

JOGOS DIDÁTICOS APLICADOS AO ENSINO DE ENGENHARIA – PROJETO E CONSTRUÇÃO DE CATAPULTAS DO TIPO TRABUCO

Inácio Benvegnu Morsch – morsch@ufrgs.br

Marcelo Maia Rocha – mmrocha@ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Depto. Engenharia Civil
Osvaldo Aranha 99, 3º andar
90035-190 – Porto Alegre - RS

***Resumo:** Este trabalho apresenta a experiência com o emprego de jogos didáticos envolvendo o projeto e construção de catapultas do tipo trabuco como uma atividade complementar às aulas da disciplina Mecânica Vetorial do Curso de Engenharia Civil da UFRGS. A atividade proposta consiste em projetar, construir, calibrar e testar, numa competição, catapultas gravitacionais do tipo trabuco. As únicas condições impostas ao projeto são o peso da massa propulsora, 30N e o peso do projétil que é de 0,3 N. Quatro competições já foram realizadas e considerações a respeito dos resultados obtidos são apresentadas.*

***Palavras-chave:** jogos didáticos, catapulta, mecânica dos corpos rígidos*

1 INTRODUÇÃO

O ensino das disciplinas básicas de um curso de Engenharia é um desafio constante para o professor principalmente considerando que este deve não somente ensinar, mas também motivar o aluno a estudar. O aluno inicial de Engenharia cursa diversas disciplinas de Matemática e Física, mas normalmente tem dificuldade na aplicação destes conhecimentos na solução de problemas de Engenharia. Nesse sentido, a disciplina de Mecânica Vetorial é o primeiro contato do aluno de Engenharia Civil da UFRGS com uma disciplina de Engenharia. Além disso, trata-se de uma disciplina que integra conhecimentos de Cálculo, Álgebra Vetorial, Geometria Analítica, Desenho e Física. Essa realidade faz com que o aluno tenha dificuldades na disciplina, o que leva a elevados índices de reprovação. Nesse contexto é fundamental propor atividades alternativas que motivem os alunos e que forcem estes a aplicar os conhecimentos de Física e Matemática na solução de problemas práticos.

O emprego de jogos didáticos no ensino da Engenharia Civil da UFRGS já apresenta um caso de grande sucesso que é a Competição de Pontes de Espaguete (GONZALES et al., 2005). Resumidamente essa competição consiste em projetar, construir e ensaiar uma ponte construída com espaguete e cola epóxi, que deve pesar no máximo 900 gramas e deve vencer um vão de 1 m recebendo uma carga no centro do vão. A Competição de Pontes de Espaguete é realizada todo semestre desde 2004 e já está na XV edição sendo que o recorde de carga igual a 1620 N. Atualmente trata-se de um evento da UFRGS, ver www.ufrgs.br/espaguete, que já foi amplamente divulgado nos meios de comunicação; rádio, televisão, jornal e Internet; que é aguardado pelos alunos todo o semestre e que conta com uma considerável participação dos familiares destes.

O trabalho envolvendo a Competição de Pontes de Espaguete é usado como trabalho opcional das disciplinas Mecânica Vetorial, Mecânica Estrutural I e Mecânica Estrutural II. Essa estrutura levou a um certo desinteresse dos alunos, que muitas vezes participavam de três competições de espaguete ao longo do seu curso. Logo, buscou-se uma alternativa de jogo didático que fosse mais relacionada com a disciplina Mecânica Vetorial. Com isso nasceu a idéia da construção de catapultas gravitacionais. O trabalho proposto consiste em projetar, construir, calibrar e testar uma catapulta do tipo trabuco. Nessa atividade o aluno aplica conhecimentos de Estática, Geometria das Massas, Dinâmica, e também desenvolve habilidades de projeto, de estudo de sensibilidade de variáveis aplicadas num experimento, de trabalho em grupo e apresentação de relatório.

