



MODELAGEM TECNOMATEMÁTICA EM CURSOS DE ENGENHARIA: POSSIBILIDADES PARA O ROMPIMENTO DA ENCAPSULAÇÃO DAS DISCIPLINAS DE CÁLCULO

Rutyle Ribeiro Caldeira – rutylele@yahoo.com.br

CEFET MG – Campus Timóteo
Avenida Amazonas, 1193, Vale Verde
35183-006 – Timóteo – MG

Marco Antônio Brasil - marcobrasil52@hotmail.com

CEFET MG – Campus Timóteo
Unileste MG - Centro Universitário do Leste de Minas Gerais
Avenida Tancredo Neves, 3500, Universitário
35170-056 - Coronel Fabriciano - MG

Resumo: Neste artigo pretendemos discutir como a modelagem matemática aliada às tecnologias computacionais pode possibilitar o rompimento da “encapsulação” das disciplinas de Cálculo em cursos de engenharia. O termo “encapsulação” foi utilizado por Engeström (2002) ao referir-se sobre a descontinuidade entre os conhecimentos escolares e os demais conhecimentos da vida cotidiana. Analogamente, será utilizado o termo “encapsulação” para referenciar a descontinuidade entre os conhecimentos do Cálculo e os demais conhecimentos necessários para a formação do engenheiro. Para tanto, observamos que a modelagem matemática e as tecnologias computacionais tendem a fundirem-se a ponto de não ser mais possível uma definição precisa que delimite uma fronteira entre cada uma delas em atividades de modelagem. Ainda, considerando a matemática como uma tecnologia, precisamos refletir sobre o real papel das disciplinas de Cálculo para a formação do engenheiro, pois sendo uma tecnologia, a matemática pode assumir um caráter obsoleto, abrindo precedente para outras tecnologias que a substitua, como as tecnologias computacionais.

Palavras-chave: Tecnologias, Modelagem Matemática, Cálculo, Engenharia.

1. MODELAGEM MATEMÁTICA, TECNOLOGIAS E ENCAPSULAÇÃO

Atualmente, a produção de conhecimentos está condicionada às demandas das grandes empresas. As universidades, que em grande parte mantêm centros de pesquisa e desenvolvimento, ficam limitadas às pesquisas que contemplem melhorias relacionadas à produção otimizada. Ocorre que, tanto o desenvolvimento tecnológico computacional, baseado na implementação de softwares eficazes e capazes de promover aumento da produtividade, quanto os processos de otimização da produção são aparados pelo desenvolvimento Matemático. A Matemática requerida para a resolução de problemas (na

Realização:

 **ABENGE**

Organização:



**O ENGENHEIRO
PROFESSOR E O
DESAFIO 卐 EDUCAR**



desenvolvimento de novas tecnologias, torna-se mais complexa e abstrata. Vale ressaltar que as tecnologias computacionais originaram-se do campo da Matemática “pura”. E hoje em dia fica difícil saber que ajuda quem em seu desenvolvimento.

E mais ainda, educar um sujeito capaz de agir de modo efetivamente crítico na sociedade é uma tarefa complicada quando se trata do modelo educacional vigente em universidades brasileiras. Em particular, embora o ensino de Matemática ainda esteja fortemente amparado pelo tradicionalismo, a Modelagem Matemática tem sido uma tendência muito discutida na Educação Matemática. Para Rodney Bassanezi, Modelagem Matemática consiste:

na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. ... A modelagem pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa. (BASSANEZI, 2006, p.16)

Bassanezi (2006, p. 17, grifo nosso) afirma que “A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que **alia teoria e prática**, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la”. Várias são as vantagens que o uso da Modelagem Matemática no decorrer das disciplinas de Cálculo nos cursos de engenharia podem proporcionar: potencializa a resolução de problemas da realidade de cada curso; promove a multidisciplinaridade entre as disciplinas de Cálculo e as demais disciplinas dos cursos; aproxima conhecimentos teóricos e práticos; dentre outros.

Além disso, diversos estudos sobre Modelagem Matemática como estratégia para construção de conhecimentos matemáticos indicam uma tendência para o ensino de Matemática, de forma a aproximar a Matemática da realidade, principalmente se aliados ao uso de tecnologias computacionais. Tal aproximação pode possibilitar a formação de indivíduos críticos, o que inclui desenvolvimento de habilidades para *operar* os diversos tipos de tecnologias demandadas pelos novos conteúdos do trabalho, devido à própria essência da Modelagem Matemática, que pauta na resolução de problemas reais por meio de estratégias matemáticas e computacionais.

