02: Representação da balança de Coulomb (MÁXIMO; ALVARENGA, 2010, p. 35)

Em seus experimentos, Coulomb concluiu que, para esferas carregadas de pequeno diâmetro, denominadas cargas puntiformes, a intensidade da força elétrica resultante (F) com que duas cargas se atraem ou se repelem é proporcional ao módulo do produto dessas cargas (Q) e inversamente proporcional ao quadrado da distância (d) que os separa, onde k_o é a constante eletrostática de proporcionalidade, no vácuo ($9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$). Tal relação pode ser matematicamente escrita conforme a equação (1), denominada Lei de Coulomb.

$$\vec{F}(q_1, q_2, d) = k_o \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{d^2} \quad (1)$$

Onde a força elétrica é uma função das cargas elétricas q_1 e q_2 e da distância que as separa. A partir disso, realizam-se alguns questionamentos sobre a Lei de Coulomb junto aos



alunos: o que ocorre com a força elétrica quando as cargas estão muito próximas? E quando se afastarem ao máximo ou a uma distância muito grande? Tais questões poderão ser compreendidas a partir do conceito de limite de uma função, apresentado por alunos de engenharia aos alunos de ensino médio.

3.1. Metodologia

Para atingir o objetivo do trabalho, ou seja, demonstrar ao aluno a necessidade conceito de limite de uma função para compreensão de alguns fenômenos físicos utilizou-se a metodologia aplicada por Dominguíni, Gomes e Alves (2011).

Inicialmente é apresentada aos alunos de nível médio uma situação problema, neste caso, envolvendo força elétrica. Na sequência, buscou-se modelar matematicamente o referido fenômeno, atividade desenvolvida por alunos de engenharia. A partir da modelagem matemática, simularam-se condições possíveis, verificando tendências de respostas. Com os dados de tendência de resposta em mãos, definiu-se o conceito de limite de uma função e, por consequência, o valor da força elétrica a distâncias muito pequenas ou muito grandes.

O presente trabalho foi aplicado na disciplina de Física, no terceiro ano do Ensino Médio, por meio de um projeto de extensão, durante a explanação do conteúdo de eletrostática. Ao final, observou-se o resultado de aprendizagem dos alunos, por meio de situações problemas similares.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com a Lei de Coulomb, as variáveis que influenciam na força eletrostática são os valores dos módulos das cargas (q_1 e q_2) e a distância (d) que as separa, considerando o meio como sendo o vácuo.

Supôs-se um problema onde há duas cargas puntiformes idênticas, q_1 e q_2 , estabelecidas no vácuo, a uma distância d , conforme Figura 3.

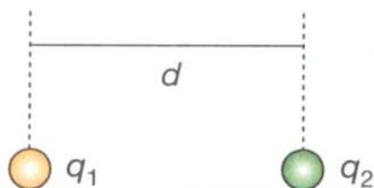


Figura 03: Representação das cargas no vácuo

Partindo da equação (1), foram realizadas análises do comportamento da força elétrica que se estabelece entre as duas cargas, quando variada à distância d . Considerando, portanto, constantes os valores dos módulos das cargas elétricas q_1 e q_2 , multiplicou-se essas com a constante eletrostática (k_0), obtendo-se uma nova constante, denominada de K . Portanto, a equação um pode ser descrita de acordo com a equação (2),

Onde a força elétrica passa a se $F(d) = \frac{K}{d^2}$ não apenas do quadrado da distância entre as cargas elétricas. A partir desta equação (2), simulou-se a valores de distância, obtendo-se o gráfico abaixo (Figura 4).

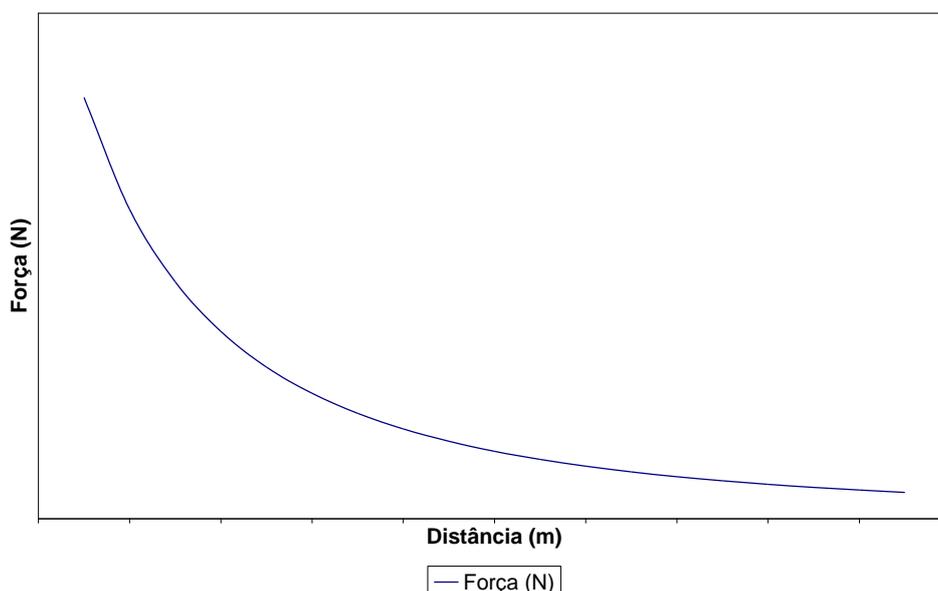


Figura 04: Gráfico da variável força elétrica em função da distância $F(d)$

Com esse gráfico, os alunos foram instigados a perceberem a formação de uma tendência de resultados. Logo, perceberam que quanto maior for a distância entre duas cargas, menor será a força elétrica de repulsão entre elas e vice-versa.