A primeira etapa do trabalho consiste no projeto da catapulta. Para tal as únicas limitações impostas são o peso da massa propulsora, que é de 30 N e o peso do projétil, que é de 0,3 N. Deve-se também destacar que a catapulta deve obrigatoriamente ser do tipo gravitacional ou seja outras formas de armazenamento de energia não são permitidas. As dimensões da catapulta, o estilo construtivo e os materiais empregados são livres, o que favorece ao uso da imaginação dos alunos.

O projeto da catapulta consiste em estabelecer valores para as variáveis de projeto e simular numericamente o funcionamento dessa. A partir dos resultados da simulação numérica são estabelecidos os parâmetros dimensionais do projeto final da catapulta, que depois deve ser construída e calibrada. Essa etapa é extremamente importante para um funcionamento efetivo da máquina e pode ser usado como estudo de análise de experimentos. Terminada a calibração, as catapultas são testadas numa competição na qual cada máquina deve disparar três projéteis.

Os resultados obtidos em termos da motivação dos alunos são animadores. Antes desta atividade, a última área da disciplina Mecânica Vetorial, que é a Dinâmica, apresentava os maiores índices de reprovação e com a introdução dessa atividade obteve-se uma redução nesses índices. Apresenta-se a seguir um detalhamento da atividade proposta.

2 CATAPULTA - TRABUCO

Uma catapulta trabuco, mais conhecida pelo termo em francês: *trebuchet*, pode ser descrita como sendo composta por uma barra articulada, sendo num extremo dessa barra colocado um contrapeso significativo e no outro extremo é instalada uma funda de Davi. A barra é abaixada para carregar o projétil na funda e através de um mecanismo de disparo, o giro da barra é liberado havendo um movimento brusco do contrapeso e o lançamento do projétil. Diferente do que se possa imaginar, a idéia dessa máquina não é romana e nem grega. Trata-se de uma invenção mais recente, que foi introduzida pela França em operações de cerco realizadas no século XII (descrições detalhadas de uma *trebuchet* datam de 1280) (TOMS, 2006). No entanto, a idéia original desta é chinesa e foi introduzida na Europa pelos povos árabes ao fim do século VI. Com as invasões muçulmanas, ela foi levada para o resto da Europa e em pouco tempo substituiu as antigas catapultas devido ao seu poder de destruição. No início, a *trebuchet* era tracionada por força humana, mas os engenheiros medievais introduziram o uso do contrapeso articulado na barra de lançamento. Registros históricos indicam que projéteis com até 1,3 kN de peso eram arremessados a distâncias de até 400 metros (TOMS, 2006). A *trebuchet* permaneceu em uso mesmo após o surgimento das bombardas (canhão primitivo), que também disparavam projéteis de pedra, os quais que deviam ter a sua forma trabalhada. Com a fabricação e uso de projéteis de chumbo os canhões foram ganhando espaço, sendo que as catapultas foram abandonadas no século 16. A figura 1 ilustra um modelo de trabuco construído por alunos.



Figura 1 – Catapulta com peso propulsor rotulado.

3 DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

A atividade é composta do projeto, construção, calibração e teste da catapulta. O projeto passa pela proposta do modelo mecânico, definição das variáveis de projeto e simulação.

3.1 Projeto do trabuco

O primeiro passo do projeto é estabelecer o modelo mecânico e suas correspondentes variáveis. A figura 2 ilustra um modelo mecânico que representa a maioria das catapultas trabuco. Cabe destacar que embora a barra DCB seja rígida, os segmentos DC e CB, numa solução genérica, não precisam estar alinhados, embora seja esta a solução mais comum.