A Modelagem Matemática no contexto dos cursos de Engenharia pode ser considerada como um ambiente de convergências de perspectivas da própria Modelagem Matemática, onde a Matemática Aplicada motiva e é motivada pela Educação Matemática. O conhecimento matemático estrutura e é estruturado pela resolução do problema da realidade em questão.

A formação profissional em universidades brasileiras tem sido constantemente associada a uma formação teórica, muitas vezes desvinculada da prática e a prática como consequência de uma sólida formação teórica. Esta associação foi desconstruída por Schön (2000), em sua obra *Educando o Profissional Reflexivo*, que propõe uma formação profissional que interage teoria e prática, em um ensino reflexivo, baseado no processo de reflexão-na-ação, ou seja, um ensino cujo aprender através do fazer seja privilegiado; um ensino cuja capacidade de refletir seja estimulada através da interação professor-aluno em diferentes situações práticas. Porém, não raras vezes, as disciplinas da área de Matemática não conseguem estabelecer relações com as demais atividades demandadas dos cursos de engenharia e, assim, deixam de desempenhar papéis fundamentais, como embasar o futuro engenheiro para atuar como profissional reflexivo, capaz de agir efetivamente (e criticamente) no mercado de trabalho e



na sociedade. A Modelagem Matemática pode desempenhar papel relevante na formação de profissionais *reflexivos*, pois os que estão engajados nesta atividade buscam todo o tempo interconexões entre *realidade* e matemática.

Álvaro Vieira Pinto¹, em sua grandiosa obra *O Conceito de Tecnologia* afirma que “toda ação está obrigada a seguir certos caminhos, reconhecidos úteis no correspondente momento do progresso humano. Tal modo de proceder é o que se chamará de técnica” e ainda afirma “a técnica está presente por definição em todo ato humano”. Tal autor coloca alguns diferentes significados para o termo *Tecnologia*:

- (a) ... a teoria, a ciência, o estudo, a discussão da técnica, abrangidas nesta última noção as artes, as habilidades do fazer, as profissões e, generalizadamente, os modos de produzir alguma coisa. ... “logos da técnica”;
- (b) ... “tecnologia” equivale pura e simplesmente a técnica;
- (c) ... “tecnologia” entendido como o conjunto de todas as técnicas de que dispõe uma certa sociedade, em qualquer fase histórica de seu desenvolvimento;
- (d) ... a palavra tecnologia menciona a ideologia da técnica. (PINTO, 2005, p. 219)

A ciência da criação intelectual, denotada por “heurística”, cujo objeto consiste em “descobrir o método de descobrir”, coloca o “técnico”, com sua individual inteligência criadora de invenções encomendadas pelos detentores do poder, como sendo o ser efetivamente ativo do pensamento inventivo. Álvaro Pinto corrobora a importância da produção de modelos matemáticos ou físicos na transmissão das informações nas complexas redes neurônicas. Desse modo, podemos refletir sobre o atual papel das disciplinas de Cálculo em cursos de engenharia.

A Matemática pode ser assim considerada como um conjunto de técnicas e ser tratada como uma tecnologia. Tal tecnologia surgiu bem antes dos computadores que também, inevitavelmente, são tratados como tecnologias do nosso tempo. Observamos também que a Matemática evoluiu suas técnicas conforme as sociedades evoluíram, o que possibilitou a criação de *máquinas inteligentes* – os softwares e hardwares.

Neste artigo pretendemos discutir como as tecnologias computacionais e a matemática podem atuar em atividades de Modelagem Matemática podendo proporcionar o rompimento da “encapsulação” das disciplinas de Cálculo em cursos de engenharia. Engeström (2002) aborda a questão da descontinuidade entre atividades escolares e atividades fora da escola, segundo a denominada por ele, Teoria da Aprendizagem Expansiva. No referido artigo, Engeström coloca os conhecimentos escolares como algo encapsulado, distante da realidade cotidiana dos indivíduos que participam de tais práticas - *encapsulação da aprendizagem escolar*. Ele enfatiza os motivos que levam os indivíduos a participarem de atividades escolares, colocando que na maioria das vezes, os indivíduos não aprendem para a vida, mas para a escola. Frequentemente, em variadas esferas da sociedade atual, ouvimos pessoas falando que “precisam estudar para a prova” e são raras as vezes que ouvimos pessoas falando que “precisam estudar para aprender”. As provas que em sua maioria, focam em habilidades e competências individuais, podem ser fatores geradores de tal contradição. Sistemas de atividades educacionais que visem a conexão entre a atividade do professor (ensinar) e a