Com essa observação feita, os alunos foram instigados a responder duas perguntas:

- Qual a maior força elétrica de repulsão possível entre duas cargas?
- Qual a menor força elétrica de repulsão possível entre duas cargas?

Para responder a essas perguntas seria necessário conhecer a menor e a maior distância possível entre duas cargas. Neste ponto, muitos alunos responderam que a menor distância possível entre duas cargas é zero. Neste momento houve uma intervenção do professor no sentido de explicar que, para uma carga puntiforme, considera-se que o seu raio é desprezível.

Neste caso, a menor distância entre duas cargas puntiformes seria a sobreposição de uma na outra. Segundo as leis da física, dois corpos não podem ocupar o mesmo espaço no mesmo instante de tempo. Isso impede que as cargas puntiformes estejam a distâncias zero uma da outra. Somente valores próximos deste. Distância é uma medida contínua. Por mais que se afaste ou aproxime duas cargas, sempre haverá uma distância maior ou menor possível.

Para responder as questões (a) e (b) acima, apresentou-se o conceito de limite de uma função, tendendo a zero e ao infinito. Para essa contextualização específica, considerou-se o valor de $K=1$. Partindo da equação (2), para a questão (a), os valores de distância vão diminuindo cada vez mais para valores próximos de zero. A Tabela 1 demonstrou os valores de força elétrica mensurada em função da distância $F(d)$, quando se atribuiu valores da distância (d) cada vez mais próximos de zero.



Tabela 1: Valores da Força Elétrica, função de distâncias muito pequenas.

d	F(d)
1	1
0,1	10
0,01	100
0,001	1000
0,0001	10000
0,00001	100000
0,000001	1000000

Com o quadro acima, os alunos observaram que quanto menor o divisor maior o quociente. Logo, quanto mais o valor da distância (d) se aproxima de zero, maior será a resposta obtida para a força. Tem-se, então, uma tendência de resultados, que reforçam as informações gráficas da Figura 4. Assim, os alunos concluíram que quanto mais a distância se aproxima de zero, a força elétrica tenderá a valores muito grandes. Ou seja, se duas cargas se aproximarem ao ponto de se encostar não será mais possível separá-las, pois a força necessária seria infinita.

Como esse valor não é possível de ser atingido ($d=0$), os alunos concluíram que o limite da equação (2) quando a distância (d) tende à zero é um número muito grande, ou seja, infinito. A partir dessa conclusão, os alunos conseguiram escrever as equações de limite (3 e 4).

$$\lim_{d \rightarrow 0} F(d) = \infty \quad (3)$$

$$\lim_{d \rightarrow 0} k_0 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} = \infty \quad (4)$$

Com as equações (3) e (4), os alunos observaram que a força elétrica existente entre duas cargas a pequenas distâncias tende a valores infinitos.

O mesmo procedimento foi aplicado para distâncias muito grandes (questão b). Essa situação foi simulada, de acordo com a Tabela 2, onde se atribui valores para distância (d) cada vez maiores e calculou-se o valor da força (F), a partir da equação (2).

Tabela 2: Valores da Força Elétrica, função de distâncias muito grandes.

d	F(d)
1	1
10	0,1
100	0,01
1000	0,001
10000	0,0001
100000	0,00001
1000000	0,000001



Os alunos observaram que quanto maior o divisor menor o quociente, como prevê a Lei de Coulomb. Porém, por maior que seja o valor da distância d sempre haverá um valor da força F , mesmo que seja muito pequeno. Assim, os alunos concluíram que o limite da equação (2), quando a distância tende a valores muito grandes, são valores próximos de zero. Com isso, eles conseguiram escrever o limite da função F quando d tende a valores infinitos (5 e 6).

$$\lim_{d \rightarrow \infty} F(d) = 0 \quad (5)$$

$$\lim_{d \rightarrow \infty} k_0 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} = 0 \quad (6)$$

Com isso, os alunos puderam observar que a força elétrica existente entre duas cargas quando as distâncias são enormes não é nula, mas tende a nulidade. Ou seja, se duas cargas se afastarem a uma distância infinita, nenhuma força elétrica atuará mais sobre elas.