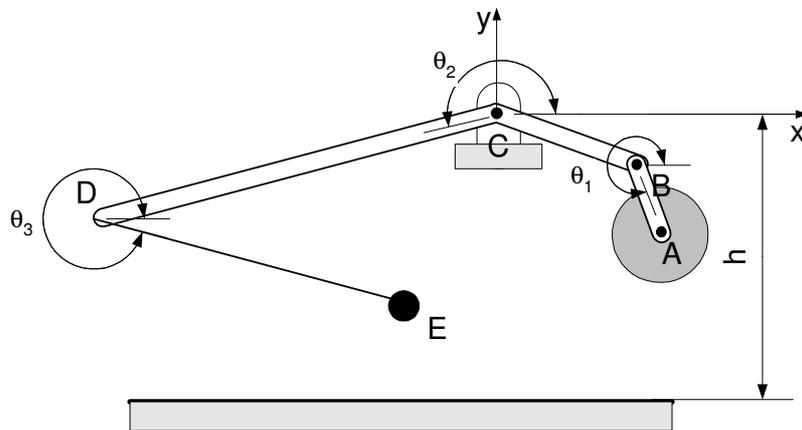


Figura 2 – Esquema genérico do modelo mecânico da catapulta.

O modelo mecânico proposto é constituído das seguintes partes: um contrapeso A com coordenadas (x_A, y_A) , massa m_A , e inércia rotacional I_A ; uma articulação B com coordenadas (x_B, y_B) , que pode ou não transmitir momento fletor; uma barra rígida de massa desprezível, BA ; um mancal fixo C centrado na origem do sistema de referência e situado a uma altura h do solo; uma estrutura rígida de massa m_{DCB} apoiada no mancal C e cuja extremidade D tem coordenadas (x_D, y_D) ; um cabo DE de massa desprezível e inextensível;

um projétil, E, centrado no ponto (x_E, y_E) , com massa m_E e momento de inércia de massa desprezível.

As forças externas atuantes no sistema são os pesos correspondentes às massas m_A e m_E , e as reações no mancal. A configuração inicial é dada pelo projétil apoiado sobre o solo, com todas as velocidades nulas. É importante destacar que os pesos estabelecidos de 30 N e 0,3 N foram obtidos a partir de uma análise de escala e similaridade com os parâmetros de uma catapulta em escala real de uso (peso propulsor de 10 kN e comprimento da barra de lançamento igual a 15 m).

As variáveis do modelo mecânico a serem determinadas são os ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 . Para tal a catapulta é considerada um corpo rígido e a seguir são definidas as relações cinemáticas e os diagramas de corpo livre. O movimento do trabuco pode ser descrito por um conjunto de equações diferenciais, que devem ser resolvidas para se obter uma solução contínua. Alternativamente pode-se trabalhar nas equações de equilíbrio e empregar um método de integração direta. Nesse caso as equações de equilíbrio são satisfeitas num número finito de instantes de tempo. O método de integração direta empregado nesse trabalho é o método das diferenças centrais (GROEHS, 1999). As equações de movimento que governam o problema estão apresentadas nas Equações (1) a (10).

$$m_E r_{CDy} \alpha_2 + m_E r_{DEy} \alpha_3 - T u_{DEx} + \mu N_E = m_E (a_{Dnx} + a_{Enx}) \quad (1)$$

$$-m_E r_{CDx} \alpha_2 - m_E r_{DEx} \alpha_3 - T u_{DEy} + N_E = m_E (g + a_{Dny} + a_{Eny}) \quad (2)$$

$$m_A r_{BAy} \alpha_1 + m_A r_{CBx} \alpha_2 + B_x = m_A (a_{Anx} + a_{Bnx}) \quad (3)$$

$$-m_A r_{BAx} \alpha_1 - m_A r_{CBx} \alpha_2 + B_y = m_A (g + a_{Any} + a_{Bny}) \quad (4)$$

$$-m_A (r_{BAy}^2 + r_{BAx}^2 + R_A^2) \alpha_1 - m_A (r_{BAy} r_{CBx} + r_{BAx} r_{CBx}) \alpha_2 + M_B = \quad (5)$$

$$m_A r_{BAx} (g + a_{Bny} + a_{Any}) - m_A r_{BAy} (a_{Bnx} + a_{Anx})$$

$$m_{DCB} r_{CGy} \alpha_2 + T u_{DEx} - B_x + C_x = m_{DCB} a_{Gnx} \quad (6)$$

$$-m_{DCB} r_{CGx} \alpha_2 + T u_{DEy} - B_y + C_y = m_{DCB} (g + a_{Gny}) \quad (7)$$