¹ Paulo Freire o chamava de “meu mestre”.



atividade do aluno (aprender), podem ser capazes de superar a *encapsulação da aprendizagem escolar*. No referido artigo, Engeström aborda uma atividade cotidiana: a busca pelo entendimento das *fases da lua*, respondendo à pergunta *Porque a lua muda a sua forma?* Para ele, todas as atividades escolares deveriam ser iniciadas com questões-problema que instiguem os participantes a pensarem, refletirem e buscarem entendimento para tal questão. A dificuldade parece estar na escolha de tais questões que, mesmo sendo feitas em coletividade, podem não ser de interesse de todos os participantes da atividade escolar. Ainda, durante a vida, são inúmeras as questões-problema que permanecem sem entendimento, sem solução, sem significado para os indivíduos. Portanto, sistemas de atividades escolares que sejam baseados na busca de solução/entendimento de questões-problema são necessários, porém não suficientes para romper a encapsulação da aprendizagem escolar.

Engeström (2002) nos motivou a refletir acerca do entendimento de questões-problema que possam ser solucionados por meio das ferramentas do Cálculo, através da Modelagem Matemática e Computacional. Entendo que a Modelagem Matemática ao ser considerada um ambiente de aprendizagem, constitui um sistema de atividades escolares que pode ser capaz de romper a encapsulação do conhecimento escolar.

2. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS: A TECNOMATEMÁTICA EM QUESTÃO

Uma Equação Diferencial é definida como “uma equação que contém as derivadas ou diferenciais de uma ou mais variáveis dependentes, em relação a uma ou mais variáveis independentes, é chamada de **equação diferencial (ED)**” (ZILL & CULLEN, 2008, p. 2, grifo dos autores). Vale ressaltar que as primeiras motivações ao estudo das equações diferenciais vieram da Mecânica quando teorias como o *Movimento dos Planetas* ou as *Oscilações de um Pêndulo* puderam ser estudadas como *modelos matemáticos* através do *Cálculo*. O *Cálculo*, que compreende o *Cálculo Diferencial* e o *Cálculo Integral*, é um campo do conhecimento que contou com a contribuição de muitos estudiosos de vários povos. Mas foi a partir dos trabalhos do matemático e físico inglês Isaac Newton e do matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz que foi tornando-se possível descrever através da função incógnita y da variável independente x e pelo menos uma derivada de y em relação à x , os *princípios associados aos processos de observação dos fenômenos naturais* ou as *propriedades de uma curva ou família de curvas*. Se as funções incógnitas $y', y'', y''', \dots, y^{(n)}, n \in \mathbb{N}^*$, dependem apenas da variável independente x de uma função y em relação a x , $y = y(x)$, a equação se diz uma *equação de derivadas ordinárias*, *Equação Diferencial Ordinária* ou *EDO*. Se as incógnitas são derivadas parciais, a equação é denominada *Equação Diferencial Parcial* ou *EDP*.

HABRE (2002, p. 2), afirma que “Equações Diferenciais são belas aplicações de ideias e técnicas de cálculo para solucionar vários problemas da vida real”². Por esse motivo, o desenvolvimento das Equações Diferenciais Ordinárias potencializou o desenvolvimento da Matemática Aplicada, que tem como objeto a descrição ou modelagem do comportamento de algum sistema ou fenômeno em termos matemáticos.

² Tradução realizada por mim de: “Differential equations are a beautiful application of the ideas and techniques of calculus to solve various real life problems”.



O termo Tecnomatemática, doravante utilizado, objetiva amalgamar as técnicas matemáticas e as demais técnicas computacionais em atividades de Modelagem. Para tanto, percebemos que uma implica na outra e que os possíveis usos das tecnologias computacionais podem representar uma evolução das técnicas matemáticas que, na maioria das vezes, utilizam apenas lápis e papel para serem desenvolvidas.