Como forma de avaliação do resultado de ensino-aprendizagem, foram propostas outros exemplos físicos empíricos na qual se buscou modelá-los matematicamente, utilizando o conceito de limites. Os resultados alcançados foram positivos, no sentido de que os alunos conseguiram estabelecer lógicas matemáticas para explicar fenômenos físicos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo dados do Ministério da Educação, o desinteresse pela matemática vem afugentando os alunos de cursos de graduação nas áreas de Engenharia e Ciências Exatas e da Terra. A inclusão do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio de forma contextualizada pode ser uma das formas de se reverter tal quadro, mesmo que algumas propostas apontam como solução para esse problema cursos de nivelamento nos meses que precedem o início das atividades educacionais nos cursos superiores (FRESCKI; PIGATTO, 2009).

A presente experiência demonstrou que os alunos de uma escola básica mostram-se muito mais realizados no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos contextualizados e que lhes ofereçam novas ferramentas de resolução. Portanto, somente com a aplicação de modelagens matemáticas para exemplificar os conteúdos será possível mudar esse panorama.

Neste trabalho, buscou-se ensinar um conteúdo historicamente destinado a cursos superiores na Educação Básica, com ajuda de alunos de cursos superiores. A aplicação do conceito de limite integrada ao conceito de força eletrostática permitiu aos alunos uma apropriação teórica a partir da exemplificação prática. Ao ser estendida essa aplicação a outros exemplos da Física, como velocidade, aceleração, força elástica, os alunos conseguiram transpor o conhecimento de uma área para a outra, mostrando que é possível ensinar cálculo diferencial e integral no Ensino Médio.

Isso demonstra uma viabilidade para superação do problema das reprovações “em massa”, nas disciplinas de cálculo e física no Ensino Superior. Como continuidade desse trabalho, buscará se pesquisar quais alunos partícipes de projeto ingressou em cursos de engenharia, ciências naturais ou tecnologia e qual resultado isso teve em seu desempenho nas disciplinas mencionadas. a parte decimal de números fracionários.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, G. O. O ensino de Cálculo no 2º grau. **Revista do Professor de Matemática**. n. 18, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1991, p. 1-9.

_____. Limites e derivadas no Ensino Médio? **Revista do Professor de Matemática**. n. 60, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2006, p. 30-38.

BUSSE, R. S.; SOARES, F. S. O cálculo diferencial e integral e o Ensino Médio. In: **Anais IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

CHINELATTO, A. S. A. *et al.* Extensão universitária: promovendo a interação dos cursos de engenharia da UEPG com o ensino médio. **Revista Conexão**, v. 3, p. 31-34, 2007.

DOMINGUINI, L.; GOMES, S. F.; ALVES, E. S. B. Limite de uma função: conteúdo viável para o ensino médio? In: **Anais do II Congresso Nacional de Educação Matemática (II CNEM) e IX Encontro Regional de Educação Matemática (IX EREM)**. Ijuí: Unijuí, 2011.

FRESCKI, F. B.; PIGATTO, P. Dificuldades na aprendizagem de cálculo diferencial e integral na educação tecnológica: proposta de curso de nivelamento. In: **Anais do I Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia**. Curitiba, 2009.

GONÇAVES FILHO, A.; TOSCANO, C. **Física e realidade: ensino médio física**. v. 3. São Paulo: Scipione, 2010.

GUEDES, A. G.; ASSIS, M. M.A. Cálculo diferencial e integral no Ensino Médio: uma análise nas escolas de ensino médio da cidade de Natal/RN. In: **II Encontro Regional de Educação Matemática**. Natal, 2009.

GUIMARÃES, O. L. C. Cálculo diferencial e integral: do algebrismo as representações múltiplas. In: **Anais 25ª Reunião Anual da Anped**. Caxambu, 2002.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da física: mecânica**. v. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

MÁXIMO, A.; ALVARENGA, B. **Curso de física**. v. 3. São Paulo: Scipione, 2010.

PALIS, G. R. Computadores em Cálculo: uma alternativa que não se justifica por si mesma. **Temas e Debates**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano 8, n. 6, 1995, p. 22-38.

SANTOS, D. A. T. **A inclusão do cálculo diferencial e integral no currículo do Ensino Médio**. Trabalho de conclusão do curso de Matemática, Universidade Severino Sombra. Vassouras, 2006.



INTERACTION BETWEEN HIGH SCHOOLS AND ENGINEERING: A CONTEXTUALIZED APPROACH LIMIT IN ELECTROSTATIC.

Abstract: *In recent years there has been a defense in favor of inclusion of elements of differential and integral calculus in high school, together with physics content. Thus, it is intended to promote a teaching-learning activity where the concept of limit of a function is worked in context, in physics. The concept of electric power is used to explain the tendency of a function. The closer, the greater the force of attraction or repulsion between charges of like sign. But what happens to the amount of force when they approach or withdraw two charges to the fullest? A mathematical model was made from an empirical model, which adopted distance values smaller, leading students to conclude that the force tends to very large values. When adopted values increasing distance, the force decreased to near zero results. Thus, the students could understand the meaning of limit of a function tends to zero and infinity. When applied in other situations, students were able to identify the limits of functions, showing that a contextualized approach issue in high school can be successful.*

Keywords: *mathematical modeling; Limit of a Function; Electric Force; disciplinary integration.*