$$-m_{DCB} (r_{CGy}^2 + r_{CGx}^2 + R_{DCB}^2) \alpha_2 + (-u_{DEx} r_{CDy} + u_{DEy} r_{CDx}) T + r_{CBx} F_{Bx} \quad (8)$$

$$-r_{CBx} F_{By} - M_B = m_{DCB} (-g r_{CGx} + r_{CGy} a_{Gnx} - r_{CGx} a_{Gny})$$

$$\text{Se } y_E > -h \quad \rightarrow \quad N_E = 0$$

$$\text{Se } y_E = -h \quad \rightarrow \quad \alpha_2 r_{CDx} + \alpha_3 r_{EDx} = -a_{Dny} - a_{Eny} \quad (9)$$

$$\text{Necessariamente } y_E \geq -h$$

$$\begin{aligned} \text{Se B é uma rótula} &\rightarrow M_B = 0 \\ \text{Se B é rígido} &\rightarrow \alpha_1 - \alpha_2 = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Nessas equações T é a força [N] atuante no cabo, r representa um vetor posição [m]; α_1, α_2 e α_3 são as acelerações angulares [rad/s²] correspondentes aos ângulos θ_1, θ_2 e θ_3 ; u_{DEx} e u_{DEy} são os cossenos diretores do segmento DE com as direções x e y ; μ é o coeficiente de atrito cinético entre o projétil e a pista de deslizamento do trabuco; N_E é a reação normal [N] entre a pista de deslizamento e o projétil; a_{Dnx} e a_{Enx} são as componentes na direção x das acelerações normais [m/s²] medidas nesses pontos; a_{Dny} e a_{Eny} são as componentes na direção y das acelerações normais medidas nesses pontos; g é a aceleração da gravidade [m/s²]; R_A é o raio de giração [kgm²] do peso A; e R_{DCB} é o raio de giração da barra de lançamento; B_x e B_y são as reações no ponto B; C_x e C_y são as reações na rótula C, M_B é o momento [Nm] e y_E é a coordenada y do ponto E.

Parâmetros do projeto

Como as massas propulsora e do projétil estão fixas, os parâmetros do projeto, figura 3, são: altura da articulação da barra de lançamento (h), ângulo da barra na posição de disparo em relação a horizontal (β), relação entre os comprimentos do braço longo (l_{DC}) e braço curto (l_{BC}) e comprimento dos cabos de lançamento.

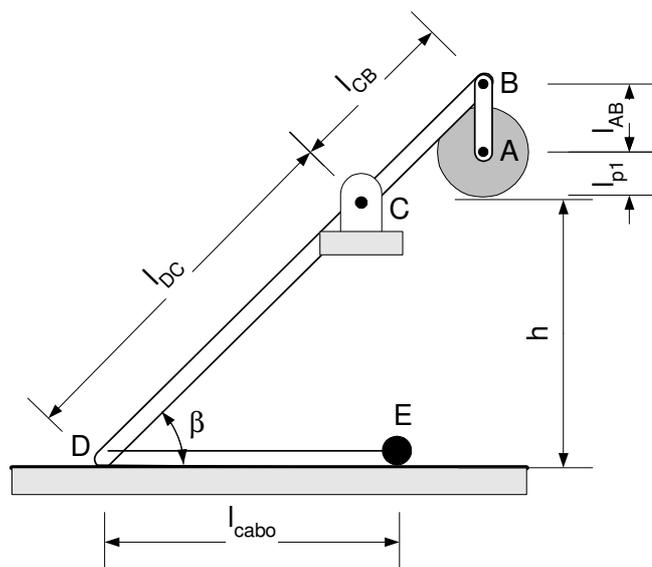


Figura 3 – Parâmetros de projeto.

A barra articulada BA ter o seu comprimento estabelecido de modo a respeitar a condição $l_{BC} + l_{AB} + l_{p1} < h$ evitando deste modo o impacto do contrapeso contra o piso do trabuco. Como em todo projeto é necessário estabelecer um ponto de partida ou melhor um projeto padrão, que é formado a partir do conhecimento prévio que se tem do problema. Nesse sentido um bom ponto de partida é obtido considerando-se $\beta = 45^\circ$, $l_{DC} / l_{CB} = 4$ e $l_{cabo} = l_{DC}$. Vale destacar que a escolha dos materiais a serem usados para a barra de lançamento e para a estrutura do trabuco também são fatores importantes a serem definidos.