Ressaltamos aqui que não estamos apenas tentando argumentar que o uso dos computadores otimizam as atividades de Modelagem mas acima de tudo as modificam. Não modificam apenas os meios de desenvolvimento, como a transição do lápis e papel para as telas do computador, mas modificam os caminhos percorridos pelos indivíduos na busca pela solução do problema proposto.

Uma equação diferencial ordinária e/ou o desenvolvimento de um programa computacional podem ser ferramentas na resolução de um problema real por meio da Modelagem. Os indivíduos ao se depararem com o problema a ser resolvido, buscam por técnicas, ferramentas e materiais que estejam disponíveis para os auxiliarem na resolução do problema por meio da Modelagem.

A seguir descrevo uma atividade de Modelagem Tecnomatemática desenvolvida com alunos do curso de Engenharia da Computação do CEFET MG – Unidade Timóteo.

3. CONTEXTO E SUJEITOS DA ATIVIDADE

A atividade de Modelagem Matemática aqui relatada foi vivenciada por 16 alunos do curso de Engenharia da Computação do CEFET MG – Unidade Timóteo, no segundo semestre de 2011.

Os alunos matriculados na disciplina Cálculo III, que engloba os conteúdos de Equações Diferenciais Ordinárias, foram convidados para participarem de uma atividade de Modelagem Matemática com o objetivo de coletar dados para uma pesquisa de interesse acadêmico. Eles aceitaram o convite. A atividade foi gravada em áudio e vídeo com duração de aproximadamente 2,5 horas. Alguns diálogos foram transcritos. Visando preservar a identidade dos alunos, os nomes colocados neste texto não são os verdadeiros nomes dos alunos participantes da atividade. Expliquei para eles o objetivo da atividade e eles concordaram em serem filmados.

A turma era composta por 15 alunos matriculados regularmente na disciplina e 1 aluno que cursava a disciplina como “ouvinte”. Os 15 alunos regularmente matriculados na disciplina que participaram da atividade tinham sido reprovados em alguma das disciplinas de Cálculo (I, II ou III), dentre eles, 5 já tinham sido reprovados 3 vezes nessas disciplinas. O aluno “ouvinte” já tinha sido aprovado na disciplina, mas alegou que não havia aprendido suficientemente os conteúdos do Cálculo III (Equações Diferenciais Ordinárias), portanto estava assistindo e participando das aulas com o objetivo de aprender o que ele ainda não tinha aprendido. As reprovações em disciplinas de Cálculo não são novidade em universidades brasileiras, porém o interesse do aluno “ouvinte”, preocupado em aprender e não preocupado em apenas adquirir o título de engenheiro, isso sim é uma novidade.

Os alunos tinham em mãos papel, lápis, calculadora científica, celulares, computadores portáteis e o livro texto da disciplina Cálculo III (BOYCE & DIPRIMA, 2008).

Foi pedido que eles formassem 2 grupos de 5 alunos e um grupo de 6 alunos.

O *problema da previdência* por se tratar de uma de uma discussão atual, principalmente porque tem sido muito discutido na sociedade a questão da aposentadoria e da previdência, foi



apresentado aos alunos e solicitado que eles encontrassem um modelo matemático que representasse o problema da previdência para que pudéssemos fazer simulações e previsões que consequentemente poderia ser útil na tomada de decisões futuras.

A atividade foi organizada da seguinte forma: os grupos discutiriam e chegariam a um modelo que posteriormente seria socializado para os demais grupos. Cada grupo assumiria o papel de informar aos demais todos os caminhos que percorreram até chegarem ao esperado modelo tecnomatemático.

Em suma o problema é o seguinte:

Com o objetivo de fazer uma previdência particular uma pessoa deposita uma quantia de K reais (por exemplo 100 reais) por mês durante 20 anos (240 meses) (suponha que o depósito é feito continuamente a uma taxa de K reais por mês).

a) Supondo que neste período a taxa de juros seja de 1% ao mês (contínua) qual o valor a pessoa terá ao fim deste período?

b) Se após o período anterior esta pessoa quisesse fazer retiradas mensais, qual deve ser o valor destas retiradas para que em 20 anos tenha desaparecido o capital, mantendo a mesma taxa de juros?

Ao optar em apresentar este problema, imaginamos que os alunos fossem encontrar a equação diferencial que representa o problema, pensando inicialmente em modelar matematicamente a seguinte frase: *a taxa de rendimento financeiro é proporcional à quantidade presente mais a quantia depositada no presente*. Isto é, em cada mês t , calcula-se os juros de r % sobre o valor $S(t-1)$ e adiciona-se a este valor K reais. Matematicamente, temos o seguinte modelo que pode ser representado pela equação diferencial ordinária:

$$\frac{dS}{dt} = rS + K \quad (1)$$

Onde S é a quantia em reais que depende do tempo t , r é a taxa de juros mensal e K é o valor depositado mensalmente. Pensamos também que eles iriam resolvê-la usando o método do *Fator Integrante*, visto que eles já haviam estudado este método de resolução nas aulas anteriores e encontrariam a seguinte solução para a Equação (1):

$$S(t) = S_0 e^{rt} + \frac{K}{r} (e^{rt} - 1) \quad (2)$$

Onde S_0 é a quantia depositada inicialmente ao se abrir a previdência privada (tal valor pode ser inclusive zero).

4. ANÁLISE E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Relataremos a seguir o que realmente aconteceu.



Imediatamente após o problema ter sido explicitado, o aluno Kadú observa que a calculadora financeira faz este cálculo facilmente e afirma que se soubesse que o problema seria este teria trazido de casa da calculadora financeira. Chamaremos o grupo deste aluno de *Grupo 2*.

A aluna Dalú pergunta se pode fazer um programinha (programação de computadores) no C++ para resolver. Sim, porque não poderia? Ela responde que pensou que eu queria que resolvesse usando as equações diferenciais ordinárias. Mesmo querendo que eles resolvessem usando EDO, o processo e as ferramentas necessárias para a resolução foram deixados a escolha dos grupos. O grupo desta aluna, o qual chamaremos de *Grupo 1*, utiliza um computador portátil e começa a resolver o problema usando linguagem de programação C++.

O outro grupo, que chamaremos de *Grupo 3*, começa a resolver o problema usando programação e EDO ao mesmo tempo. O grupo se subdivide, 2 integrantes fazendo programação e 3 integrantes fazendo via EDO no papel e usando a calculadora científica.

Observamos que os grupos utilizaram estratégias distintas para resolverem o problema: no *Grupo 2*, um dos alunos ocupou um papel de liderança. Ele dava as ordens e tirava as dúvidas dos colegas. Eles fizeram uma discussão rica utilizando papel e lápis, tentaram usar EDO, mas não conseguiram, e posteriormente implementaram suas ideias no computador usando programação. Vale ressaltar que este aluno líder era o único do grupo que só havia reprovado uma única vez em disciplinas de Cálculo. Todos os outros integrantes do grupo tinham tido 3 reprovações em disciplinas de Cálculo.

No *Grupo 3*, o aluno “ouvinte” era um dos participantes. Ele e mais dois colegas resolveram o problema usando EDO. Os outros 2 colegas do grupo fizeram um subgrupo e resolveram o problema programando no computador. O aluno “ouvinte” após solucionar o problema exclama: “*Não compensa! Uai, eu vou ficar 20 anos juntando 100 reais por mês e no final das contas vou ter só 100 mil reais!*”. O mesmo aluno ao apresentar sua solução para os demais grupos disse “*sem esta complicação de EDO é mais fácil, mas como a gente tá estudando EDO, a gente resolveu usar EDO para resolver o problema*”.

Como o *Grupo 3* se subdividiu eles chegaram em dois modelos: um via EDO e outro via programação de computadores. Eles simularam que uma pessoa colocou inicialmente 1000 reais (S_0) a uma taxa de juros mensal de 1% (r) e que depositariam mensalmente 1000 reais (K). Em 240 meses (20 anos), usando a linguagem C++ a pessoa teria 465 mil reais e usando EDO a pessoa teria 467 mil reais. Imediatamente um aluno afirma: “*mas como assim? Deveria dar a mesma coisa! Tipo a programação e as EDOs tem que nos fornecer o mesmo resultado*”. Conferimos todos os cálculos feitos na modelagem usando EDO e depois conferimos o algoritmo feito usando a linguagem C++. Nada havia de errado em nenhum dos dois modelos tecnomatemáticos. De fato, todos nós esperávamos que desse o mesmo resultado, mas não deu.