Outra questão importante é a geometria da barra DCB, que deve apresentar pouca massa, logo essa barra deve ter preferencialmente geometria variável.

3.2 Construção do trabuco

Na etapa de construção o principal cuidado é que as rótulas C e B, se existir, devem se comportar como rótulas perfeitas. Outra questão importante é pensar o transporte da catapulta até o campo de testes, o que nem sempre é uma tarefa simples. Nesse sentido a rigidez do conjunto também é importante, bem como a possibilidade de realizar correções em campo.

Outro cuidado importante é dotar a catapulta de um gatilho de modo que o disparo possa ser feito com segurança, já que na etapa de calibração, essa catapulta pode disparar para trás e inclusive para cima. A figura 4 ilustra na esquerda uma catapulta em posição de disparo. Para facilitar o transporte a barra de lançamento é montada em campo. A figura 4 ilustra na direita uma catapulta construída inteiramente em alumínio. Ambas as máquinas têm estruturas laterais para garantir a estabilidade do conjunto durante o disparo, o que é fundamental considerando-se que a competição é realizada num campo de grama.



Figura 4 – Exemplos de catapultas do tipo trabuco.

3.3 Calibração do trabuco

O projeto mecânico abordado no item 3.1 define as variáveis básicas de projeto que tem uma influência geral no funcionamento da catapulta. No entanto, o que vai definir o disparo sempre para frente, minimizar a energia residual que não é entregue ao projétil e reduzir a variação na distância do disparo, é a calibração da catapulta. As variáveis que influenciam no comportamento da catapulta são: comprimentos dos cabos da funda; posição em que é preso a extremidade fixa de um dos cabos; posição, comprimento e ângulo do pino de lançamento, tamanho e formato da bolsa que forma a funda. O processo de calibração consiste basicamente em realizar disparos (experimentos) e alterar as variáveis anteriormente mencionadas, desse modo estabelece-se uma tabela onde se registra a condição de cada variável e o resultado obtido. Após vários disparos encontra-se um ponto de projeto que corresponda ao comportamento desejado da máquina.

3.4 Teste em campo do trabuco

O teste das catapultas é realizado num campo de grama plano com um comprimento mínimo de 100 m. Estabelece-se uma largura de 2 m definindo uma faixa de campo na qual a catapulta deve ser posicionada para disparar. Marca-se a origem do sistema de coordenadas e

a partir deste ponto a faixa de campo é marcada com bandeiras a cada 5 m iniciando-se de 10 m. Essa marcação é importante para agilizar a medição da distância alcançada pelo projétil. A figura 5 ilustra o teste em campo.



Figura 5 – Execução do teste em campo.

A catapulta que vai realizar os disparos é posicionada na faixa de campo demarcada para tal. A seguir mede-se a posição do centro de massa do peso propulsor na condição de armado para disparo e na posição de equilíbrio após o disparo. Essa medição é feita pelo professor e depois é comparada com os dados teóricos. Com esses dados pode-se determinar a energia potencial acumulada no peso propulsor.

Cada trabuco tem direito a realizar três disparos válidos. Ocorrendo disparo para trás é permitido fazer ajuste na máquina. Cada disparo é medido considerando o ponto de parada do projétil, por isso é importante que o campo seja plano. Considera-se como critério a parada do projétil porque torna a medição mais simples e porque este é feito de material mole, logo o movimento residual após atingir o solo pode ser considerado mínimo. Os projéteis são fabricados em massa de modelar de cor amarela. Para fabricar um projétil basta fazer uma esfera com a massa de modelar e depois envolver a esfera numa folha plástica fina. O peso do projétil é controlado em balança eletrônica.

3.5 Avaliação do trabalho

Cada catapulta deve ser construída por um grupo de até quatro alunos. A avaliação da atividade é feita considerando-se: Relatório, Qualidade do projeto, Catapulta que realizou o disparo com maior alcance, Catapulta que realizou o disparo médio com maior alcance, Catapulta com menor coeficiente de variação no disparo, Catapulta com melhor rendimento energético e Catapulta com melhor conjunto. Para o cálculo do disparo médio e do coeficiente de variação consideram-se os resultados de três lançamentos válidos por cada catapulta.

Cálculo do rendimento do trabuco

O rendimento do trabuco é determinado comparando-se o alcance médio obtido com o alcance de um trabuco ideal equivalente. Nessa máquina toda a energia potencial do contrapeso é transformada em energia cinética, que é transmitida para o projétil. A energia potencial do contrapeso deve ser calculada fazendo-se a diferença entre a altura do contrapeso na posição de disparo e a posição de menor altura do contrapeso conforme ilustrado na figura 6. A energia potencial do peso propulsor é então calculada pela Equação (11) e a energia cinética é calculada pela Equação (12) na qual V_0 é a velocidade inicial do projétil.

$$E_p = m_A g h_0 \quad (11)$$

$$E_c = \frac{m_E V_0^2}{2} \quad (12)$$

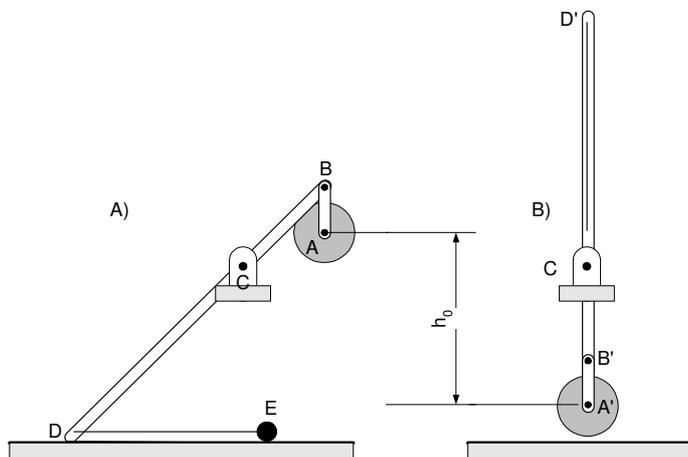


Figura 6 – Determinação da energia potencial do contrapeso

Numa catapulta ideal considera-se que o projétil é lançado numa trajetória com ângulo inicial de 45° com a horizontal. Esse ângulo corresponde ao alcance máximo de acordo com uma análise básica de balística. Cabe destacar que o efeito da resistência do ar é desprezado. Com essas considerações o alcance da catapulta ideal pode ser calculado pela Equação (13) e o rendimento pela Equação (14), na qual d_{medido} corresponde ao alcance médio da catapulta obtido a partir de três disparos válidos.

$$d = 2 \frac{m_A}{m_E} h_0 \quad (13)$$

$$\varepsilon = \frac{d_{medido}}{d} \quad (14)$$

Numa catapulta real o alcance ideal d não é atingido. Para analisar essa questão pode-se escrever a Equação (15) que representa o balanço energético da máquina.

$$E_p = E_{C-projetil} + E_{residual} + Perdas \quad (15)$$

Da Termodinâmica sabe-se que toda transformação energética ocorre com perdas de energia no processo. Pode-se dizer que as perdas são causadas por rótulas não perfeitas, atrito da barra de lançamento com o ar, atrito da bolsa do projétil com a pista de lançamento e atrito do projétil com o ar. No entanto a principal perda corresponde à energia residual que é a energia cinética que permanece na barra de lançamento após o lançamento do projétil. Nesse sentido vale dizer que as catapultas com o contrapeso A ligado diretamente na DCB são menos eficientes do que as catapultas que usam o contrapeso A articulado na rótula B. Nessa configuração nota-se que o contrapeso A praticamente desloca-se na vertical apenas com pequenas oscilações. De modo geral, para reduzir a ineficiência do trabuco, o ideal é que o

projétil fosse lançado quando o contrapeso estivesse na posição mais baixa e com velocidade reduzida. Atingir esse resultado é o principal objetivo da calibração da catapulta apresentada no item 3.3.