Com base nesse dado empírico farei uma análise apoiada na perspectiva da Educação Matemática Crítica, na qual Ole Skovsmose (2001) propõe uma abordagem crítico-reflexiva para a Educação Matemática que deve relacionar ao ensino o ato de indagar, ou inquirir a vida em sociedade por meio da matemática, abrangendo uma dimensão crítica que evidencie o papel dos modelos Matemáticos na sociedade. Para o autor, Educação Matemática Crítica propõe intensificar a discussão política, em uma perspectiva crítica integrada ao conteúdo no aprendizado da matemática, com o propósito de promover reflexões sobre decisões sociais e econômicas.



A Matemática por ser uma linguagem abstrata, de difícil acesso e entendimento, muitas vezes é utilizada em debates políticos como sendo argumento incontestável, caracterizando seu uso como linguagem de poder. Na Educação Matemática Crítica, isto define a *Ideologia da Certeza*, denominada por Borba & Skovsmose (1997). Tal ideologia coloca modelos Matemáticos como incontestáveis e verdadeiros representantes da realidade. Isto pode ser observado em qualquer gênero argumentativo: “os números mostram...; os índices comprovam...” Esta ideologia deve ser combatida, e isto é um dos objetivos da Educação Matemática Crítica. Sob a mesma perspectiva, os Modelos Matemáticos podem criar uma nova realidade construída por eles, formatam a realidade. Isto define o *poder formatador* da Matemática. Um bom exemplo deste poder formatador é o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), que é calculado através de um modelo matemático cujo resultado varia entre 0 e 1. Tal resultado numérico é associado a cada cidade, país ou região. Com base no IDH os governos podem decidir sobre a distribuição de fundos para algum objetivo, por exemplo.

Ainda, SKOVSMOSE (2001, p. 89) afirma que “o conhecimento reflexivo tem como seu objeto o uso da matemática, e, portanto, torna-se importante sair da catedral do conhecimento formal para se ter uma visão mais geral dessa construção”. Além disso, tal autor (2001, p.115) faz distinção entre três tipos de conhecer que podem orientar uma educação matemática:

1) ***Conhecer matemático***, que se refere à competência normalmente entendida como habilidades matemáticas, incluindo-se competências na reprodução de teoremas e provas, bem como ao domínio de uma variedade de algoritmos – essa competência está focada na educação matemática tradicional, e sua importância tem sido especialmente enfatizada pelo movimento estruturalista ou pela “nova matemática”.

2) ***Conhecer tecnológico***, que se refere às habilidades em aplicar a matemática e às competências na construção de modelos. A importância do conhecer tecnológico tem sido enfatizada pela tendência dirigida para aplicações na educação matemática, que afirma que, até mesmo se os estudantes aprendem matemática, nenhuma garantia existe de que a competência desenvolvida é suficiente quando se trata de situações de aplicação. Mais do que a matemática pura, tem de ser dominado a fim de se poder aplicar a matemática. Essa competência extra, chamarei de competência tecnológica. [...]

3) ***Conhecer reflexivo***, que se refere à competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo. Reflexões tem a ver com avaliações das consequências do empreendimento tecnológico.

Dessa forma, fica delimitado que para Educação Matemática Crítica, o objetivo principal se concretiza quando se alcança o *conhecer reflexivo*. Além disso, a *Ideologia da Certeza* deve ser quebrada quando se objetiva o desenvolvimento do *conhecer reflexivo*.

Na atividade de modelagem, pretendeu-se extrapolar o *Conhecer Matemático* e o *Conhecer Tecnológico*, e alcançar o *Conhecer Reflexivo*. Naquele momento do desenvolvimento da disciplina várias aplicações das EDOs em situações extra matemáticas como por exemplo problemas de *crescimento populacional*, *resfriamento de corpos*, *logística*, *epidemias*, *misturas*, dentre outros, já haviam sido estudadas. Ao desenvolver tais aplicações



o objetivo era alcançar o *Conhecer Tecnológico* das EDOs. Ao desenvolver a atividade de Modelagem Tecnomatemática o objetivo foi alcançar o *Conhecer Reflexivo*.

O ensino das disciplinas de Cálculo em cursos de engenharia, ainda está muito alicerçado no tradicionalismo, impregnado pela *cultura da transmissão* pura e acabada de conceitos e fórmulas. Os alunos e professores “criados” por este sistema sentem muita dificuldade em avaliar os possíveis usos da matemática em empreendimentos tecnológicos, talvez porque tais empreendimentos estão vinculados inteiramente ao mundo real, à situações reais, que a matemática tradicional, formal, pode não dar conta.