4 RESULTADOS

O projeto de catapulta trabuco foi desenvolvido pela primeira vez na UFRGS no segundo semestre de 2007. Desde então a atividade é desenvolvida semestralmente embora nos semestres com inverno a etapa de teste já tenha sido cancelada em função do tempo ruim. Participam dessa atividade os alunos de Mecânica Vetorial (150 alunos por semestre). Considerando que se trata de uma atividade opcional tem-se em média 70 alunos participando dessa competição por semestre.

Desde que iniciou essa atividade os melhores resultados obtidos estão apresentados na tabela 1. Cabe destacar que esses resultados não foram obtidos por uma mesma catapulta.

Tabela 1 – Resumo dos resultados obtidos.

Avaliação	Resultado
Menor Coeficiente de Variação (%)	2
Melhor rendimento de máquina (%)	40
Maior alcance (m)	70

Desses resultados sem dúvida o melhor é o coeficiente de variação de 2%. Quando a calibração é feita de modo adequado e a estrutura da catapulta tem a rigidez necessária nota-se que trata-se de uma máquina bastante precisa já que praticamente elimina o coice característico de outros tipos de catapulta tal como o Onagro Romano.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa atividade é iniciada logo no início da terceira área, Dinâmica, da disciplina Mecânica Vetorial. No entanto, o teste de campo somente é realizado no final do semestre normalmente após as provas normais. Antes da competição das catapultas a Dinâmica era a área que mais provocava reprovações na disciplina, no entanto com a introdução desta atividade houve uma melhora significativa no rendimento dos alunos. Na realidade para estes fazerem um bom trabalho é necessário estudar dinâmica e geometria das massas, mas o interessante é que esses temas passam a ser objeto de discussão entre os alunos. Nota-se inclusive alunos estudando por conta métodos numéricos ou aprofundando os seus conhecimentos de equações diferenciais com o objetivo de conseguir simular o comportamento da catapulta.

Cabe também destacar o desenvolvimento de habilidades de projeto associadas com especificação das dimensões, escolha de materiais e métodos construtivos na solução de um problema real, que vai ser construído, ou seja um problema que não vai ficar apenas na mesa de projeto, o que não é uma situação comum num curso de Engenharia Civil. Nesse sentido como há poucas restrições ao projeto podem ser propostas soluções bastante inovadoras tal como catapulta de bambu com esferas de ferro no interior da barra de lançamento de modo a fazer coincidir a posição do centro de massa desta barra com a rótula C ilustrada na figura 3. interessantes.

A atividade proposta atingiu os objetivos desejados e embora não se trate de uma idéia inédita, já que atividades similares são realizadas em outras instituições, vem certamente a contribuir com a melhora do ensino da Engenharia Civil na UFRGS.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GONZÁLEZ, L.A.S., MORSCH, I.B, MASUERO, J.R. Didactic Games In Engineering Teaching - Case: Spaghetti Bridges Design And Building Contest. COBEM 2005, Ouro Preto, MG. Editora ABCM, 2005.

GROEHS, A.G. **Mecânica Vibratória**. São Leopoldo: Editora UNISINOS, 1999

TOMS, R.L. **Catapult Design: Construction and Competition**. San Antonio, USA: RLT Industries, 2005.

DIDACTIC GAMES IN ENGINEERING TEACHING - CASE: TREBUCHET DESIGN AND BUILDING CONTEST

Abstract: This work presents some observations about the use of didactic games involving activities of trebuchet design and building as complementing subjects as solid mechanics. The proposed activity for students to graduate students of Civil Engineering is to dynamic test a trebuchet catapult. The only conditions imposed on the design is the weight of the propellant mass, 30 N, and the weight of the projectile that is 0.3 N. Three contests happen in three consecutive semesters, and some considerations about results obtained are presented.

Keywords: *didactic games, trebuchet, solid mechanics*