No momento em que todos os participantes da atividade de modelagem se depararam com dois empreendimentos tecnológicos – EDO e programação, fornecendo resultados distintos, a *Ideologia da Certeza* foi, digamos, “colocada em xeque”. Depois de alguns minutos de conversa, chegamos a conclusão de que o modelo gerado utilizando-se as EDOs é uma aproximação de um modelo mais “exato” que foi gerado usando-se a programação. Fizemos algumas simulações usando lápis e papel. Todos os valores encontrados foram exatamente os mesmos que o programa nos fornecia. E tais valores sempre se aproximaram dos valores fornecidos pela função (2), resultado da EDO (1) explicitados acima.

As Equações Diferenciais Ordinárias, consideradas ao mesmo tempo objeto da Matemática e uma Tecnologia nos fornecem instrumentos que geram representações de realidades. Em atividades de Modelagem Tecnomatemática, percebemos mais nitidamente que tais representações não são exatas, mas sim aproximadas. No desenvolvimento da Modelagem Matemática, um convite à reflexão sempre se manifesta. Todo o tempo os participantes tem que refletir de forma a avaliar os usos da matemática em comum acordo com a realidade analisada. Assim, a dualidade entre matemática e realidade que embasa a Modelagem Matemática em todas as perspectivas, pode contribuir para a quebra da *Ideologia da Certeza Matemática*.

No momento em que o grupo simulou inicialmente 1000 reais (S_0) a uma taxa de juros mensal de 1% (r) e que depositariam mensalmente 1000 reais (K), em 240 meses (20 anos), questionamos sobre o motivo de tal simulação (valor inicial, quantia mensal, juro e prazo). Eles responderam que uma pessoa que quer fazer um financiamento de casa e se dispõe a pagar 1000 reais por mês, em 20 anos, consegue comprar hoje uma casa de aproximadamente 130 mil reais, financiando pelo banco Caixa Econômica Federal, e na verdade se a pessoa investir este dinheiro em 20 anos terá 465 mil reais. Isso considerando que a taxa de juros de 1%. Eles questionaram que na verdade os bancos pegam esses 1000 reais por mês e investem a juros muito mais altos, como por exemplo, os juros de cheque especial, juros de empréstimos para compra de automóveis, dentre outros.

Consideramos que a discussão aqui apresentada cumpriu o papel de promover reflexões sobre os usos da matemática e da tecnologia computacional em situações cotidianas, de tomadas de decisões que são demandadas pela vida em sociedade. Com isto podemos inferir sobre o rompimento da encapsulação das disciplinas de Cálculo, não somente relacionadas às demais atividades necessárias para a formação do engenheiro mas também o rompimento da encapsulação dos conhecimentos do Cálculo em relação à vida social dos indivíduos em formação.



5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tomando por base as reflexões teóricas, os posicionamentos e a experiência empírica explicitados até aqui, percebemos que os conhecimentos abordados nas disciplinas de Cálculo em cursos de engenharia, podem assumir papéis divergentes na formação dos engenheiros, ao utilizarmos a modelagem matemática. Isto se deve ao fato de que a modelagem matemática em sua essência multidisciplinar, proporciona relações entre “realidades” por meio da matemática. Aliada às tecnologias computacionais, a modelagem matemática assume um papel ainda mais reflexivo acerca das “realidades” a serem modeladas. Seria como se a matemática fosse uma “lente de aumento”, podendo permitir que as “realidades” sejam analisadas a ponto de fornecer subsídios para tomadas de decisões, através de simulações e previsões. Sendo assim, a modelagem matemática aliada às tecnologias computacionais pode representar papel relevante na formação do engenheiro, o que nos instiga a buscar resultados sobre a utilização de tais elementos durante o desenvolvimento das atividades que fomentam formar engenheiros.

Os docentes que se engajam em participar da formação matemática dos engenheiros, assim como os demais docentes que tem o mesmo objetivo, precisam ter em vista tais mudanças que (re)configuram o campo da educação no âmbito da formação dos engenheiros. Na última década, presenciamos um enorme avanço da transferência de tecnologia para o Brasil, o que nos leva a refletir sobre as possibilidades em utilizar os recursos já existentes nas aulas que compõem a formação do engenheiro. Mais do que isso, precisamos refletir que essas ferramentas mudam a maneira de resolver problemas. A linguagem matemática, muitas vezes, têm se mostrado ineficiente para a resolução de problemas. Isto se deve aos fatores facilidade e tempo. Muitas vezes é bem mais fácil e rápido utilizar outros tipos de ferramentas, que auxilie a resolução dos problemas, como por exemplo a utilização da programação de computadores.

Ressaltamos que não estamos debatendo apenas a utilização de ferramentas computacionais, como softwares matemáticos, que podem auxiliar na resolução de problemas reais por meio da matemática. Estamos instigados em compreender como a modelagem matemática se (re)configura, passando a ser uma modelagem tecnomatemática, quando a programação de computadores é utilizada. Além disso, percebemos que a programação de computadores se torna mais acessível por se tratar de uma ferramenta que pode ser “criada” a partir da lógica e do entendimento do fenômeno real que se deseja analisar por meio da modelagem.

Observamos também que a modelagem matemática pode contribuir para que possamos extrapolar o *conhecer matemático* e o *conhecer tecnológico* e alcançar o *conhecer reflexivo*, pois a modelagem abre caminho para reflexões acerca da “realidade” a ser modelada, assim como a utilização da matemática como recurso tecnológico, impregnado de ideologias.

Com isto, a modelagem tecnomatemática pode facilitar o rompimento da *encapsulação* das disciplinas de Cálculo em cursos de Engenharia, o que pode “encurtar” significativamente a distância entre conhecimentos do Cálculo e os demais conhecimentos necessários para a formação do engenheiro crítico e reflexivo.

Agradecimentos



Gostaríamos de agradecer a todos os alunos participantes da atividade relatada neste artigo. Agradecemos também a todos que direta ou indiretamente contribuíram para que pudéssemos refletir acerca da problemática do ensino de Cálculo em cursos de Engenharia. Muito obrigado a todos os que nos influenciaram com ideias contidas em inúmeras leituras que fizemos, em anos de experiência como professores, onde pudemos sempre contar com o desafio e as possibilidades de explorar, de questionar, de discutir, de propor, de refletir acerca das ações pedagógicas e transformá-las, pois acreditamos que somente através da transformação contínua, os docentes estarão aptos a darem conta da complexidade que se encontra a sala de aula brasileira que se propõe a formar o engenheiro no Brasil.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASSANEZI, R. C. *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2006.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. The Ideology of Certainty in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, Kingston, v. 17, n. 3, p. 17-23, 1997.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*. 9 ed. LTC: Rio de Janeiro, 2008.

ENGESTRÖM, Y. Non scolae sed vitae discimus: Como superar a encapsulação da aprendizagem escolar. In: Daniels, Harry. *Uma Introdução à Vygotsky*. p. 175-198. São Paulo: Edições Loyola, 2002.

HABRE, S. Writing In a Reformed Differential Equations Class. In: *International Conference On The Teaching of Mathematics At The Undergraduate Level, 2*. Crete, 2002.

PINTO, A. V. *O Conceito de Tecnologia*. Vol. I. 1 ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

PINTO, A. V. *O Conceito de Tecnologia*. Vol. II. 1 ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.



SCHÖN, D. A. *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Tradução: Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. 2 ed. São Paulo: Papyrus, 2001.

ZILL, D. G. & CULLEN, M. R. *Equações Diferenciais*. 3 ed. PEARSON: São Paulo, 2008.

TECNOMATHEMATICS MODELING IN ENGINEERING COURSES: POSSIBILITIES FOR THE DISRUPTION OF THE ENCAPSULATION OF THE DISCIPLINES OF CALCULUS

Abstract: *In this article we intend to discuss how the mathematical modeling combined with computer technology can facilitate the disruption of the "encapsulation" of the disciplines of calculus in engineering courses. The term "encapsulation" was used by Engeström (2002) referring to about the discontinuity between school knowledge and other knowledge of everyday life. Similarly, we will use the term "encapsulation" to refer to the discontinuity between the knowledge of calculus and other knowledge necessary for the formation of the engineer. For this, we observed that the mathematical modeling and computer technologies tend to merge to the point of no longer possible a precise definition that demarcates the boundary between each of them in modeling activities. Still, considering mathematics as a technology, we need to think about the real role of the disciplines of Calculus for the formation of the engineer, as being a technology, the mathematics can assume an obsolete character, opening a precedent for other technologies which may replace it, as computer technologies.*

Key-words: *Technologies, Mathematics Modeling, Calculus, Engineering.*